



MASTER SCIENCE DE LA MATIÈRE
École Normale Supérieure de Lyon
Université Claude Bernard Lyon I

Stage 2010–2011
Joévin Giboudot
M2 Physique

Pertes d'énergie d'astroparticules dans un contexte cosmologique

Résumé : *Ce rapport introduit le lien entre la cosmologie et la physique des particules : l'astrophysique. On va montrer comment des données cosmologiques et astronomiques permettent de poser des contraintes sur la nouvelle physique au-delà du modèle standard en physique des particules. Pour ce faire, on commencera par faire un descriptif des notions de base dans les domaines de : la cosmologie, la physique des particules et celui des astroparticules. Ensuite on fera une classification des processus d'interaction électromagnétique prédominants de rayons gamma hautement énergétiques avec un bain de photons ou avec de la matière froide. On écrira, pour chaque processus, les formules analytiques des profondeurs optiques et des probabilités de diffusion en fonction de l'énergie et du redshift. On pourra alors tracer une figure montrant quel processus d'interaction domine à une certaine époque et à une certaine énergie. Finalement on expliquera comment on peut poser des contraintes sur la masse ou sur le temps de désintégration de certaines particules grâce à la Nucléosynthèse Primordiale ou au fond diffus cosmologique.*

Mots clefs : *cosmologie, astroparticules, BBN, CMB, rayons gamma, processus d'interaction*

Stage encadré par :

Pasquale D. Serpico

serpico@lapp.in2p3.fr / tél. (+33) 4 50 09 16 86

Laboratoire d'Annecy-le-Vieux de Physique Théorique

9, chemin de Bellevue

B.P. 110

74 941 Annecy-le-Vieux Cedex

<http://lapth.in2p3.fr/>



jeudi 1er septembre

Table des matières

Chapitre 1 — Notions de base.....	1
1.1 Cosmologie	1
1.1.1 Paramètres cosmologiques	1
1.1.2 Histoire de l’Univers	3
1.2 Physique des particules	4
1.2.1 Paramètres et concepts	4
1.2.2 La Supersymétrie	6
1.3 Astroparticules	6
1.3.1 Paramètres de la physique des astroparticules	7
1.3.2 Le projet	7
Chapitre 2 — Classification des processus d’interaction.....	8
2.1 Processus d’interaction	8
2.1.1 Formalisme général	8
2.1.2 Photoionisation	9
2.1.3 Diffusion Compton sur matière froide	10
2.1.4 Création de paires photon-matière	11
2.1.5 Diffusion photon-photon	12
2.1.6 Création de paires sur photons	12
2.1.7 Création de paires doubles sur photons	13
2.2 Importance relative des différents processus	13
Chapitre 3 — Processus d’interaction et Cosmologie.....	16
3.1 Concept de cascade électromagnétique	16
3.2 Contraintes dues à la BBN	17
3.3 Contraintes dues au CMB	19
Annexe A — Valeurs numériques des constantes.....	A-1
Annexe B — Détails du calcul des régions I et Ia	B-1
Annexe C — Description de la cascade électromagnétique.....	C-1

Remerciements

Je souhaite remercier mon maître de stage M. Pasquale Serpico pour sa gentillesse et sa bienveillance. Je souhaiterais également remercier tout le personnel du Laph pour sa convivialité.

Chapitre 1

Notions de base

Cette section a pour but d'introduire des notions de la Cosmologie et de la Physique des Particules qui nous seront utiles par la suite pour pouvoir développer le sujet principal du stage qui est la perte d'énergie de particules à une époque donnée.

1.1 Cosmologie

La cosmologie a connu son plus gros développement au cours du XXe siècle avec, entre autres, la venue de la relativité générale. Ces théories nous ont permis de mieux comprendre le passé et le futur de notre Univers. On va dans un premier temps définir des paramètres cosmologiques pour ensuite faire un résumé de l'histoire de l'Univers.

1.1.1 Paramètres cosmologiques

La cosmologie moderne utilise beaucoup de paramètres pour décrire notre Univers. On va se contenter ici de décrire uniquement ceux qui nous seront nécessaires à une bonne compréhension du sujet. Nous allons utiliser le *Modèle Standard de la Cosmologie* qui stipule que l'Univers a été créé à la suite du Big-Bang et qu'il est homogène et isotrope à grande échelle.

En 1929, en observant ce que l'on pensait être, à l'époque, des nébuleuses, Edwin Hubble découvre que l'Univers est en expansion. Il postule alors la loi de Hubble qui énonce que les galaxies s'éloignent les unes des autres à une vitesse proportionnelle à leur distance. Ce qui signifie que plus une galaxie est loin de nous, plus elle semble s'éloigner rapidement. La constante de proportionnalité reliant la vitesse de fuite et la distance s'appelle le paramètre de Hubble H . Grâce, entre autres, à la relativité générale, le modèle standard de la cosmologie nous dit que ce paramètre dépend du temps et est défini comme :

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (1.1)$$

où $a(t)$ est ce que l'on appelle le facteur d'échelle correspondant à un facteur d'expansion de l'Univers, mais c'est sa variation $\dot{a}(t)$ qui nous apporte le plus d'informations sur la physique de l'Univers. La valeur du paramètre de Hubble et du facteur d'échelle aujourd'hui sont notées $H_0 = 70.4^{+1.3}_{-1.4}$ km/s/Mpc et $a(t_0) = 1$ (par convention) respectivement, et avec $t_0 = 13.75 \pm 0.11$ Gyr l'âge de l'Univers [1].

