

# Fabrication et caractérisation d'une cellule de cristaux liquides pour l'étude du vieillissement au point critique

La physique des systèmes relaxant lentement vers un état d'équilibre tels les polymères, les verres de spins ont fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. La question de la relaxation d'un système trempé au point critique a été bien étudiée d'un point de vue théorique, mais son étude expérimentale n'a été entreprise que récemment par Sylvain Joubaud lors de sa thèse. Les études théoriques et les simulations numériques ont montré que lors d'une trempe au point critique, le système subissait une phase de vieillissement similaire à celle observée dans les polymères, pour laquelle ont été établis de nombreux résultats de physique statistique hors de l'équilibre.

Le but de ce stage était donc de reprendre des travaux effectués l'an passé visant à observer une trempe expérimentale à côté du point critique, de manière à préciser leurs résultats et à s'approcher plus près du point critique.

Au cours de ce stage, nous avons donc élaboré une nouvelle cellule de cristaux liquides afin de pouvoir mieux s'approcher du point critique de la transition de Fréedericks, que nous avons ensuite caractérisée avant de mettre en évidence quelques résultats préliminaires sur la violation du théorème de fluctuation dissipation lors du vieillissement.

*Mots Clés : Physique statistique hors équilibre, transition de Fréedericks, vieillissement au point critique, théorème de fluctuation dissipation*

---

Laboratoire d'accueil    ENS LABO DE PHYSIQUE  
Maître de Stage                    Sergio CILIBERTO

1<sup>er</sup> Septembre 2009

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
1.1	La transition de Fréedericks . . . . .	3
1.2	Équations . . . . .	4
1.2.1	Notations . . . . .	4
1.2.2	Équation de Langevin . . . . .	4
1.2.3	Comportement à l'équilibre : une transition du second ordre . . . . .	5
1.3	Physique statistique dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire . . . . .	5
1.3.1	Équation d'évolution des fluctuations dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire . . . . .	5
1.3.2	Théorème de fluctuation dissipation à l'équilibre . . . . .	5
1.3.3	Théorème de fluctuation dissipation hors équilibre . . . . .	6
1.4	Cellule de cristal liquide et système de mesure . . . . .	6
1.4.1	Cellule de cristal liquide . . . . .	6
1.4.2	Système de mesure . . . . .	7
1.4.3	Champ $h$ conjugué à $\theta_0$ : . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Caractérisation de la cellule</b>	<b>9</b>
2.1	Transition de Fréedericks et point critique . . . . .	10
2.1.1	Une transition du second ordre... . . . .	10
2.1.2	...presque parfaite . . . . .	10
2.2	Temps de réponse, point critique et épaisseur de la cellule . . . . .	13
2.2.1	Réponse à un delta . . . . .	13
2.2.2	Trempe . . . . .	15
2.3	Théorème de fluctuation dissipation et aire effective du laser . . . . .	16
2.3.1	Grandeurs mesurées expérimentalement . . . . .	16
2.3.2	Résultats expérimentaux . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Vieillessement</b>	<b>18</b>
3.1	Fonction de réponse . . . . .	19
3.2	Fonction d'autocorrélation . . . . .	21
<b>A</b>	<b>Étapes de la mise en équation de la transition de Fréedericks</b>	<b>24</b>
A.1	Mise en équation et comportement moyen . . . . .	24
A.2	Comportement dynamique . . . . .	25
<b>B</b>	<b>Données caractéristiques du montage expérimental</b>	<b>26</b>
	<b>Références</b>	<b>26</b>

# 1 Introduction

Ce stage porte sur l'étude du vieillissement au point critique. En effet, il existe dans une cellule de cristal liquide comme celles utilisées par les afficheurs, une transition du second ordre, appelée transition de Fréedericks. Il existe donc un point appelé point critique, pour lequel tous les temps caractéristiques du système divergent[1]. Un système trempé au point critique doit alors théoriquement se trouver dans un état bloqué au cours duquel il relaxe à la manière des systèmes frustrés : verres, polymères...

Nous allons donc dans cette première partie introduire le système expérimental que nous avons utilisé ainsi que la physique à laquelle nous allons nous référer.

## 1.1 La transition de Fréedericks

Dans ce paragraphe, nous allons préciser le système étudié et introduire la transition de Fréedericks d'un cristal liquide [2].

### Cristal liquide nématique

Tout d'abord, l'état cristal liquide est un état de la matière intermédiaire entre l'état solide cristallisé - dans lequel les constituants de la matière présentent un ordre positionnel (des distances bien définies) et un ordre orientationnel (dû à l'existence de force électrostatique donnant lieu à une énergie élastique) - et un état liquide totalement désordonné.

Un cristal liquide peut changer de structure en fonction de paramètres extérieurs comme la température, le champ électrique...

Le cristal liquide que nous allons considérer (4'-pentyl-4-biphénylcarbonitrile, autrement appelé 5CB) présente une phase isotrope (liquide) pour  $T > 35$  °C et une phase nématique en dessous de cette température (température ambiante). Dans cette dernière phase, le cristal liquide possède un ordre orientationnel (le directeur des molécules est préférentiellement orienté selon une direction privilégiée) mais pas d'ordre positionnel, il n'y a pas de distance intermoléculaire privilégiée dans aucune des 3 directions de l'espace.

### Ancrage pour un cristal liquide

On peut, par un traitement de surface approprié (comme par exemple le rubbing, qui consiste à brosser une fine épaisseur de polymère déposée sur la surface en question), orienter les molécules de cristal liquide en contact avec la surface traitée.

Ainsi, les bâtonnets constituant notre cristal liquide auront tendance à s'aligner parallèlement ou perpendiculairement à la surface selon le type de traitement appliqué à la surface, et l'on parlera alors d'ancrage respectivement planaire ou homéotrope.

Lorsque l'énergie d'interaction entre la parois et les molécules est largement supérieure à toutes les autres énergies mises en jeu, on parle d'ancrage fort ; ce qui sera notre cas tout au long de ce rapport.

### Transition de Fréedericks

Dans notre cas, on considère un ancrage fort planaire, tel que les directeurs du cristal liquide possèdent un ordre orientationnel parallèle à  $\vec{u}_x$ . Comme le cristal liquide possède une certaine élasticité, si la distance entre les deux parois n'est pas trop grande [2],[3], l'ordre orientationnel au niveau des parois va perdurer en volume.

Pour observer la transition de Fréedericks, on applique alors une différence de potentiel  $V$  entre les deux parois de la cellule. Le cristal liquide présentant une anisotropie diélectrique, les bâtonnets de cristal liquide vont avoir tendance à s'aligner parallèlement au champ électrique.

Il apparaît donc une compétition entre l'énergie élastique, qui tend à garder les bâtonnets parallèles à  $\vec{u}_x$ , et le champ électrique qui tend à orienter les bâtonnets selon  $\vec{u}_z$ .

Il en résulte une transition de phase à seuil : la transition de Fréedericks.  $\vec{E} = V/L\vec{u}_z$ .

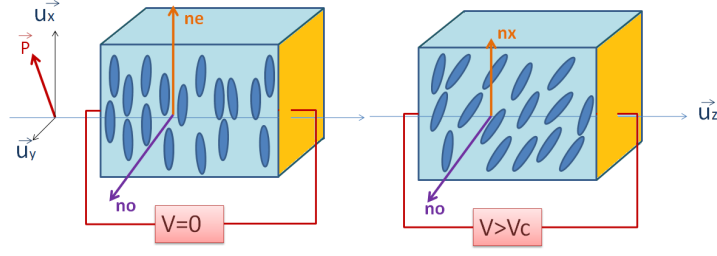


FIG. 1 – Transition de Frédéricks

Pour observer cette transition qui peut être masquée par une instabilité de type électrohydrodynamique des ions encore présents dans la solution nous modulerons à haute fréquence la tension appliquée, typiquement 10 kHz.

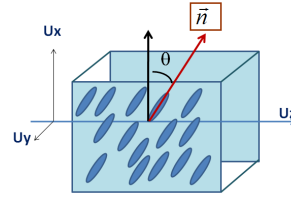
## 1.2 Équations

Tous les calculs (dans leurs grandes lignes) nécessaires à l'établissement des équations que nous allons utiliser sont détaillés en annexe A.

### 1.2.1 Notations

Nous allons tout d'abord définir les notations que nous allons utiliser tout au long de ce document.

Le comportement du cristal liquide est décrit par celui du directeur des molécules  $\vec{n}(x, y, z)$ , décrit en coordonnées sphériques (angle polaire  $\theta$  et angle azimutal  $\phi$ ).



Les différentes approximations mènent à écrire  $\theta(z)$  (on néglige ses variations selon  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}_y$ ) comme le premier terme de son développement en série de Fourier :  $\theta = \theta_0 \sin(\frac{\pi z}{l})$  (approximation sinusoïdale).

Le comportement moyen de  $\vec{n}$  est alors décrit par celui de  $\theta_0$ , car on a intégré la dépendance en  $z$  du premier mode instable après le passage de la tension critique  $V_c$  ; c'est à cette tension critique (point critique) que les temps de relaxation divergent [1].

### 1.2.2 Équation de Langevin

On peut alors tenir compte des fluctuations et obtenir l'équation de type Langevin [4] suivante :

$$\tau_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial t} = \epsilon \theta - \frac{1}{2}(\kappa + \epsilon + 1)\theta^3 + \eta(t) \quad (1)$$

où  $\tau_0 \equiv \frac{\gamma L^2}{\pi^2 K_1}$  est le temps caractéristique du système,  $\kappa$  un rapport de constantes élastiques<sup>1</sup>,  $\epsilon = V^2/V_c^2 - 1$  la paramètre de contrôle du système.

<sup>1</sup> $\kappa = 0.5625$

### 1.2.3 Comportement à l'équilibre : une transition du second ordre

À l'équilibre, on obtient le comportement suivant :

- Lorsque  $\epsilon < 0$ , le système admet une unique solution stable :  $\theta_0 = 0$
- Lorsque  $\epsilon \geq 0$ , le système admet une solution instable,  $\theta_0 = 0$  et deux solutions stables :

$$\theta_0 = \pm \sqrt{\frac{2\epsilon}{\kappa + \epsilon + 1}}$$

Lorsque l'on trace la solution approchée de  $\theta_0$  en fonction de  $U$ , on obtient un résultat caractéristique d'un diagramme de bifurcation supercritique, bifurcation ayant des propriétés équivalentes à une transition de phase du deuxième ordre [2].