Dû à l'expansion de l'Univers, les photons émis par des objets lointains vont subir une augmentation de leurs longueurs d'onde sur les trajets qui les mènent jusqu'à la Terre. Autrement dit en observant un objet dans le ciel, on verra que son spectre subit un décalage vers le rouge. Cette quantité se mesure et se nomme redshift z . En partant de l'équation des géodésiques des photons se mouvant dans l'Univers, on obtient la définition suivante du redshift :

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{a(t_r)}{a(t_e)} - 1, \quad (1.2)$$

où t_e est le temps auquel le photon est émis et t_r le temps auquel le photon est reçu. Donc pour un objet observé aujourd'hui, le redshift s'écrit :

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} - 1. \quad (1.3)$$

On va par la suite utiliser le redshift comme une indication de temps, c'est-à-dire que l'on dira par exemple que la réionisation de l'Univers s'est déroulé à un redshift $z_{ri} = 10.4$.

On va maintenant parler de la composition de l'Univers et du lien avec son évolution. En partant des équations d'Einstein et en considérant l'Univers rempli d'un fluide de densité d'énergie homogène $\rho(t)$, on peut écrire la loi de Friedmann reliant l'évolution du facteur d'échelle et la composition et la structure de l'Univers

$$H^2 = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \quad (1.4)$$

avec k la courbure spatiale¹, \mathcal{G} la constante de gravitation universelle et c la célérité de la lumière. La densité d'énergie ρ peut se séparer en deux contributions : la matière non-relativiste ρ_M et la matière ultra-relativiste ρ_R (ou radiation). Les équations restent encore valables si on ajoute une constante cosmologique Λ , c'est-à-dire un fluide ayant une densité constante dans le temps :

$$H^2 = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3}\rho_R + \frac{8\pi\mathcal{G}}{3}\rho_M - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (1.5)$$

Les identités de Bianchi qui sont des relations mathématiques, appliquées aux équations d'Einstein nous permettent d'écrire une équation qui n'est autre que la conservation de l'énergie du fluide cosmologique emplissant l'Univers :

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p), \quad (1.6)$$

avec p la pression du fluide cosmologique. Cette relation nous permet de suivre l'évolution d'un fluide par exemple dominé par de la matière non-relativiste. Dans ce cas l'énergie cinétique des particules le constituant est négligeable et donc la pression est nulle. Il vient alors $\dot{\rho}_R = -3\frac{\dot{a}}{a}\rho_R \implies \rho_R \propto a^{-3}$. Pour le cas d'un fluide dominé par de la radiation, l'équation d'état du fluide s'écrit $\rho = 3p$, il vient donc $\rho_M \propto a^{-4}$. On voit alors que les termes du membre de droite de l'équation (1.5) sont classés par ordre chronologique de domination avec comme instant initial le temps de Planck. Autrement dit, l'Univers est dominé dans les premiers instants par de la radiation car quand $a \rightarrow 0$ c'est le premier terme du membre de droite se comportant comme a^{-4} qui va dominer. S'ensuit une période de domination de la matière non-relativiste a^{-3} , puis domination de la courbure a^{-2} et finalement la constante cosmologique a^0 .

On voit que le futur de l'Univers est directement lié à l'existence d'une constante cosmologique. Si cette constante est exactement 0 alors c'est la courbure qui régira l'évolution future et alors si $k > 0$ l'Univers se recontractera et on aura ce que l'on appelle un Big Crunch. Par contre si $k \leq 0$ on aura une expansion décélérée éternelle de l'Univers. Au contraire si $\Lambda \neq 0$ alors l'Univers suivra une expansion accélérée éternelle.

Pour connaître l'évolution futur et passé de l'Univers il doit suffire de mesurer les densités actuelles de radiation, de matière et de Λ et aussi de mesurer H_0 . Ensuite grâce à l'équation de Friedmann on va pouvoir extrapoler la valeur de $a(t)$ à n'importe quel instant. Réécrivons l'équation de Friedmann, en l'évaluant aujourd'hui et en la divisant par H_0^2 , il vient :

$$1 = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3H_0^2}(\rho_R^0 + \rho_M^0) - \frac{kc^2}{a_0^2 H_0^2} + \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}, \quad (1.7)$$

où l'indice supérieur 0 signifie évaluée aujourd'hui. On peut donc écrire l'équation du budget de matière de l'Univers :

$$\Omega_R + \Omega_M + \Omega_k + \Omega_\Lambda = 1, \quad (1.8)$$

avec $\Omega_R = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3H_0^2}\rho_R^0$, $\Omega_M = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3H_0^2}\rho_M^0$, $\Omega_k = -\frac{kc^2}{a_0^2 H_0^2}$ et $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$. En cosmologie on a l'habitude de définir la densité critique² $\rho_c(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi\mathcal{G}}$ ce qui nous permet de réécrire les quantités précédentes comme :

$$\Omega_x = \frac{\rho_x^0}{\rho_c^0}, \quad (1.9)$$

où $x = R, M$ ou Λ

On peut également définir d'autres paramètres cosmologiques reliés aux précédents. En fait l'Univers est constitué : d'énergie noire, de matière noire, de matière baryonique (Hydrogène et Hélium libre) et d'étoiles, neutrinos et éléments lourds. L'énergie noire, directement reliée à la constante cosmologique

1. L'Univers peut être plat (ou Euclidien) si $k = 0$, sphérique si $k > 0$ et hyperbolique si $k < 0$. Les dernières données de la sonde WMAP ([1], [2]) qui est destinée à l'étude de l'anisotropie du fond diffus cosmologique, nous prédisent un univers plat, $k \approx 0$.