## 1.3 Physique statistique dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire

Nous allons détailler dans ce paragraphe l'équation d'évolution d'une perturbation (ou fluctuation) à un état stationnaire dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire, ainsi que le théorème de fluctuation dissipation.

### 1.3.1 Équation d'évolution des fluctuations dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire

On considère donc un système à l'équilibre thermodynamique à  $\epsilon = \epsilon_0$  ( $\langle \theta_0(t) \rangle = \Psi_0$ ) que l'on perturbe à l'instant  $t$  en changeant  $\epsilon$  en  $\epsilon = \epsilon_0 + \delta\epsilon$ .  $\theta_0$  sera alors égal à  $\psi_0 + \Delta(t)$ .

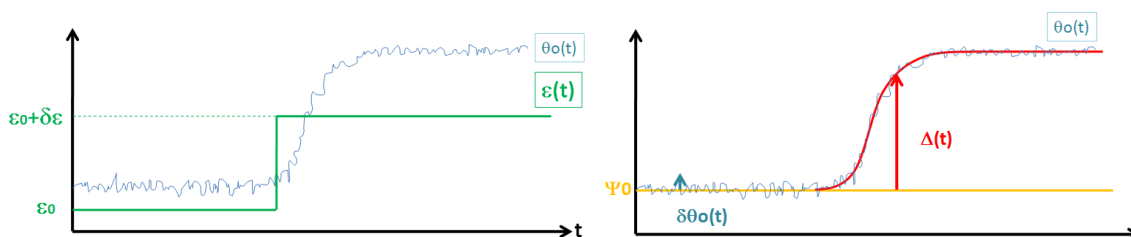


FIG. 2 – Notations

Nous réécrivons l'équation 1 en utilisant :  $\epsilon = \epsilon_0 + \delta\epsilon$  et  $\theta_0(t) = \psi_0 + \Delta(t)$ .  $\psi_0$  représente la valeur moyenne de  $\theta$  pour  $\epsilon = \epsilon_0$ , il s'agit donc de la solution constante de l'équation précédente pour  $\epsilon_0$ .

Comme on se place dans le cadre de la réponse linéaire, on suppose que  $\Delta \propto \delta\epsilon$ , et on ne garde alors dans les développements que les termes d'ordre 1 en  $\Delta$ . On obtient donc, avec  $B = A\pi^2 K_1 / 4L$  :

$$\frac{\gamma AL}{2} \frac{d\Delta}{dt} = B [2\epsilon_0 - 3(\kappa + \epsilon_0 + 1)\psi_0^2] \Delta + 2B\delta\epsilon\psi_0 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{2}\right) + \eta + O(\Delta^2) \quad (2)$$

$\Delta(t)$  est donc soumis au couple  $\Gamma_{ext} = 2B\delta\epsilon\psi_0 \left(1 - \frac{\psi_0^2}{2}\right)$ .

### 1.3.2 Théorème de fluctuation dissipation à l'équilibre

Le théorème de fluctuation dissipation se base sur l'hypothèse selon laquelle le système relaxe de la même manière après une perturbation extérieure de faible amplitude qu'après une fluctuation due à l'agitation thermique.

Ce théorème relie la fonction de réponse<sup>2</sup> du système aux corrélations à l'équilibre.

<sup>2</sup>Nous appelons la fonction de réponse impulsionnelle  $R$ , et la fonction de réponse intégrée  $\chi$

Dans notre cas, la version intégrale est la plus utile, car il est toujours plus simple numériquement d'intégrer que de dériver. De plus, en régime stationnaire il est possible de mesurer directement la réponse intégrée du système en mesurant sa réponse à un heavyside, au lieu d'intégrer la réponse impulsionnelle.

On a donc :

$$\chi(\tau) = \frac{1}{k_B T} (C_{\theta_0}(0) - C_{\theta_0}(\tau)) \quad (3)$$

avec  $C_{\theta_0}(\tau) = \langle \theta_0(t)\theta_0(t+\tau) \rangle$  et

$$\chi(\tau) = \frac{\langle \Delta(\tau) \rangle}{\Gamma_{ext}} = \frac{\chi_{\delta_\epsilon}}{2B\psi_0(1 - \psi_0^2/2)}$$

Ce théorème permet donc une définition absolue de la température d'un système thermodynamique à l'équilibre.

### 1.3.3 Théorème de fluctuation dissipation hors équilibre

La notion de température n'a normalement de sens que pour un système à l'équilibre thermodynamique. Cependant, on peut continuer de définir fonction de réponse et fonction de corrélation pour un système évoluant hors de l'équilibre. Il est donc tentant de se demander si le rapport de fluctuation dissipation permettrait la définition d'une température dépendant du temps pour un système relaxant (hors équilibre) [5].

La relation de fluctuation dissipation introduit le rapport de fluctuation dissipation  $X$  entre fonctions de corrélation et de réponse, qui vaut 1 à l'équilibre et qui définit une température  $T_{eff} = T_{bath}/X$ , supérieure à la température du bain thermique environnant, hors de l'équilibre.

Typiquement, le système va relaxer après une trempe. Lors de cette relaxation, il est possible de mesurer la fonction de corrélation à 2 points ( $t_w$  et  $t$ ) :  $C_{\theta_0}(t_w, t) = \langle \theta_0(t_w)\theta_0(t_w + t) \rangle$ .

Lors de cette trempe, on va perturber le système en le soumettant à des Diracs qui permettront de mesurer la réponse impulsionnelle du système ; réponse que l'on pourra ensuite intégrer.

Plus précisément, on a

$$\chi(t, t_w) = \frac{X(t, t_w)}{k_B T} [C_{\theta}(t, t) - C_{\theta}(t, t_w)] \quad (4)$$

où  $\chi$  représente la réponse intégrée :  $\chi(t, t_w) = \int_{t_w}^t R(t, t') dt'$ , où  $R(t, t_w)$  représente la fonction de réponse impulsionnelle.

## 1.4 Cellule de cristal liquide et système de mesure

### 1.4.1 Cellule de cristal liquide

Nous allons dans cette partie présenter la cellule de cristal liquide que nous avons fabriquée au début de mon stage.

#### Présentation générale de la cellule

La cellule se compose de 2 plaques de verres recouvertes d'ITO (alliage conducteur transparent) sur lesquelles on a déposé une couche de chrome recouverte par une couche d'or (par évaporation sous vide) de manière à pouvoir souder par la suite (il faudra quand même faire attention à souder à basse température pour ne pas décoller la couche d'alliage).

On recouvre alors la cellule de PVA (polymère) par spin coating, avant de "brosser" celui-ci avec une machine composée par A. Petrosyan.

On construit alors une cellule à l'aide de spacers d'épaisseur connue, de 2 plaques préparées comme ci dessus, que l'on colle d'abord avec de la colle UV puis avec de la colle silicone. On remplit alors la cellule avec le cristal liquide 5CB que l'on fait rentrer par capillarité.

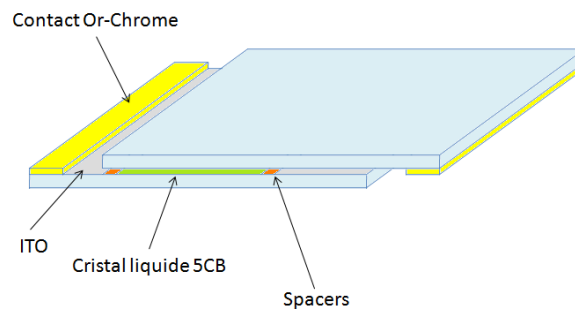


FIG. 3 – Schéma de la cellule type que nous avons fabriquée

### Ancrage

La partie la plus importante de la réalisation de la cellule consiste en la réalisation de l'ancrage.

Le but de cette opération est d'obtenir un alignement des molécules de cristal liquide aux parois. Il faut que ces molécules soient le plus parallèle possible à la paroi et orientées selon une même direction. Pour cela, on va utiliser la technique dite du rubbing : il s'agit de déposer une fine épaisseur de polymère sur la cellule que l'on va ensuite brosser dans une seule direction. Il a été montré que cette technique permettait d'orienter les directeurs proches de la paroi dans une même direction, mais avec un angle de pre tilt (angle fait par le directeur du cristal liquide et la paroi juste au niveau de la paroi comme on le voit sur la figure 4) dépendant de la nature du polymère utilisé, ainsi que de l'épaisseur de ce dernier.

Du fait de cet angle, on peut alors assembler les cellules de cristal liquide de 2 manières différentes : parallèlement ou anti parallèlement comme montré sur la figure 4.

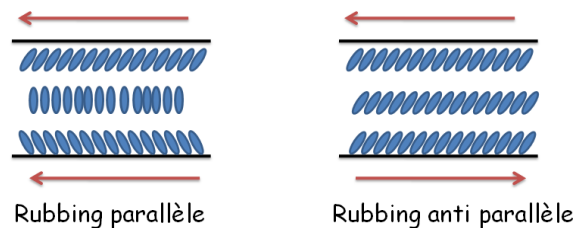


FIG. 4 – Influence du rubbing sur l'orientation du cristal liquide dans la cellule

Suite à la lecture de [6] et à l'expérience d'A. Petrosyan, on a voulu essayer de construire ces deux types de cellule.

### 1.4.2 Système de mesure

#### Propriétés optiques des cristaux liquides

De par la forme de ses molécules, un cristal liquide est un matériau anisotrope diélectriquement et donc biréfringent. En particulier, la direction parallèle au directeur du cristal liquide est différente des 2 autres directions de l'espace. Il s'agit donc d'un milieu optiquement uniaxe, caractérisé par 2 indices optiques,  $n_e$  et  $n_o$ <sup>3</sup>.

De manière générale, pour une lumière polarisée, le passage à travers un milieu uniaxe va introduire un déphasage entre la polarisation dite ordinaire et la polarisation extraordinaire.

<sup>3</sup> $n_e = 1.7063$  et  $n_o = 1.5309$

Ce déphasage induit sera d'autant plus important que la différence entre les indices ordinaire et extraordinaire sera importante.

### Déphasage et paramètre d'ordre

Dans notre cas, ce déphasage sera d'autant moins important que les bâtonnets auront basculé à cause du champ électrique. Dans le cas extrême où les bâtonnets ont totalement basculé, onde "ordinaire et extraordinaire" voient le même indice  $n_o$ .

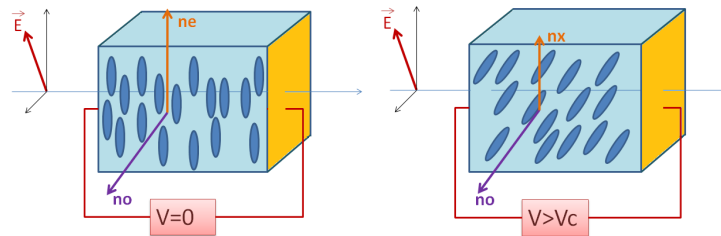
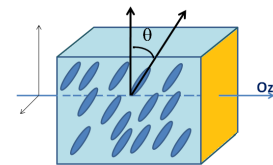


FIG. 5 –  $\Delta n$  est fonction de  $V$

Lors de la transition de phase de Frédricks, le déphasage induit par la traversée de la cellule de cristaux liquides va donc décroître continûment lorsque  $V$  augmentera.

Dans la transition de phase de Frédricks, le paramètre d'ordre est relié à l'angle que fait le directeur moyen avec le plan perpendiculaire à  $O_z$  (axe optique du montage).



Paramètre d'ordre  $\theta$

On montre que, dans les approximations évoquées dans l'annexe A, le déphasage produit par la traversée de la lame de cristal liquide est donnée par

$$\phi = \frac{1}{\mathcal{A}} \int dx dy \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L \left( n_o n_e / \sqrt{n_o^2 \cos^2(\theta) + n_e^2 \sin^2(\theta)} - n_o \right) dz$$

Or le paramètre d'ordre est donné par  $\zeta = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} dx dy \int_0^L (1 - n_x^2) dz$ . Cette expression se simplifie dans le cadre de l'approximation sinusoïdale pour donner :

$$\zeta = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} dx dy \theta_0^2$$

On obtient alors  $\zeta \approx \Psi_0^2 + 2\Psi_0 \delta\theta_0$ , qui nous mène à la relation ( $\Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) L$ ) :

$$\phi = \Phi_0 \left( 1 - \frac{n_e (n_e + n_o)}{4n_o^2} \zeta \right) \quad (5)$$

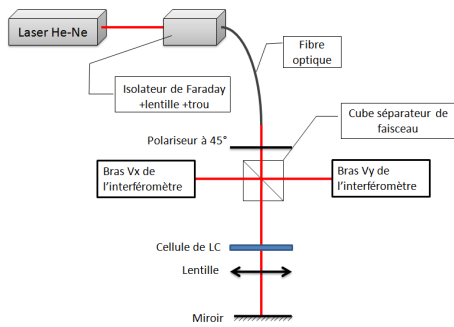
### Montage

Afin de connaître précisément  $\theta$ , on va chercher à mesurer la différence de phase  $\phi$  induite par la double traversée de la cellule de cristal liquide.

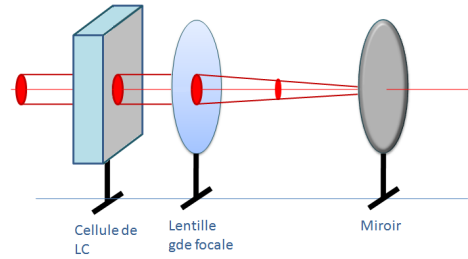
Pour cela on utilise le montage suivant composé d'une partie émission et d'un interféromètre à contraste de phase (ou interféromètre de nomarsky) [7] comportant une partie analyse constituée de 2 bras et un troisième bras avec la cellule de cristal liquide.

La partie analyse est donc constituée de deux bras, l'un permettant de remonter à  $\sin(\phi)$ , l'autre permettant de remonter à  $\cos(\phi)$ .





La partie émission est constituée d'un laser stabilisé en fréquence qui traverse un isolateur de Faraday avant de rentrer dans un fibre optique monomode à la sortie de laquelle est placée un polariseur. La partie analyse est constituée des 3 "bras" de l'interféromètre de Nomarski.



Le bras comportant la cellule de cristal liquide est composée de la cellule, suivie par une lentille de courte focale et un miroir permettant le reour du faisceau laser vers l'interféromètre. La lentille permet de s'assurer que le faisceau est bien parallèle car le miroir est placé au point focale de cette dernière.

Le faisceau traversant la cellule est un faisceau large de diamètre  $\approx 2$  mm.

### 1.4.3 Champ $h$ conjugué à $\theta_0$ :

Pour appliquer un couple à notre système, nous pouvons changer le paramètre de contrôle  $V$ . Nous ajouterons alors à  $V_{equilibre}$  une perturbation  $\delta V$ . Cette perturbation sera choisie suffisamment petite de manière à rester dans le domaine linéaire. Si le système est hors équilibre, cette approche s'applique aussi car nous pouvons faire intervenir cette perturbation sur un temps beaucoup plus court (4 ms) que le temps caractéristique d'évolution du système.

D'après la théorie de la réponse linéaire on peut écrire :  $\langle \theta_0 \rangle_h = \langle \theta_0 \rangle_{h=0} + \delta\theta_{0,h}$ . En injectant cette expression de  $\theta_0$  dans l'équation de Landau, on trouve que le couple qui s'applique à  $\delta\theta_{0,h}$  est donné par :

$$\Gamma = \delta\epsilon \left( \langle \theta_0 \rangle_{h=0} - \frac{1}{2} \langle \theta_0 \rangle_{h=0}^3 \right), \text{ où } \delta\epsilon = \frac{2V_0\delta V + \delta V^2}{V_c^2}, \text{ et } \delta V = \frac{\tau_p V_1}{2}.$$

Il nous reste donc à montrer que  $\delta\epsilon$  et la grandeur mesurée sont bien des grandeurs conjuguées.

Pour cela, on réinjecte l'expression linéarisée de  $\langle \theta_0^2 \rangle$  dans l'expression de l'énergie libre  $F$ , et on obtient :

$$F = F_0 - \delta\epsilon \frac{\pi^2 K_1 A}{4L} \zeta \left( 1 - \frac{1}{4A\zeta} \int dx dy \theta_0^4 \right)$$

où  $F_0$  désigne l'énergie libre en l'absence de perturbation. On remarque donc que lorsque l'écart au seuil n'est pas trop grand, la grandeur conjuguée de  $\zeta$  est bien proportionnelle à  $\delta\epsilon$ .

## 2 Caractérisation de la cellule

La deuxième partie de mon stage a donc naturellement consisté à caractériser au mieux la cellule de cristal liquide que j'avais conçue,

Lors de cette caractérisation, j'ai cherché à connaître

- La valeur du point critique de la transition de Fréedericks dans notre cellule.
- L'épaisseur  $L$  de la cellule construite.
- L'aire effective du rayon laser.

## 2.1 Transition de Fréedericks et point critique

### 2.1.1 Une transition du second ordre...

Comme nous l'avons déjà vu au paragraphe 1.2.3 la transition de Fréedericks est une transition de phase du second ordre, caractérisée par l'équation à la Landau 1.

Nous allons commencer par vérifier que le diagramme de transition de phase que nous mesurons est cohérent avec la théorie que nous avons décrite dans la première partie. On montre facilement qu'alors (on rappelle que l'on mesure  $\zeta \propto \theta_0^2$ ) :

$$\theta_0(\infty)^2 = \frac{2\epsilon}{\kappa + 1 + \epsilon}$$

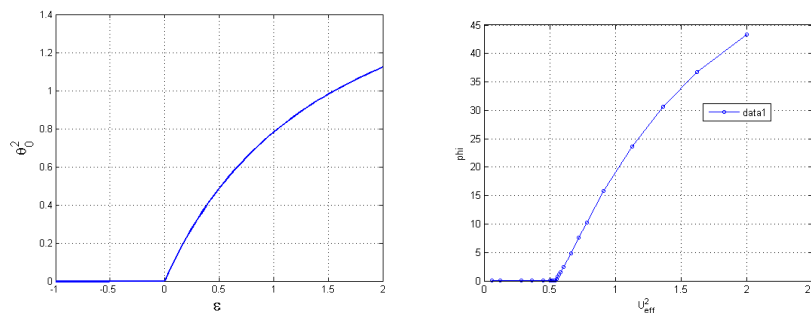


FIG. 6 – a) Tracé théorique de  $\theta_0^2$  en fonction de  $\epsilon$  ; b) Mesure de  $\phi$  en fonction de  $U_{eff}^2$

Expérimentalement, on mesure  $\phi$ , déphasage induit par la double traversée de la lumière dans la lame de cristal liquide, en fonction de  $U^2$ .

Pour avoir  $\zeta$  (qui est la valeur moyennée de  $\theta_0^2$  dans le plan  $xy$ ), il faut faire une transformation qui fait appel à  $L$ , épaisseur effective de la cellule traversée, que nous n'avons pas encore mesuré, et pour avoir  $\epsilon$ , il nous faut connaître  $U_c^2$  que nous n'avons pas encore évalué.

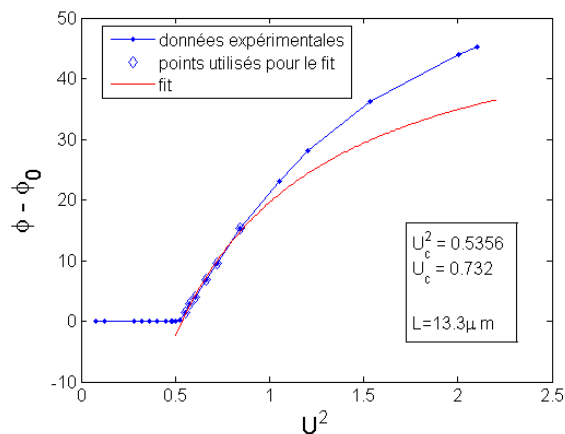


FIG. 7 –  $\phi$  en fonction de  $U_{eff}^2$

Nous avons donc cherché à évaluer ces deux grandeurs par un fit de la courbe précédente, en laissant libres les deux paramètres suivants :

- $L$  : longueur de la cellule.
- $U_c$  : valeur du champ critique

On obtient alors :

- $L = 13.3 \mu\text{m}$
- $U_c = 0.732 V_{rms}$

### 2.1.2 ...presque parfaite

On observe que la courbe théorique diffère de la courbe expérimentale au voisinage du point critique, et loin du point critique.