2. La densité critique évaluée aujourd'hui est égale à $\rho_c^0 = 9.30 \times 10^{-27} \text{ kg.m}^{-3}$ en prenant $H_0 = 70.4 \text{ km/s/Mpc} = 2.28 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$.

serait responsable de l'accélération de l'expansion de l'Univers. Les dernières données ([1]-[2]) prédisent que $\Omega_\Lambda = 0.728^{+0.015}_{-0.016}$. L'existence de la matière noire a été déduite en premier lieu par l'étude de la dispersion de vitesse au sein de l'amas de Coma par Fritz Zwicky en 1933. Cette matière serait de la matière non-baryonique très lourde interagissant faiblement avec son environnement, d'où sa difficulté à la détecter. On aurait $\Omega_{cdm} = 0.227 \pm 0.014$, avec $cdm = \text{cold dark matter}$ qui signifie que la matière noire serait de nature non-relativiste. Et finalement on a la matière ordinaire (baryonique), $\Omega_b = 0.0456 \pm 0.0016$. On définit $\Omega_m = \Omega_M + \Omega_R \approx \Omega_{cdm} + \Omega_b \approx 0.2726 \pm 0.0030$ qui est la fraction de la densité critique qui n'est pas de l'énergie noire et où on a supposé que $\Omega_k \approx 0$. On appelle Ω_m également la fraction de matière de la densité critique. Cette matière est constituée essentiellement de matière noire non-baryonique car la hauteur relative des pics Doppler du CMB ainsi que la nucléosynthèse primordiale conduisent à une abondance baryonique Ω_b qui n'est donc d'environ que de 16% de Ω_m .

1.1.2 Histoire de l'Univers

On va retracer les différentes grandes étapes de l'histoire de l'Univers et on apportera une attention particulière aux étapes importantes pour la suite du rapport. On donnera pour chaque ère, le temps par rapport au Big-Bang pour faciliter la lecture. Cependant le temps est dérivé de la température qui est directement reliée à l'énergie. Grâce à la physique des particules on sait quelle est l'énergie nécessaire pour qu'une réaction puisse se produire. La relation entre temps et température se dérive des équations (1.5) et (1.6) mais elle dépend du régime dans lequel on se situe. Par exemple pour le cas du régime de domination de la radiation on sait que l'équation d'état du fluide s'écrit $p_R = \frac{\rho_R}{3}$ et que l'équation de Friedmann se simplifie en $H \approx \left(\frac{8\pi\mathcal{G}}{3}\rho_R\right)^{1/2}$ puisque c'est la radiation qui domine. On sait également grâce à la physique statistique que la densité d'énergie s'écrit pour un fluide d'espèce relativiste $\rho_R = \frac{\pi^2}{30}g_*T^4$, où g_* compte le nombre total de degré de dégénérescence. En remplaçant toutes ces quantités dans (1.6), en intégrant et en considérant le Big-Bang comme une singularité où la densité d'énergie est infinie, on trouve

$$t = \frac{1}{2} \left(\frac{8\pi\mathcal{G}}{3}\right)^{-1/2} \left(\frac{\pi^2}{30}g_*T^4\right)^{-1/2} \quad (1.10)$$

Cette équation n'est valide que jusqu'à l'égalité matière-radiation. Ensuite les expressions des densités d'énergies et les simplifications de l'équation de Friedmann changent et on obtient de la même manière une relation temps-température pour la période de domination de la matière.

L'ère de Planck - De 0 à 10^{-43} seconde

C'est l'ère qui s'étend du Big-Bang au **Mur de Planck**! Les lois de la physique à cette date nous sont encore inconnues. L'Univers a une température de 10^{42} K à la fin de l'ère de Planck.

L'ère de la Grande Unification - Entre 10^{-43} et 10^{-36} seconde

Cet ère est encore très spéculative, la physique de cette époque n'est pas encore bien connue. On suppose qu'il y a eu une grande brisure de symétrie, la gravitation se serait alors différenciée des autres interactions. À partir du temps de Planck, l'Univers serait alors gouverné par les lois usuelles de la physique. Ensuite il se refroidit dû à son expansion et atteint une température de 10^{27} K.

L'ère électrofaible - Entre 10^{-36} et 10^{-12} seconde

L'interaction nucléaire forte se sépare de l'interaction électrofaible (= unification de l'interaction faible et de l'électromagnétisme). $T = 10^{15}$ K. Durant les premiers instants de l'ère électrofaible il semblerait que l'on ait une période d'inflation, durant laquelle le facteur d'échelle $a(t)$ croîtrait anormalement vite. À la fin de cette période, l'Univers est alors dominé par la radiation.

L'ère des quarks, des hadrons et des leptons - Entre 10^{-12} et 10 secondes

Deux des interactions fondamentales se séparent : l'interaction nucléaire faible et l'électromagnétisme donnant ainsi les quatre forces séparées que nous connaissons aujourd'hui. Toutes les particules fondamentales acquièrent une masse par le mécanisme de Higgs. L'Univers qui était constitué d'un plasma de quarks-gluons va former des hadrons qui par la suite avec la diminution de la température vont s'annihiler avec des anti-hadrons.

L'ère des photons - Entre 10 secondes et 380 000 ans

Vient ensuite l'ère des photons. Après l'annihilation mutuelle de la plupart des leptons et anti-leptons à la fin de l'ère des leptons, l'énergie de l'Univers est dominée par les photons. Ces photons sont encore en interaction fréquente avec des protons, des électrons, et des noyaux atomiques, et ils continuent ainsi pendant les 380 000 ans qui suivent.

Entre 3 et 20 minutes après le Big-Bang, il se déroule la Nucléosynthèse Primordiale (BBN = *Big Bang Nucleosynthesis*). L'Univers atteint une température qui permet aux noyaux de rester formés sans être dissociés. On a alors pendant 17 minutes des réactions de fusion nucléaire entre les protons et les neutrons. Après ce temps la température et la densité de l'Univers est trop basse pour permettre à la fusion nucléaire de continuer. À ce moment-là, l'Univers contient environ 3 fois plus de matière sous forme d'hydrogène que d'hélium-4 et seulement quelques traces d'autres noyaux. La température de l'Univers est alors de $T = 3 \cdot 10^9$ K.