- Loin du point critique, les calculs théoriques ne sont plus valables. On ne doit donc pas s'inquiéter de cette divergence.
- Au voisinage du point critique, la courbe expérimentale présente un arrondi qui tend à faire disparaître la singularité du point critique tel qu'il apparaît dans une transition du second ordre théorique.

### Fluctuations

La première explication à laquelle il a été fait allusion [8] concerne le fait que la variable mesurée est en réalité une variable quadratique, et que donc les fluctuations de  $\theta$  ont une certaine influence sur les valeurs moyennées.

On mesure  $\phi \propto \zeta \propto \theta_0^2$ , et donc quand on fait le diagramme de transition de phase, et que l'on trace  $\langle \phi \rangle$ , on regarde en fait

$$\langle \theta_0^2 + 2\delta\theta_0\theta_0 + (\delta\theta_0)^2 \rangle = \theta_0^2 + \langle (\delta\theta_0)^2 \rangle \neq \theta_0^2$$

On a donc cherché à comparer quantitativement  $\delta\theta_0^2$  à l'écart observé expérimentalement. Notons  $\theta_m^2$ , la valeur mesurée de  $\theta_0^2$ , on a donc :

$$var(\theta_m^2) = 4\theta_0^2\delta\theta^2 + (\overline{\delta\theta})^4 - \overline{\delta\theta^2}^2$$

$$mean(\theta_m^2) = \delta\theta^2 + \theta_0^2$$

Par ailleurs, on sait que les fluctuations d'un système à l'équilibre sont gaussiennes, on a donc :

$$\overline{\delta\theta^4} = 3\overline{\delta\theta^2}^2$$

On obtient donc un système de 2 équations à 2 inconnues que l'on peut résoudre.

On a finalement calculé pour chaque point du diagramme de transition de phase l'amplitude de  $\langle \delta\theta^2 \rangle$ , ainsi que la vraie valeur de  $\theta_0^2$ , et obtenu la courbe suivante :

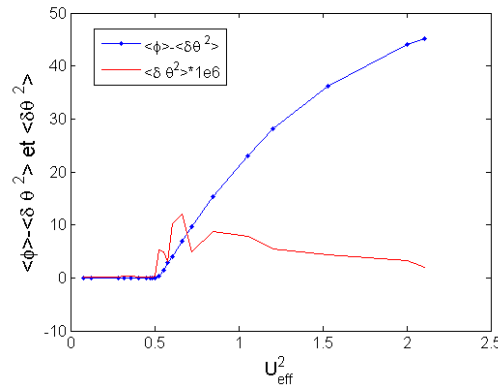


FIG. 8 -  $\langle \phi \rangle - \langle \delta\theta^2 \rangle$  et  $\langle \delta\theta^2 \rangle \times 10^6$  en fonction de  $U_{eff}^2$

La différence avec la courbe sans correction est ridiculement petite. Il faut donc aller chercher ailleurs l'explication de cette différence.

### Influence de l'ancrage

Lors de mon stage j'ai pu utiliser deux cellules de conceptions différentes :

1. Une cellule de conception industrielle, à ancrage anti parallèle.
  - Dans cette cellule, le polymère utilisé donne un angle de pre tilt plus important que le polymère que nous avons utilisé pour la réalisation des cellules maisons : ce polymère présente la particularité d'induire un **fort pre tilt**.

- L'écartement entre les deux faces de la cellules est obtenu par de petites billes qui sont sandwichées. Il est fort probable qu'il y ait des **défauts d'ancrage** autour de chacune de ces billes.
  - Enfin, **l'ancrage est anti parallèle**
2. Une cellule à ancrage anti parallèle que j'ai réalisée.
    - Le polymère utilisé donne un **angle de pre tilt faible** ( $< 3^\circ$ )
    - L'écartement entre les 2 parois est fait à l'aide de spacers localisés sur les bords de la cellule.
    - **L'ancrage est antiparallèle**
  3. Enfin, une cellule à ancrage parallèle, faite maison.
    - Le polymère utilisé donne un **angle de pre tilt faible** ( $< 3^\circ$ )
    - L'écartement entre les deux parois est fait à l'aide de spacers localisés sur les bords de la cellule.
    - **L'ancrage est parallèle**

J'ai, lors de mon stage, tracé les diagrammes de transition de phase de chacune de ces cellules :

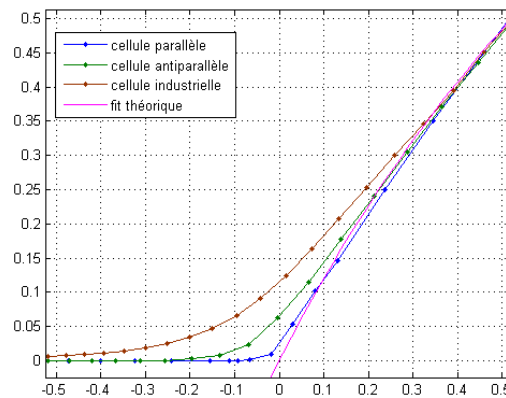


FIG. 9 – allure du diagramme de transition de phase au voisinage du point critique

On remarque qu'à même type d'ancrage, (antiparallèle cellule 1 et 2), la cellule industrielle présente une beaucoup plus forte déviation au comportement théorique que la cellule faite maison ; ce qui indique une influence de l'angle de pre tilt sur l'allure du diagramme de transition de phase.

On remarque que pour le même polymère utilisé pour réaliser l'ancrage, la cellule parallèle présente un plus joli diagramme de transition de phase.

Je pense que l'on peut expliquer ce phénomène par l'ancrage.

En effet, j'ai pu relever deux effets de l'ancrage dans la littérature :

- Tout d'abord, il a été montré théoriquement que lors de la transition de fredericks [9], la présence d'un pre tilt conduisait à un arrondissement de la courbe de transition de phase, de façon similaire à ce que l'on a observé, et ce d'autant plus que l'angle de pre tilt est important.
- Ensuite, il a été montré que pour des cellules de cristal liquide minces, le rubbing antiparallèle laissait se développer un tilt en volume, alors que le rubbing parallèle conduisait lui plutôt à une répartition symétrique du directeur comme il est exposé sur la figure 4. Cela permettrait d'expliquer la nette différence entre les 2 cellules que j'ai conçues lors de mon stage, en considérant la transition de phase dans la cellule à ancrage anti parallèle comme une transition de phase en présence d'un champ résiduel. (Comme la transition de phase d'Ising en présence d'un champ  $h$  résiduel).

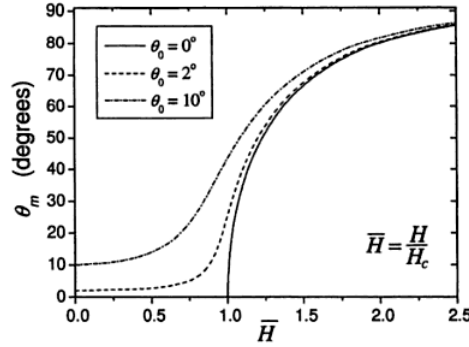


Figure 3.12: Graphs obtained via equation (3.176) showing the dependency of the maximum distortion angle  $\theta_m$  upon the dimensionless magnetic field  $\bar{H}$  when the prescribed pretilt  $\theta_0$  of the director at the boundaries takes the values  $0^\circ$ ,  $2^\circ$  and  $10^\circ$  and  $K_1 = K_3 = K$ .  $H_c = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{K}{\epsilon_0}}$  is the classical value of the critical threshold when  $\theta_0 = 0$ , given by equation (3.126), when  $K = K_1$ .

FIG. 10 – Influence de l'angle de pre tilt sur le diagramme de transition de phase de la transition de Fréedericks magnétique (similaire en tout point à sa cousine électrique...). La figure est tirée du livre [9]

Je n'ai pas eu le temps lors de mon stage de quantifier précisément ces deux effets.

## 2.2 Temps de réponse, point critique et épaisseur de la cellule

Dans ce paragraphe nous allons regarder la réponse moyenne du système associé à deux perturbations différentes :

- Un dirac : le système est dans un état stationnaire à  $t = 0$ , et on lui applique une perturbation de hauteur  $\Delta\epsilon$  pendant un temps court (typiquement, la durée totale du triangle faisant office de Dirac est de 4 ms)
- Une trempe : Le système est dans un état stationnaire  $\epsilon = \epsilon_1$ . À  $t = 0$ , la valeur du champ bascule et l'on a  $\epsilon = \epsilon_0$ .

### 2.2.1 Réponse à un delta

#### Résultats théoriques

En tenant compte du fait que l'on a  $\psi_0^2 = \frac{2\epsilon_0}{\kappa + \epsilon_0 + 1}$ , on peut écrire à partir de l'équation 2<sup>4</sup> :

$$\frac{d\Delta}{dt} = -\frac{2\pi^2 K_1}{\gamma L^2} \epsilon_0 \Delta + 2B \left(1 - \frac{\psi_0^2}{2}\right) \psi_0 \delta\epsilon$$

On voit donc que la réponse à un dirac sera une exponentielle de temps caractéristique

$$T_r = \frac{1}{a} = \frac{\tau_0}{2\epsilon_0}$$

où

$$\tau_0 = \frac{\gamma L^2}{\pi^2 K_1}$$

#### Résultats expérimentaux

Tout d'abord, regardons la réponse à un dirac pour  $U_0 = 1 \text{ V}_{RMS}$  :

À partir de la courbe du logarithme de  $\Delta$ , on peut obtenir par un fit linéaire  $a$  comme  $\ln(\Delta(t)) = \text{cte} - at$ .