L'expansion de l'Univers va faire que la température des photons va diminuer jusqu'à atteindre un instant où la densité de matière non-relativiste et celle des rayonnements relativistes sont égales. D'après les dernières mesures de WMAP [1], cet instant se situe à un redshift $z_{eq} = 3232 \pm 87$. C'est ce que l'on appelle le moment de *l'égalité matière-radiation*.

Finalement la température du bain thermique arrive à une valeur qui permet aux ions de capturer les électrons libres, on parle de *recombinaison* bien que cela soit la première fois que les électrons se combinent aux noyaux. À partir de ce moment les photons du bain thermique ne subissent plus d'interaction et peuvent alors circuler librement. L'Univers devient alors transparent et garde une "photographie" de cet instant : le fond diffus cosmologique (CMB = *Cosmic Microwave Background*). WMAP nous donne pour l'instant d'émission du CMB, $t_* = 377730^{+3205}_{-3200}$ ans et pour le redshift $z_* = 1090.89^{+0.68}_{-0.69}$. La température de l'Univers est alors de $T \approx 3000$ K.

L'ère de la formation des structures - Entre 150 000 000 millions d'années et 13.75 milliards d'années

De 150 millions à 1 milliard d'années l'Univers subirait une réionisation dû à la formation des premiers quasars qui émettraient un rayonnement intense qui réioniserait l'Univers alentour. Le redshift de la réionisation est de $z_{ri} = 10.4 \pm 1.2$.

Ensuite les étoiles, les galaxies, les groupes, les amas et les superamas se forment respectivement chronologiquement pour former l'Univers constitué de grandes structures tel que nous le connaissons aujourd'hui. Le rayonnement de photons s'est refroidi depuis la date de son émission pour arriver à une température de $T_{CMB} = T_0 = 2.725 \pm 0.002$ K [3]. On définit cette température comme celle de l'Univers.

Les rappels concernant la cosmologie sont terminés et on va maintenant passer à ceux de la physique des particules qui seront quant à eux bien moins conséquents que leurs prédécesseurs.

1.2 Physique des particules

On va d'abord dans cette section, introduire des concepts et des paramètres de la physique des particules, puis faire une brève introduction à la théorie de la supersymétrie.

1.2.1 Paramètres et concepts

Pour définir les différents paramètres utiles de la physique des particules on se place dans un espace à 4 dimensions avec trois dimensions d'espace et une de temps. On ne rentrera pas en détail dans le formalisme de la relativité restreinte mais on va juste définir un objet qui s'appelle la quadri-impulsion qui est une généralisation des vecteurs à 3-dimensions en 4-vecteur dans un espace à 4-dimensions. La quadri-impulsion d'une particule est définie comme :

$$P^\mu = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p} \right), \quad (1.11)$$

où E est l'énergie, \mathbf{p} la 3-impulsion classique³ et c la vitesse de la lumière. μ est un indice pouvant varier donc de 0 à 3 (par convention la dimension de temps a comme indice 0). La relativité restreinte postulée en 1905 par Einstein nous dit qu'il n'existe pas de référentiel privilégié. Donc pour calculer la 4-impulsion

3. On prendra la convention ici de noter les vecteurs habituels à 3-dimensions en gras.

on peut se placer dans le référentiel du centre de masse sans que cela ne modifie la physique qu'il y a derrière. Le référentiel du centre de masse est par définition le référentiel dans lequel la 3-impulsion de la particule ou la somme des 3-impulsions des particules que l'on étudie est nulle. On a donc

$$P^\mu = \left(\frac{\sqrt{s}}{c}, \mathbf{0} \right), \quad (1.12)$$

où s est la variable de Mandelstam définie comme l'énergie au carré de la particule dans le centre de masse.

Un autre domaine important est celui des collisions entre les particules. Les observables expérimentales les plus importantes sont la section efficace (σ) pour la diffusion, et le temps de vie (τ) et la largeur de désintégration (Γ) pour la désintégration. La section efficace est une grandeur physique reliée à la probabilité d'interaction d'une particule pour une réaction donnée. Pour expliquer rapidement ce concept, considérons un faisceau de particules identiques sur une cible.

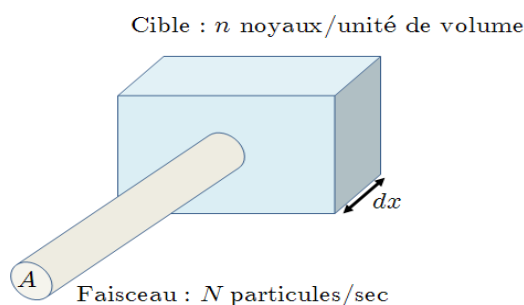


Figure 1.1: Section efficace

Le nombre de cibles dans le volume sous-tendu par la surface A est égale à $N_c = nAdx$. Le flux incident s'écrit comme $\Phi = N/A$. Le nombre de particules diffusés par unité de temps est $N_d = \Gamma N_c$. La section efficace s'exprime alors comme

$$\sigma = \frac{\Gamma}{\Phi} = \frac{\text{Nombres de particules diffusés/sec}}{N_c \Phi} = \frac{N_d}{N_c \Phi}. \quad (1.13)$$

L'unité de la section efficace est le *barn* (b) = 10^{-24} cm².

Pour les désintégrations on s'intéresse au temps de vie τ ou autrement appelé durée de vie moyenne des particules. Si on a un échantillon contenant N particules à l'instant t qui suit la loi de décroissance radioactive $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$ avec λ la constante de désintégration (en s⁻¹), alors la solution de cette équation différentielle s'écrit

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1.14)$$

avec N_0 le nombre de particules dans l'échantillon à l'instant initial $t = 0$ et τ le temps de vie (mesuré dans le référentiel propre de la particule).