<sup>4</sup> $B = A\pi^2 K_1 / 4L$

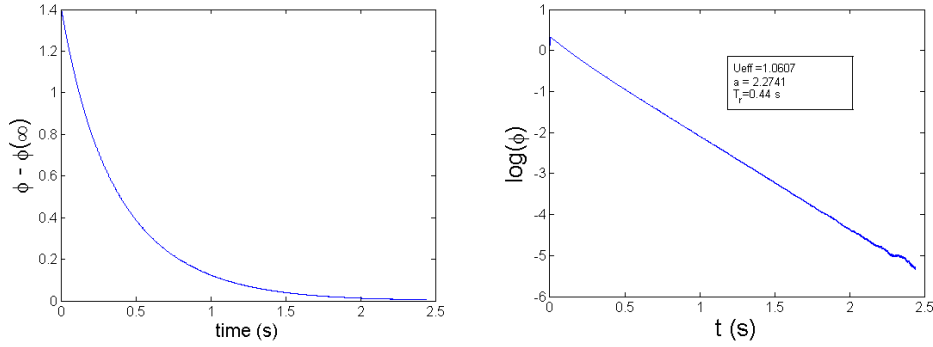


FIG. 11 – a) Réponse à un dirac en fonction du temps ; b) logarithme de la réponse à un dirac en fonction du temps

Pour  $U_0 = 1 \text{ V}_{RMS}$ , on trouve  $a = 2.27 \text{ s}^{-1}$  soit  $T_r = 0.44 \text{ s}$ .

La théorie, telle qu'on l'a écrite, nous donne  $a = f(U_0) = A - 1 + A_2 U_0^2$  où  $U_0$  représente la valeur de la tension RMS appliquée aux bornes de la cellule de cristal liquide à l'équilibre (en l'absence de Dirac) avec  $A - 1 = -\frac{2\pi^2 K_1}{\gamma L^2}$  et  $A_2 = \frac{2\pi^2 K_1}{\gamma L^2 U_c^2}$ . On a alors :  $U_c^2 = \frac{-A_1}{A_2}$  et  $L = \sqrt{-\frac{2\pi^2 K_1}{\gamma A_1}}$ . ( $A_1$  est négatif!).

On trace alors  $a$  en fonction de  $U_c^2$  (12), et on trouve à partir de la régression linéaire :

- $U_c = 700 \pm 20 \text{ mV}_{RMS}$
- $L = 29.4 \pm 0.4 \mu\text{m}$

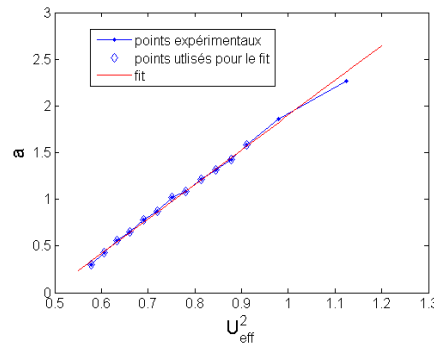


FIG. 12 – Inverse du temps de réponse ( $a$ ) en fonction de  $U_{eff}^2$

### Remarques

- Nous ne retrouvons pas du tout l'épaisseur de la cellule déduite du paragraphe précédent, celle ci vaut environ le double.

Plusieurs explications semblent possibles, nous "concluerons" en conclusion.

- Cependant nous trouvons une valeur du point critique cohérente avec celle mesurée au paragraphe précédent. Ouf!

Avec cette méthode, nous ne déterminons pas le point critique mieux que  $U_c^2 = 0.49 \text{ mV}_{RMS} \pm 0.06 \text{ mV}_{RMS}$ . Cette précision ne nous permettra pas de s'approcher du point critique avec suffisamment de précision. Nous allons donc proposer une autre méthode moins systématique de recherche du point critique.

### Divergence des temps de réponse

Nous avons donc choisi de reprendre la mesure des temps caractéristiques, car ceux ci doivent théoriquement diverger au voisinage du point critique. Nous allons choisir le point

critique comme le point qui maximise  $\tau$ , i.e. qui minimise  $a$ .

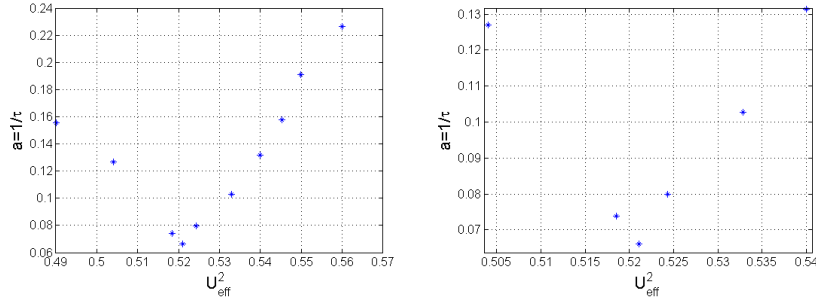


FIG. 13 –  $a$  en fonction de  $U_{eff}^2$  et zoom au point critique de la figure précédente

De cette manière nous définissons  $U_c^2 = 0.521 \pm 0.0005 V_{RMS}^2$ , soit  $U_c = 721.8 \pm 0.6 \text{ mV}_{RMS}$ , ce qui est nettement plus satisfaisant !

## 2.2.2 Trempe

### Résultats théoriques :

En intégrant l'équation 1, on obtient, pour la réponse moyenne à une trempe, l'équation suivante :

$$\langle \theta_0(t) \rangle^2 = \frac{\langle \theta_0(\infty) \rangle^2}{1 + \left( \frac{\langle \theta_0(\infty) \rangle^2}{\langle \theta_0(0) \rangle^2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{2\epsilon}{\tau_0} t\right)} \quad (6)$$

Où  $\tau_0$  vaut toujours  $\gamma L^2 / \pi^2 K_1$ .

Cette réponse présente des comportements caractéristiques différents selon l'intervalle de temps considéré. En effet :

- **Aux temps courts** :  $t \ll \tau_0 / 2\epsilon$

En développant l'exponentielle et en remarquant que  $\epsilon \langle \theta_0^2(\infty) \rangle \propto \epsilon^2$ , on aboutit à :

$$\langle \theta_0(t) \rangle^2 = \frac{\tau_0}{\kappa + 1} \frac{1}{\tau_m + t} \quad (7)$$

où  $\tau_m$  est donné par l'expression suivante :  $\tau_m = \tau_0 / (\kappa + 1) \langle \theta_0(0) \rangle^2$ .

- **Dans un régime intermédiaire** :  $\tau_m \ll t \ll \tau_0 / 2\epsilon$

$\theta_0(t)$  présente une relaxation algébrique ( $\propto t^{-1}$ ).

- **Aux temps longs** :  $t \gg \tau_0 / 2\epsilon$

Par un développement analogue à celui effectué aux temps courts, en ne conservant que les termes les plus grands, on obtient :

$$\langle \theta_0(t) \rangle^2 = \langle \theta_0(\infty) \rangle^2 [1 + \exp(-2\epsilon t / \tau_0)] \quad (8)$$

On obtient donc une décroissance exponentielle *classique* de temps caractéristique

$$T_r = \tau_0 / 2\epsilon = \gamma L^2 / 2\pi^2 K_1 \epsilon.$$

### Résultats expérimentaux : trempe éloignée du point critique

Nous avons donc effectué une trempe partant de  $U = 927.65 \text{ mV}_{RMS}$  pour arriver  $U = 800 \text{ mV}_{RMS}$ .

Nous avons alors chercher à ajuster un fit aux temps courts avec l'expression donnée ci dessus avec l'épaisseur de la cellule comme paramètre libre.

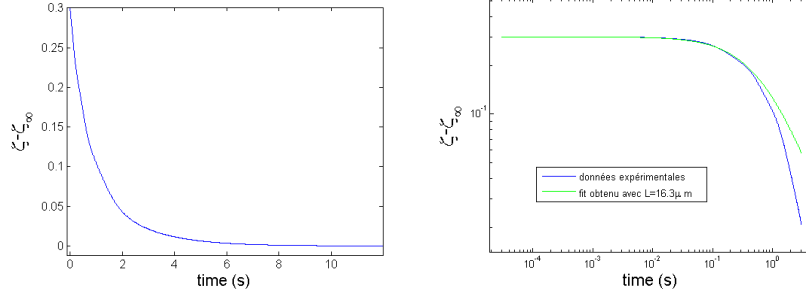


FIG. 14 – a)  $\zeta - \zeta(\infty)$  en fonction du temps b)  $\log(\zeta - \zeta(\infty))$  en fonction du temps ainsi que le fit aux temps courts avec  $L = 16.3 \mu\text{m}$ .

Deux remarques :

- Le fit colle très bien avec les données expérimentales. La théorie semble donc bien s’appliquer à notre système dans cette configuration.
- On remarque que l’on retrouve une épaisseur de la cellule de l’ordre de grandeur de celle obtenue par le fit du diagramme de transition de phase. Cette constatation nous amène à douter du résultat obtenu avec les réponses à un dirac. Il semble y a voir un facteur d’erreur dont on n’arrive pas à retrouver la trace...

### 2.3 Théorème de fluctuation dissipation et aire effective du laser

L’étude du théorème de fluctuation dissipation dans notre système a pour but de vérifier qu’il s’applique bien d’une part (c’est plutôt rassurant !) et de mesurer l’aire effective du laser  $\mathcal{A}$  à laquelle nous n’avons pas accès directement.

#### 2.3.1 Grandeurs mesurées expérimentalement

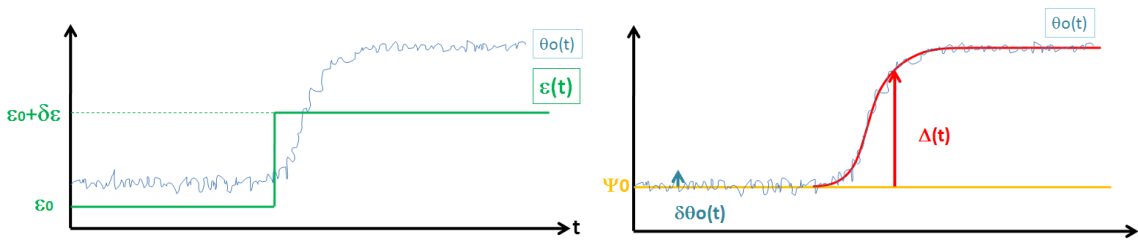


FIG. 15 – Notations utilisées pour le théorème de fluctuation dissipation en régime stationnaire.