L'état d'une particule instable n'est pas un état stationnaire; ce n'est pas un état propre du hamiltonien⁴. L'énergie au repos - c'est-à-dire la masse - d'une particule instable est donc définie avec une incertitude⁵

$$\Gamma \equiv \frac{\hbar}{\tau}, \quad (1.15)$$

que l'on appelle la largeur de la particule.

On va maintenant faire une courte section d'introduction à une théorie relativement nouvelle : la *Supersymétrie* (*Susy*).

4. Le hamiltonien est un opérateur de la mécanique quantique qui décrit l'évolution de l'énergie du système dans le temps.

5. Ceci vient du principe d'incertitude temps-énergie $\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar$ de la mécanique quantique.

1.2.2 La Supersymétrie

La physique des particules possède également, comme la cosmologie, un modèle de référence dans lequel est défini et est décrit l'ensemble des particules élémentaires qui constituent la matière. Cette théorie est appelée le *Modèle Standard de la Physique des Particules* et a été postulée dans le milieu des années 70. Elle stipule que l'Univers est constitué de 12 particules fondamentales (et de ses 12 antiparticules respectives qui font toutes partie du groupe des fermions) : 6 leptons (électron e^- , muon μ^- , tau τ^- , neutrino-électron ν_e , neutrino-muon ν_μ et le neutrino-tau ν_τ) et 6 quarks (up u , down d , charm c , strange s , top t et bottom b) et de 3 sortes de bosons de jauge (bosons responsables de véhiculer les interactions faible, forte et électromagnétique) : le photon γ (interaction électromagnétique), les bosons W et Z_0 (interaction faible), les gluons (interaction forte). Le modèle standard de la physique des particules a été presque entièrement construit grâce aux concepts de symétrie et d'invariance.

Cependant les physiciens dans la deuxième moitié du XXe siècle ont réussi en cherchant à étendre l'algèbre de Poincaré⁶ à rajouter une symétrie appelée la Supersymétrie. On va alors au-delà du modèle standard en effectuant une extension du modèle.

Cette extension du modèle confère à chaque particule un superpartenaire. Tous les fermions qui sont par définition des particules de spin demi-entier se voient, par symétrie, avoir un superpartenaire de type bosonique, c'est-à-dire avec un spin entier et réciproquement pour les superpartenaires des particules bosoniques. Par exemple, on associe à l'électron e^- , particule fondamentale de spin 1/2 et de charge e , le superpartenaire dénommé Sélectron \tilde{e}^- qui est une particule de spin 0 avec la même charge et la même masse que l'électron.

N'observant aucune particule supersymétrique jusqu'à ce jour, force est d'admettre que la supersymétrie est brisée à une échelle typique Ξ fixant la masse des partenaires supersymétriques. L'intérêt pour la supersymétrie redoubla quand on s'aperçut qu'elle permettait de résoudre le problème de la hiérarchie. Si l'on essaie en effet d'unifier les interactions électro-faibles avec les interactions fortes, l'échelle naturelle d'unification est très élevée et vaut $\simeq 10^{15} - 10^{16}$ GeV. Dans le cadre de ces théories grand-unifiées, la masse du boson de Higgs⁷ se retrouvait renormalisée par les corrections quantiques et prenait une valeur de l'ordre de l'échelle grand-unifiée. On risquait donc de se retrouver avec un boson Z_0 ou W , issu de la brisure électro-faible, de masse voisine de $\simeq 10^{15} - 10^{16}$ GeV. Or, si la supersymétrie est réalisée au dessus d'une échelle Ξ , la co-existence de boucles fermioniques et scalaires dans les diagrammes responsables de la renormalisation de la masse m_H du Higgs et surtout l'annulation réciproque de ces boucles conduisent à $m_H \simeq \Xi$. En prenant une échelle de brisure Ξ de la supersymétrie de l'ordre de 100 GeV à 1 TeV, on permet au Higgs de rester léger. Dans le modèle supersymétrique standard, la masse des particules supersymétriques est de l'ordre de grandeur de l'échelle de brisure Ξ . Ce modèle d'extension comprenant la brisure de supersymétrie s'appelle le *Modèle Standard Supersymétrique Minimale (MSSM)*.

La particule supersymétrique la plus légère est encore à l'heure actuelle un bon candidat de particule de matière noire. Comme on va le voir dans la prochaine section la désintégration d'une telle particule lourde pourrait conduire à des rayonnements très énergétiques qui ces derniers interagiraient avec le milieu environnant. On a donc un lien direct entre la *Susy* et la physique des astroparticules.

1.3 Astroparticules

La physique des astroparticules est un domaine relativement nouveau qui fait le lien entre la cosmologie, la physique des particules et l'astronomie. Notre approche se restreindra à l'étude de la physique des particules et de la cosmologie. Pour citer quelques exemples des recherches actives de ce domaine on peut nommer l'astronomie gamma (étude du cosmos grâce aux rayons gamma), les monopôles magnétiques (défaut topologique créé au moment de la grande brisure de symétrie à l'instant du passage du mur de Planck), les axions (particules supposées résoudre le problème de la violation de la symétrie CP en chromodynamique quantique)... Dans cette section on va tout d'abord définir les derniers paramètres utiles touchant au domaine des astroparticules. Puis on expliquera brièvement les liens entre la physique des particules, la cosmologie et notre projet.

6. Pour le lecteur familiarisé avec la théorie des groupes, l'algèbre de Poincaré est l'algèbre de Lie du groupe de Poincaré. Le groupe de Poincaré est l'ensemble des symétries pour la relativité restreinte et comprend les translations dans le temps et l'espace, les rotations dans l'espace, le renversement du temps T , la parité P et les transformations de Lorentz propres et orthochrones. À l'époque l'ensemble des symétries du modèle standard appartenait au groupe de Poincaré.