Nous avons rappelé au paragraphe 1.3.2 ce théorème qui fait intervenir, avec les notations ci dessus :

- La fonction de réponse de  $\theta$  à un heavyside :  $\chi = \Delta(t) / \Gamma_{ext}$ , avec  $\Gamma_{ext} = 2B\Psi_0(1 - \frac{\Psi_0^2}{2})\delta\epsilon$
- La fonction d’autocorrélation  $C_{\theta_0}(\tau) = \langle \theta_0(0)\theta_0(\tau) \rangle$

Comme nous l’avons déjà écrit, avec ces notations, le théorème de fluctuation dissipation s’écrit :

$$\chi(\tau) = \frac{1}{k_B T} (C_{\theta_0}(0) - C_{\theta_0}(\tau))$$

Comme nous mesurons  $\zeta$  par l’intermédiaire de  $\theta_0^2$ , on montre que l’on a  $\delta\theta_0 = \delta\zeta / 2\Psi_0^2$ , ce qui amène à



$C_{\theta_0} = C_{\delta\zeta}/4\Psi_0^2$  et  $R_{\delta\epsilon} = R_{\zeta,\delta\epsilon}/2\Psi_0^2$ , et permet de réécrire le théorème de fluctuation dissipation comme suit<sup>5</sup> :

$$R_{\zeta,\delta\epsilon} = \frac{B'}{k_B T} (C_\zeta(0) - C_\zeta(\tau)) \quad (9)$$

$$B' = B(1 - \Psi_0^2/2) \quad (10)$$

### 2.3.2 Résultats expérimentaux

Nous avons donc enregistré 100 fichiers, dont 50 comportaient un heavyside, afin de mesurer la fonction de réponse d'une part, et la fonction d'autocorrélation d'autre part.

la fonction de réponse correspond à  $\langle \Delta(\tau)/\delta\epsilon \rangle$ , et la fonction de corrélation correspond à  $\langle \zeta(0)\zeta(t) \rangle$ . Je n'ai pas encore renormalisé ces quantités, je le ferai par la suite.

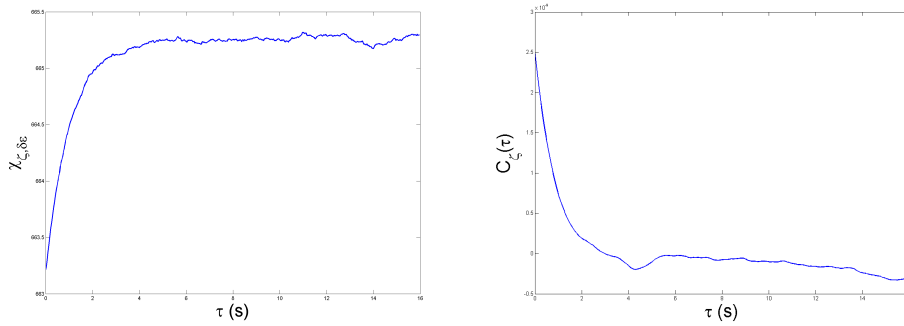


FIG. 16 – Fonctions de réponse et de corrélation en fonction du temps

Je trace ensuite sur un même graphe la fonction de réponse en fonction de la fonction d'autocorrélation. Si le théorème de fluctuation dissipation est correctement vérifié, on doit obtenir une droite de pente :

$$\frac{\mathcal{A}\pi^2 K_1 (1 - \psi_0^2/2)}{4k_B T L}$$

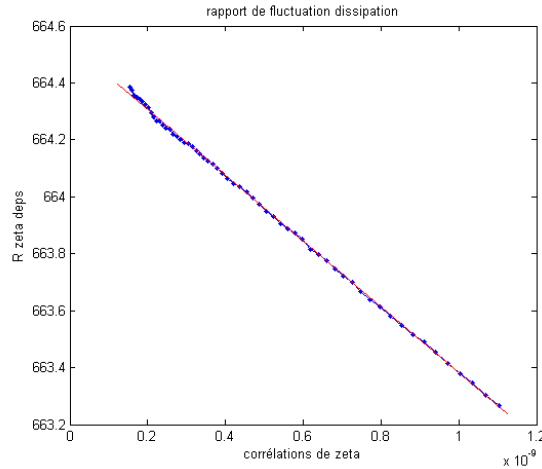


FIG. 17 – Rapport de fluctuation dissipation

<sup>5</sup> $B = \mathcal{A}\pi^2 K_1 / 4L$

Comme on connaît toutes les quantités présentes dans la pente de la droite (rapport de fluctuation dissipation) sauf  $\mathcal{A}$ , on trouve alors :

$$\mathcal{A} = 3.5 \text{ mm}^2$$

Ce résultat est tout à fait cohérent avec le diamètre observé à l'oeil.

Il faudrait cependant mesurer ces quantités en faisant varier  $\epsilon_0$  et  $\delta\epsilon$ . Je l'avais fait, mais j'ai perdu les données brutes que j'avais mal traitées...

### 3 Vieillessement

Maintenant que nous avons caractérisé notre cellule, bien que nous n'ayons pas pu trancher quant à l'épaisseur de la cellule, nous pouvons regarder le comportement du système lors d'une phase de vieillissement. Pour cela, nous allons effectuer une trempe du système, en partant de  $\epsilon = \epsilon_1$  à  $\epsilon = \epsilon_0 < \epsilon_1$  proche du point critique.

On peut, de la même manière que pour le théorème de fluctuation dissipation, définir les fonctions de réponse et fonction de corrélation pour le système relaxant. La subtilité réside dans la présence de 2 temps  $t$  et  $t_w$  :

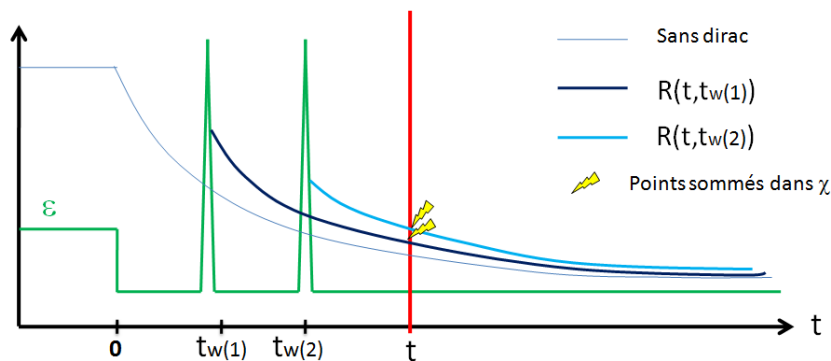


FIG. 18 – Notations utilisées pour la relation de fluctuation dissipation. Le temps  $t_w$  correspondant au temps attendu après la trempe (le  $w$  est là pour wait). Le temps  $t$  correspondant au temps auquel on regarde les propriétés du système,  $t$  est toujours supérieur à  $t_w$ .  $R(t, t_w)$  correspond à la **fonction de réponse** à l'instant  $t$  du système excité par un dirac lors de sa relaxation au temps  $t_w$ .

On peut montrer que le forçage externe vaut  $\delta\epsilon(\langle \theta_0 \rangle_{h=0} - \frac{1}{2} \langle \theta_0 \rangle_{h=0}^3)$

On utilisera alors les temps  $t$  et  $t_w$  dans la fonction de réponse et la fonction de corrélation comme suit :

- Dans le cas de la fonction de réponse, on regardera la réponse du système à l'instant  $t$  à une perturbation qui a eu lieu à l'instant  $t_w < t$  :  $R(t, t_w)$ .
- Dans le cas de la fonction de corrélation, on regardera pour un temps  $t_1$  la corrélation entre  $\Delta(t_1)$  et  $\Delta(t_1 + \tau)$  en regardant  $C(t = t_1 + \tau, t_w = t_1)$  où  $t_w$  est donc fixé, puis pour regarder la fonction de corrélation entre  $\Delta(t_1)$  et  $\Delta(t_1 - \tau)$ , on regardera  $C(t = t_1, t_w = t_1 - \tau)$ , où  $t$  est alors fixé.

La trempe en l'absence de Dirac est représentée en fonction du temps sur la figure 19. C'est elle que l'on soustrait au fichier correspondant à une trempe sans Dirac afin d'obtenir un fichier de fluctuations et ainsi une réalisation de la fonction de corrélation, ou que l'on soustrait au fichier correspondant à une trempe suivie d'un Dirac afin d'obtenir une réalisation de la fonction de réponse associée.

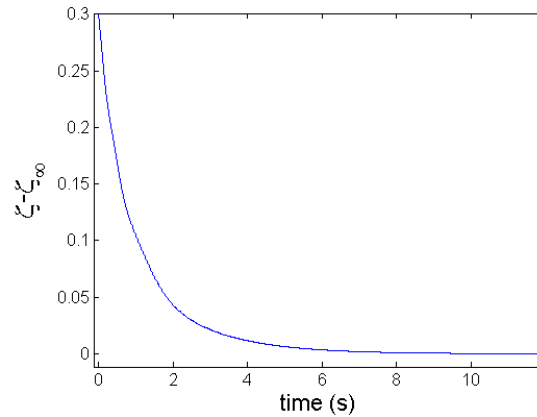


FIG. 19 –  $\zeta - \zeta(\infty)$  en fonction du temps lors d'une trempe près du point critique

### 3.1 Fonction de réponse

Dans ce paragraphe, nous allons détailler la construction de la fonction de réponse intégrée normalisée qui vérifierait le théorème de fluctuation dissipation si l'on était à l'équilibre.

#### Réponse impulsionnelle

Nous allons tout d'abord regarder la réponse impulsionnelle  $R(t, t_w)$  qui correspond à la réponse du système, excité lors de la trempe à un instant  $t_w$ , à un instant  $t$ . Dans la figure ci dessous, on trace les réponses impulsionnelles (non normalisées) toutes les secondes :

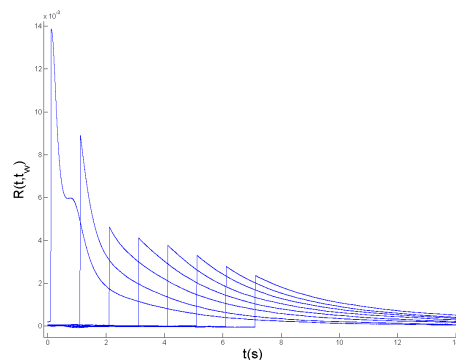


FIG. 20 – Réponse impulsionnelle en fonction du temps

Remarques :

- On note que l'amplitude de la réponse diminue au cours du temps.  
Ce phénomène est normal car l'excitation, que l'on peut montrer être proportionnelle<sup>6</sup> à  $\Psi_0 \propto \langle \theta_0 \rangle^2$  diminue au cours du temps, car  $\Psi_0$  diminue tout au long de la trempe.
- On remarque que la première réponse n'a pas du tout la même forme que les autres, ce phénomène se retrouve sur toutes les réponses impulsionnelles pour  $t_w$  suffisamment proche du départ de la trempe. Je pense que ce phénomène est un artefact dû au fait que l'excitation, proportionnelle à  $\Psi_0$ , n'est pas dans le régime linéaire au début de la trempe. Ceci constitue une grosse limite à l'analyse de mes résultats, je n'avais vérifié avant de lancer les acquisitions que la linéarité des Diracs à  $\epsilon = \epsilon_0$ , soit en fin de trempe.
- J'ai ici présenté la réponse impulsionnelle toutes les secondes à partir de  $t_w = 0.1$  s. Ceci

<sup>6</sup>Nous avons déjà montré que le forçage externe vaut  $\delta\epsilon(\langle \theta_0 \rangle_{h=0} - \frac{1}{2} \langle \theta_0 \rangle_{h=0}^3)$

est évidemment insuffisant pour espérer caractériser le comportement du système qui est particulièrement intéressant aux temps courts. J'ai cependant effectué des acquisitions plus proches du début de la trempe, à intervalles plus courts, mais ces résultats ne sont pas directement exploitables, du fait que  $\epsilon$  est trop grand pour que les Diracs soient dans le régime linéaire.

### Réponse impulsionnelle renormalisée

Dans ce qui suit, nous allons regarder la réponse à des temps discrétisés. Plus particulièrement, nous n'allons faire varier  $t$  que parmi l'ensemble des  $t_w$  correspondant à des instants pour lesquels nous avons une excitation.

Ensuite, pour un  $t$  donné, nous allons regarder la valeur des différentes réponses aux excitations dues à un Dirac en  $t_w < t$ . De cette manière, nous n'avons qu'un point pour le premier temps, indexé par  $it = 1$ , qui correspond à la valeur de la réponse au Dirac ayant eu lieu au même instant. Nous aurons alors 2 points pour  $it = 2$ , etc.

La réponse impulsionnelle discrétisée et renormalisée est tracée sur la figure ci dessous :

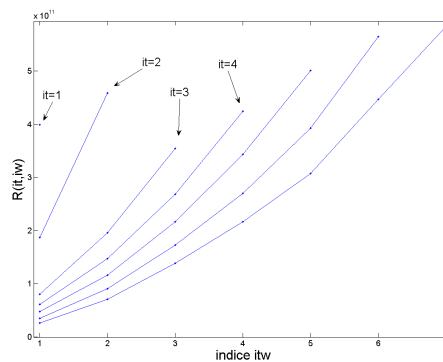


FIG. 21 – Réponse impulsionnelle à  $t$  fixé,  $t_w$  varie entre  $t_w(1)$  et  $t_w(it)$ .

### Réponse intégrée

Nous avons écrit au paragraphe 1.3.2 le théorème en fonction de la réponse intégrée, qu'il était possible d'obtenir directement en régime stationnaire comme la réponse à un heavyside.

Dans notre cas, il va nous falloir intégrer la réponse impulsionnelle :  $\chi(t, t_w) \propto \int_{t_w}^t R(t, t'_w) dt'_w$ . Il s'agit en fait de sommer les points signalés par un petit éclair sur la figure 18 et on obtient :

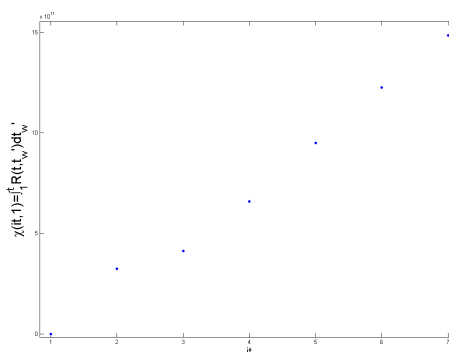


FIG. 22 – Réponse intégrée en fonction de  $it$

Sur cette figure, les points représentent les premiers points de la réponse à un heavyside

(puisqu'il s'agit de la réponse intégrée), mais l'on ne dispose pas de points suffisamment éloignés du début de la trempe pour voir se dessiner la saturation caractéristique.

### 3.2 Fonction d'autocorrélation

Nous obtenons tout d'abord un fichier de fluctuations à partir de la soustraction de la chute moyenne après la trempe à une chute particulière. C'est à partir de ce fichier que nous construisons une réalisation de la fonction d'autocorrélation, que nous moyennons ensuite typiquement sur 500 fichiers.

Du point de vue des notations, nous considérerons toujours  $t > t_w$ . Donc à partir d'un point donné,

- quand il s'agira de se déplacer vers le futur, nous garderons  $t_w$  fixé et nous ferons varier  $t$  vers le futur
- quand il s'agira de se déplacer vers le passé, nous garderons  $t$  fixé, et nous ferons varier  $t_w$  vers le passé

Dans la figure suivante, je trace d'une part la fonction d'autocorrélation du point correspondant à  $time = 5$  s, centrée sur un axe des temps en  $t = 5$  s, d'autre part, cette même fonction d'autocorrélation, en fonction de  $\tau$ , et j'ai replié la partie à  $\tau < 0$  sur celle à  $\tau > 0$  pour plus de lisibilité.

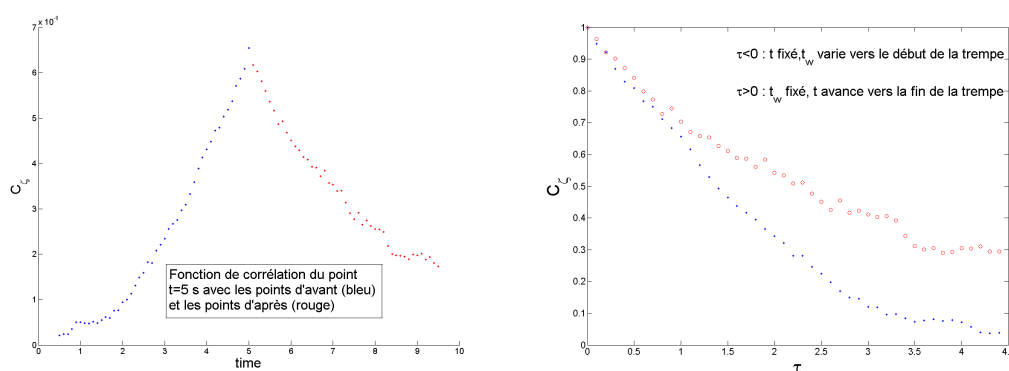


FIG. 23 – a)Fonction d'autocorrélation centrée autour de  $t=5$ s; b)fonction d'autocorrélation repliée sur elle même

Remarques :

- La fonction d'autocorrélation du système vieillissant n'est pas symétrique par renversement du temps. Dans un état hors équilibre, elle n'a de toutes façons aucune raison de l'être.
- Le temps de relaxation pour la fonction d'autocorrélation pour  $\tau > 0$  est plus grand que celui pour  $\tau < 0$ . On peut expliquer cela par le fait que quand le système vieillit, il se rapproche du point critique. Or le temps caractéristique du système  $T_r$  varie inversement proportionnellement avec  $\epsilon$ , et augmente donc quand on se rapproche du point critique. Ce qui semble cohérent avec la figure présentée.

On peut aussi regarder comment évolue la fonction d'autocorrélation (telle que je l'ai présentée ci dessus) au cours du temps :

Remarques :

- Le "pic" de chacune des courbes correspond à la variance au temps de l'abscisse correspondante. Cette variance semble augmenter au cours du temps, ce qui est assez cohérent avec le fait que les fluctuations augmentent quand on se rapproche du point critique.

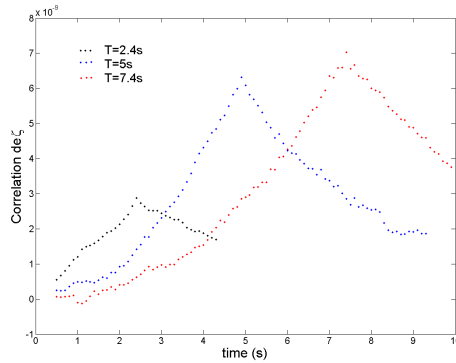


FIG. 24 – Fonction d’autocorrélation centrée autour de  $t=2.4$  s ;  $5$  s ;  $7.4$  s

- Les courbes sont moins asymétriques au fur et à mesure que l’on s’éloigne de l’instant de la trempe. Ce qui est assez logique, puisqu’on se rapproche alors de plus en plus d’un état d’équilibre.

Regardons de plus près la variance :

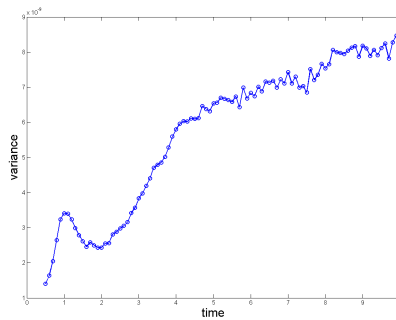


FIG. 25 – Évolution de la variance au cours du temps

Comme on l’a dit dans la remarque précédente, la variance augmente lorsque le temps passe, ce qui est cohérent avec le fait que l’on se rapproche du point critique.

Pour l’oscillation aux temps courts, il semble qu’elle soit liée aux variations des fluctuations en fonction de  $\epsilon$  telles qu’on les voit sur la figure 8.

### Rapport de fluctuation dissipation

Voilà ce que j’obtiens quand je trace le rapport de fluctuation dissipation pour différents  $t$  fixés,  $t_w$  variant entre  $t(1)$  et  $t(it)$ .

L’allure et l’ordre de grandeur sont satisfaisants, cependant il semble que je traîne une légère erreur de normalisation (l’épaisseur de la cellule ?) qui fait que je ne retrouve pas exactement  $k_B T$ .

Le comportement étrange “à gauche” de la figure est dû au fait que l’on ne dispose pas encore d’une statistique suffisamment importante pour le calcul de la fonction de corrélation.