7. Cette particule est responsable de la brisure de la symétrie électro-faible qui intervient à l'échelle beaucoup plus faible de $\simeq 100$ GeV

1.3.1 Paramètres de la physique des astroparticules

À la suite du réchauffement (à la fin de la période d'inflation), des baryons et des anti-baryons commencent à se créer. Mais quand la température de l'Univers va baisser alors les photons ne vont plus pouvoir créer de paires baryons/anti-baryons et il n'y aura plus de compensation entre création et annihilation, on aura seulement de l'annihilation. Si à l'origine on avait eu autant de particules que d'anti-particules alors il n'existerait pas de matière puisque toutes les particules se seraient annihilées entre elles au bout d'un certain instant t dépendant de la température de l'Univers. Nous n'existerions alors pas ! Il existe donc un instant entre le réchauffement et le moment où l'Univers a une température $T \approx m_b$ (où m_b est la masse d'un baryon léger quelconque) où on a une violation de la conservation du nombre baryonique. Ce qui signifie que durant cette période, un surplus de baryons a été créé, c'est ce que l'on appelle la *baryogénèse*. Quand la température de l'Univers va atteindre $T \approx m_b$ alors tous les baryons et les anti-baryons vont s'annihiler entre eux à part, les quelques-uns en excès qu'il reste encore aujourd'hui. Ce nombre de baryons en excès peut être relié à une grandeur très intéressante mesurant cette asymétrie, à savoir le rapport de la densité baryonique (n_b) sur la densité de photons (n_γ) :

$$\eta_b \equiv \frac{n_b}{n_\gamma} = \frac{\frac{\Omega_b \rho_c^0}{m_b}}{0.244 \left(\frac{k_B T_{CMB}}{\hbar c} \right)^3} \approx 6 \cdot 10^{-10}, \quad (1.16)$$

où $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ la constante de Boltzmann, $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ la constante de Planck réduite, $c = 299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ la célérité de la lumière dans le vide et $m_b \approx 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ est la masse du baryon le plus léger : le proton. Mesurer précisément η_b apporte beaucoup quant à la précision sur la quantité des éléments légers créée lors de la BBN.

La dernière quantité que nous allons définir dans cette première section d'introduction est la profondeur optique τ . Cette quantité mesure le libre parcours moyen d'une particule dans un milieu. Plus la particule parcourt une longue distance avant d'interagir fortement, plus le milieu est dit optiquement mince. Et inversement plus la distance parcourue est petite plus le milieu est dit optiquement épais. Sa valeur est donnée par :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\tau} \iff \tau = -\ln \frac{I}{I_0}, \quad (1.17)$$

avec I_0 l'intensité d'un faisceau de lumière ou de particules émis par une source traversant un milieu et I l'intensité de ce rayonnement à une profondeur donnée, ou autrement dit après avoir parcourue une distance donnée. On voit que τ varie de 0 à l'infini. On considèrera par la suite que lorsque pour une particule quelconque, τ atteint la valeur de 1 unité alors le milieu est épais. Cela correspond à une perte d'intensité d'environ 65%.

1.3.2 Le projet

Beaucoup de phénomènes intéressants et encore inexplicés dans le domaine des astroparticules traitent de particules de haute-énergie tels que les rayons cosmiques, les protons ou les électrons. Dans les environnements éloignés de notre galaxie ou dans l'espace extragalactique ces particules sont détectées indirectement, via les effets de pertes d'énergies (ionisation, rayonnement, etc...) qu'elles subissent. Les mêmes phénomènes ont été suggérés en tant qu'outils de diagnostic pour des effets "exotiques".

Par exemple, la spallation des noyaux légers (produits durant la nucléosynthèse primordiale) due à des hadrons ou des rayons gamma énergétiques pourrait laisser des traces dans la composition chimique de ces éléments. Si ces hadrons ou ces rayons gamma énergétiques viennent à détruire des noyaux déjà formés alors il faut prendre en compte cet effet lorsqu'on cherche à mettre en relation l'observation de l'abondance des éléments légers dans l'Univers et le taux de production de ces derniers lors de la BBN.

Un autre exemple d'effet exotique est la production d'un niveau d'ionisation anormale, potentiellement discernable par les changements dans les anisotropies cosmiques du fond diffus cosmologique. Cette ionisation anormale aurait lieu dans l'Univers jeune, peu après la recombinaison des atomes et la formation du CMB.

De telles particules de haute énergie pourraient être produites par l'annihilation ou la désintégration des particules constituant la *matière noire*. On a donc un lien direct entre les candidats de matière noire trouvés par la théorie de la physique des particules comme la *Susy* et les données cosmologiques observées tels que l'abondance d'éléments légers (qui est reliée à la BBN) ou le CMB. Il doit avoir concordance entre les différentes données, d'où l'une des utilités de la physique des astroparticules.

Chapitre 2

Classification des processus d'interaction

Le but de cette section va être de faire une description des processus d'interaction électromagnétique mettant en jeu des particules de hautes énergies et des particules d'un fond homogène d'énergie donnée. On va alors classifier ces différents processus par rapport à l'énergie injectée et par rapport à l'époque à laquelle on injecte l'énergie. Ces particules de hautes énergies peuvent être des électrons (e^-), des positrons (e^+) ou des photons (γ). Elles peuvent provenir de la désintégration de particules très massives comme des *gravitinos* (superpartenaire du graviton, boson de jauge véhiculant l'interaction gravitationnelle). Ici on ne s'intéressera qu'à l'étude des processus d'interaction des rayons gamma avec de la matière froide ou un bain de photons. À la fin de ce chapitre on tracera une figure résumant les parties de domination de tel ou tel processus en fonction de l'énergie et du redshift.