### Conclusion

Lors de ce stage, nous avons mieux compris l’influence de l’ancrage pour obtenir un système le plus modèle possible grâce à la réalisation de cellules présentant différents ancrages. Nos cellules sont plus épaisses et présentent donc des temps caractéristiques plus grands qui nous permettent de regarder la trempe sur un ordre de grandeur de temps de plus que ce

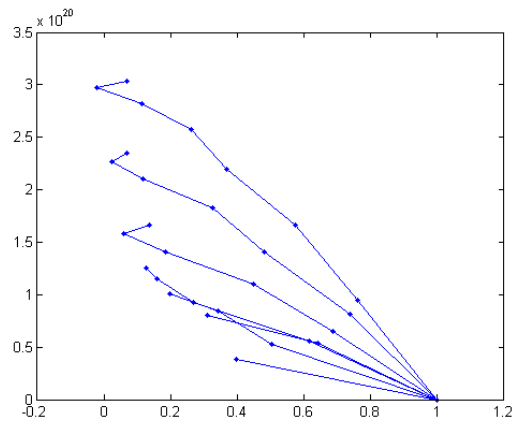


FIG. 26 – Rapport de fdt

qui avait été fait précédemment. Nous avons ainsi précisé le rôle des différents paramètres influençant le système au voisinage du point critique, étude qui doit cependant être développée quantitativement.

Nous avons aussi réalisé un asservissement en température qui nous a permis de stabiliser le point critique et donc de faire des trempes plus proches du point critique.

Enfin, nous avons mis en évidence certaines difficultés liées à la définition de l'épaisseur de la cellule.

En effet, la première mesure de l'épaisseur dans la partie 2.1.2 est une mesure optique qui ne fait intervenir que  $\Delta n$  alors que la mesure dans la partie 2.2.2 la mesure de l'épaisseur fait appel aux paramètres  $K_1$  et  $\gamma$  pour lesquels il faudrait supposer une énorme erreur pour retrouver les résultats précédents... J'ai vérifié que les Diracs étaient dans le régime linéaire. Il doit donc exister un problème plus délicat que pour l'instant nous n'avons pas détecté.

Il sera donc important de mesurer cette épaisseur avant de remplir la cellule de cristal liquide afin de préciser les résultats et les incompatibilités avec le modèle. Une fois ce problème réglé, nous pourrons pleinement comparer le comportement de notre système au modèle en champ moyen.

## A Étapes de la mise en équation de la transition de Fréedericks

Dans cette annexe, je vais résumer les grandes étapes et les hypothèses menant aux équations que nous allons utiliser dans le reste du rapport. Pour plus de détail, se référer par exemple à la thèse de Sylvain JOUBAUD.

Pour procéder à la mise en équation de la transition de Fréedericks, on utilise l'**énergie libre** de Franz qui tient compte de l'énergie élastique du cristal liquide et de l'énergie venant de l'anisotropie diélectrique du cristal. Énergie libre que l'on peut écrire comme suit :

$$F = \int_{\mathcal{V}} dx dy dz (f_{\text{élastique}} + f_{\text{électrique}})$$

### A.1 Mise en équation et comportement moyen

On va, dans ce paragraphe, chercher le comportement moyen<sup>7</sup> du directeur du cristal liquide :  $\vec{n}$ . Le vecteur  $\vec{n}$  est décrit en coordonnées sphériques par son angle azimuthal  $\varphi$  et son angle polaire  $\theta$ .

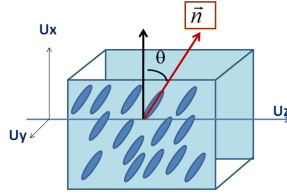


FIG. 27 – Notations

La présence du champ électrique  $\vec{E}$ , dirigé suivant  $\vec{u}_z$ , n'affecte pas l'angle  $\varphi$ . On peut donc restreindre notre étude à l'angle  $\theta$ .

- La première hypothèse consiste à négliger les effets de bords et ne considérer donc que les variations de  $\theta$  selon  $z$  :  $\theta(x, y, z) = \theta(z)$ . Sous cette hypothèse, on peut alors simplifier l'expression de l'énergie libre pour arriver à une expression qui ne fait intervenir que  $\sin^2(\theta)$  et  $\frac{d\theta}{dz}$ .
- **La minimisation de cette énergie libre** vis à vis de  $\theta$  conduit à une équation qui peut être intégrée en tenant compte des conditions aux limites (**ancrage parallèle à  $\vec{u}_x$  aux bords**), pour donner<sup>8</sup> :

$$\frac{d\theta}{dz} = \pm \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a E^2}{K1} \left( \frac{\sin(\theta^*)^2 - \sin(\theta)^2}{1 + \kappa \sin(\theta)^2} \right)}$$

- $\theta^*$  représente le maximum de l'angle  $\theta(z)$ , il est fonction de la tension  $V$  appliqué aux bornes de la cellule.  
Il existe alors une tension seuil appelée  $V_c$  pour  $V$  critique telle que  $\theta^*$  est nul pour  $V > V_c$  et croit ensuite pour plafonner à sa valeur maximale  $\pi/2$ .
- $\theta(z)$  représente la distribution spatiale de  $\theta$  qui varie entre 0 au bord et  $\theta^*(V)$  au milieu de la cellule.
- Il n'est pas possible d'obtenir une expression explicite de  $\theta(z)$  en fonction de  $z$ . On peut cependant obtenir  $\theta(z)$  numériquement par inversion d'une grosse formule.

<sup>7</sup>i.e. on néglige les fluctuations thermiques

<sup>8</sup> $\epsilon_0$  : permittivité diélectrique du vide ;  $\epsilon_a =$  ;  $\kappa$  : rapport des constantes élastiques =



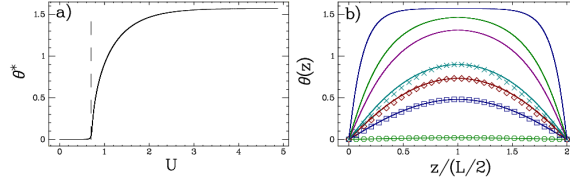


FIG. 28 –  $\theta(z)$  obtenu par inversion numérique. L'image est tirée de la thèse [8]

Pour obtenir une expression manipulable de  $\theta$ , on peut utiliser le fait que  $\theta(z)$  est "périodique" (grâce à l'ancrage fort,  $\theta = 0$  aux deux parois) et **développer  $\theta$  en série de Fourier** :

$$\theta(z) = \sum_m \theta_m \sin(m\pi z/L)$$

En superposant le premier mode aux calculs numériques *complets* de  $\theta(z)$ , on remarque que le premier mode colle très bien au calcul numérique jusqu'à des valeurs de  $V$  telles que  $V - V_c < 0.3 V$ .

On peut donc, si l'on reste suffisamment proche de du point critique **approximer  $\theta(z)$  par le premier terme de son développement en série de Fourier** :

$$\theta \approx \theta_0 \sin(\pi z/L)$$

Dans cette approximation, l'angle  $\theta_0$  **reste petit devant 1**.

- Maintenant que l'on a une expression explicite de  $\theta(z)$ , on peut regarder l'évolution du premier mode en regardant l'évolution de son amplitude :  $\theta_0$ . Pour cela, on réinjecte l'expression de  $\theta$  dans l'énergie libre, et **on intègre selon  $z$**  pour obtenir une fonction qui ne dépende que de  $\theta_0$ . On obtient à l'ordre 1 en  $\theta$  :

$$\int dz f = \frac{\pi^2 K_1}{4L} \left[ -\epsilon \theta_0^2 + \frac{1}{4}(\kappa + \epsilon + 1)\theta_0^4 \right]$$

Avec  $U_c = \pi \sqrt{\frac{K_1}{\epsilon_0 \epsilon_a}}$  et  $\epsilon = \frac{U^2}{U_c^2} - 1$ .

On retrouve alors l'expression typique d'une énergie libre à la Landau caractérisant une transition du second ordre.

## A.2 Comportement dynamique

Pour obtenir le comportement dynamique du moment  $\theta_0$ , il faut faire le bilan des couples auxquels il est soumis :

- Un couple élastique  $\vec{\Gamma}^{elast}$
- Un couple électrique  $\vec{\Gamma}^{elec}$
- Un couple visqueux  $\vec{\Gamma}^{visqueux} = -\gamma \vec{n} \Delta \frac{\partial \vec{n}}{\partial t}$

Dans l'approximation que nous avons développée précédemment, l'équation d'équilibre des couples se réduit à  $\tau_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial t} = \epsilon \theta - \frac{1}{2}(\kappa + \epsilon + 1)\theta^3$  où  $\tau_0 = \frac{\gamma L^2}{\pi^2 K_1}$  est le temps caractéristique du système.

On peut alors prendre en compte les fluctuations thermiques par une approche menant à une équation de type Langevin (\*\*san miguel 85\*\*), et on obtient

$$\tau_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial t} = \epsilon \theta - \frac{1}{2}(\kappa + \epsilon + 1)\theta^3 + \eta(t)$$

## B Données caractéristiques du montage expérimental

Valeurs tabulées :

$\lambda$	Longueur d'onde du laser	632.8 nm
$n_o$	Indice ordinaire	1.5309
$n_e$	Indice extraordinaire	1.7063
$K_1$		$6.4 \cdot 10^{-12} \text{N}$
$\kappa$	$\kappa = (K_3 - K_1) / K_1$	0.5625
$\gamma$	viscosité	81 cP

## Références

- [1] H. Eugene Stanley. *Introduction to phase transition and critical phenomena*. Oxford science publications.
- [2] P. Oswald and P. Pieranski. *Nematic and cholesteric liquid crystals*. Taylor and Francis.
- [3] J. Cognard. Alignment of liquid crystals and their mixtures. *Molecular crystals and liquid crystals supplement series*, 1(1).
- [4] M. San Miguel. Nematic liquid crystal in a stochastic magnetic field : spatial correlations. *Physical Review A*, 32(3811), 1985.
- [5] Ludovic Bellon. *Intermittence pendant le vieillissement et rapport fluctuation dissipation*. PhD thesis, École normale supérieure de Lyon, 2003.
- [6] Claire Gu Pochi Yeh. *Optics of liquid crystal displays*.
- [7] H. Boubaker L. Bellon, S. Ciliberto and L. Guyon. Differential interferometry with a complex contrast. *Optics communication*, 207(49-56).
- [8] Sylvain Joubaud. *Fluctuations dans les systèmes hors d'équilibre*. PhD thesis, 2008.
- [9] Iain W. Stewart. *The static and dynamic continuum theory of liquid crystals*. Taylor and Francis, 2004.