2.1 Processus d'interaction

2.1.1 Formalisme général

On s'intéresse à décrire l'ensemble des processus d'interaction de rayons gamma de hautes énergies se propageant dans l'Univers en expansion avec un bain de photons tel que le fond diffus cosmologique ou avec de la matière froide. On présente dans le Tableau 2.1 l'ensemble des processus d'interaction prédominant :

N°	Nom du processus	Réaction	Section	Région Fig. 2.1
1	Photoionisation	$\gamma + A \rightarrow A^+ + e^-$	2.1.2	II, IIa
2	Diffusion Compton	$\gamma + e \rightarrow \gamma + e$	2.1.3	III, IIa, Ia
3	Création de paires sur atomes	$\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$	2.1.4	IV
4	Création de paires sur matière ionisée	$\left\{ \begin{array}{l} \gamma + e \rightarrow e + e^+ + e^- \\ \gamma + Z \rightarrow Z + e^+ + e^- \end{array} \right.$	2.1.4	V
5	Diffusion photon-photon	$\gamma + \gamma_b \rightarrow \gamma + \gamma$	2.1.5	VI
6	Création de paires sur photon	$\gamma + \gamma_b \rightarrow e^+ + e^-$	2.1.6	VIIa, VIIb
7	Création de paires doubles sur photon	$\gamma + \gamma_b \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$	2.1.7	VIII

Tableau 2.1: *Processus d'interaction pour les rayons gamma.*

On peut voir que les trois derniers processus sont proportionnels à la densité de photon $n_\gamma(E)$ du rayonnement de fond cosmologique. Grâce à la loi de Planck, on sait que la distribution de densité d'un corps noir s'écrit :

$$n_\gamma(E) = \frac{8\pi}{\lambda_c^3} \frac{E^2}{\exp\left(\frac{E}{\Theta}\right) - 1}, \quad (2.1)$$

où λ_c est la longueur d'onde de Compton¹ et $E \equiv \frac{\epsilon}{m_e c^2}$ et $\Theta \equiv \frac{k_B T}{m_e c^2}$ sont respectivement l'énergie et

1. On a regroupé dans l'Annexe A, l'ensemble des valeurs des constantes utiles pour les applications numériques de ce chapitre.

la température sans dimensions des photons du corps noir. Dû à l'expansion de l'Univers la température est proportionnelle à $(1+z)$

$$\Theta = \Theta_0(1+z) \approx 4.59 \cdot 10^{-10}(1+z), \quad (2.2)$$

où on a pris $T_0 = 2.725$ K. Ici, z est le redshift défini par

$$E = E_0(1+z). \quad (2.3)$$

On rappelle que l'indice $_0$ signifie évalué aujourd'hui, c'est-à-dire à $z = 0$.

Les processus (1) à (4) dépendent de la densité de la matière baryonique. Tandis que les processus (2) et (4) sont proportionnels à la densité d'électron n_e qui évolue comme

$$n_e = n_e^0(1+z)^3, \quad (2.4)$$

avec $n_e^0 \approx 2.22 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$. Il est à noter que les relations (2.2) et (2.4) sont valables uniquement pour une température plus basse que $\approx 3 \cdot 10^8$ K, pour laquelle la contribution de paire e^+e^- à n_e est négligeable. En écrivant l'équation (2.4) et la valeur de n_e^0 , on a supposé que la matière baryonique avait une densité uniforme, ce qui est vrai lorsque $z \gg 1$.

Dans ce travail, on cherchera à calculer la probabilité de diffusion par unité de longueur. On utilisera une longueur sans dimension ℓ , où

$$d\ell \equiv \frac{dl}{R_H} = \frac{H_0}{c} dl, \quad (2.5)$$

et où R_H est le rayon de Hubble évalué aujourd'hui qui est égale à environ $1.31 \cdot 10^{28}$ cm. La profondeur optique de l'Univers pour un photon émis au moment de la domination de la matière à un redshift z est alors donnée par une intégrale ([4], [5]) :

$$\tau(E_0, z) = \int_0^z \frac{d}{dl} \tau(E_0(1+z'), \Theta_0(1+z'), n_e^0(1+z')) \cdot \frac{c}{(1+z')H(z')} dz', \quad (2.6)$$

avec $H(z) = H_0[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda]^{1/2}$ et $\Omega_m + \Omega_\Lambda \approx 1$ (pas de courbure). Ce qui nous donne au final

$$\tau(E_0, z) = \int_0^z \frac{d\tau}{d\ell} \frac{dz'}{(1+z')^2(1+\Omega_m z')^{1/2}}. \quad (2.7)$$

Pour un processus dont la section efficace est indépendante de l'énergie, on a

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_0(1+z)^3, \quad (2.8)$$

où τ_0 est une constante. La profondeur optique totale pour un tel processus est

$$\tau = \tau_0 \frac{2}{3\Omega_m^2} \left[(1+\Omega_m z)^{1/2} (3\Omega_m - 2 + \Omega_m z) - (3\Omega_m - 2) \right], \quad (2.9)$$

Et en se plaçant dans la limite utile $z \gg 1$ et $\Omega_m z \gg 1$ on obtient² :

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{\tau_0}{\Omega_m^{1/2}} z^{3/2}. \quad (2.10)$$

Le formalisme général étant écrit, on va pouvoir passer à l'étude des différents processus. Pour chacun d'eux on écrira la profondeur optique qui dépend de l'énergie et du redshift, ainsi que la probabilité d'absorption³.

2.1.2 Photoionisation

Les atomes neutres d'Hydrogène et d'Hélium peuvent être ionisés par des photons qui ont une énergie plus grande que l'énergie de photoionisation, $\epsilon_{i,H} = 13.6$ eV et $\epsilon_{i,He} = 24.6$ eV. La section efficace totale de ces deux processus calculée numériquement [6] s'écrit comme une loi de puissance

$$\sigma_{He+H} \approx \begin{cases} 5.1 \cdot 10^{-20} \left(\frac{\epsilon}{250 \text{ eV}} \right)^{-2.65} \text{ cm}^2, & \text{si } 25 \text{ eV} \leq \epsilon \leq 250 \text{ eV}, \\ 5.1 \cdot 10^{-20} \left(\frac{\epsilon}{250 \text{ eV}} \right)^{-3.30} \text{ cm}^2, & \text{si } \epsilon \geq 250 \text{ eV}. \end{cases} \quad (2.11)$$

2. La valeur de Ω_m ne pouvant pas dépasser 1, la première condition $\Omega_m z \gg 1$ implique forcément la deuxième $z \gg 1$.

3. La plupart des résultats se trouvent dans [4], dans notre cas on a refait les calculs avec la valeur des différents paramètres cosmologiques comme définis dans le Chapitre 1 et dans l'Annexe A

En se plaçant dans la région qui nous intéresse le plus, à savoir $\epsilon \geq 250$ eV, la probabilité d'absorption pour la photoionisation du gaz cosmologique neutre devient

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_1(1+z)^3 E^{-3.3}, \quad (2.12)$$

où

$$\tau_1 = \frac{1}{14} n_e^0 \frac{c}{H_0} (5.1 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2) \left(\frac{250 \text{ eV}}{m_e c^2} \right)^{3.3} \approx 1.28 \cdot 10^{-10}. \quad (2.13)$$

Comme on l'a vu dans le premier chapitre, lorsque $z_{ri} = 10.4$ l'Univers se réionise, ce qui implique que pour un redshift $z < z_{ri}$ la probabilité d'absorption précédente devient négligeable car la densité d'hydrogène neutre dans l'Univers est très faible.

En utilisant les équations (2.7) et (2.12), la profondeur optique de l'Univers du redshift z_{ri} à un redshift z s'écrit

$$\tau(E_0, z) = \tau_1 E_0^{-3.3} \int_{z_{ri}}^z \frac{dz'}{(1+z')^{2.3} (1+\Omega_m z')^{0.5}}. \quad (2.14)$$

On peut alors écrire la profondeur optique comme une série

$$\frac{\tau}{\tau_1} E_0^{3.3} (1+z_{ri})^{1.3} (1+\Omega_m z_{ri})^{0.5} = \frac{z-z_{ri}}{1+z_{ri}} - \frac{23/20 + \Omega_m/4 + (7/5)\Omega_m z_{ri}}{1+\Omega_m z_{ri}} \left(\frac{z-z_{ri}}{1+z_{ri}} \right)^2 + \mathcal{O} \left(\frac{z-z_{ri}}{1+z_{ri}} \right)^3. \quad (2.15)$$

Cette formule ne peut être utilisée que pour $z_{ri} < z \ll 1 + 2z_{ri}$. Pour pouvoir tracer notre figure finale il suffit d'inverser la relation précédente en écrivant $z(E)$ et de poser $\tau = 1$. On a ainsi la relation entre le redshift et l'énergie.

Il est à noter également que ce processus n'est important que lorsque la recombinaison s'est déroulée. Donc on a une limite inférieure et supérieure pour le redshift de ce processus

$$10.4 = z_{ri} < z < z_* = 1090.9. \quad (2.16)$$

2.1.3 Diffusion Compton sur matière froide

On va maintenant s'intéresser à la diffusion Compton de rayons gamma de hautes énergies sur la matière froide.

Taux de diffusion

La probabilité d'absorption par unité de longueur sans dimension pour le processus Compton est

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_2(1+z)^3 f(E), \quad (2.17)$$

où

$$f(E) = \frac{3}{8E} \left[\left(1 - \frac{2}{E} - \frac{2}{E^2} \right) \ln(1+2E) + \frac{4}{E} + \frac{2E(1+E)}{(1+2E)^2} \right], \quad (2.18)$$

$$\approx 1, \quad \text{si } E \ll 1 \quad (\text{Régime de Thomson}), \quad (2.19)$$

$$\approx \frac{3}{8E} \left(\ln 2E + \frac{1}{2} \right), \quad \text{si } E \gg 1 \quad (\text{Régime de Klein-Nishina}), \quad (2.20)$$

et

$$\tau_2 \equiv \frac{8\pi}{3} n_e^0 r_0^2 \frac{c}{H_0} \approx 1.94 \cdot 10^{-3}, \quad (2.21)$$

où r_0 est le rayon classique de l'électron.

La profondeur optique de l'Univers dans la limite de Thomson, $E_0(1+z) \ll 1$, est donnée comme nous l'indique la partie 2.1.1, par

$$\tau = \tau_2 \frac{2}{3\Omega_m^2} \left[(1+\Omega_m z)^{1/2} (3\Omega_m - 2 + \Omega_m z) - (3\Omega_m - 2) \right]. \quad (2.22)$$

Une profondeur optique de Thomson unitaire est atteinte lorsque $z \approx 85 \Omega_m^{1/3} \approx 55$ pour $E_0 \ll 10^{-2}$.

En ce qui concerne le régime de Klein-Nishina, étant donné que la section efficace de Compton décroît avec l'énergie, une valeur unitaire de la profondeur optique de Compton à $E_0 \geq 10^{-2}$ est atteinte à des

hautes valeurs du redshift. Par conséquent, dans la limite de Klein-Nishina, on est plus intéressé par $\tau(z \gg 1)$. Pour $\Omega_m z \gg 1$, la profondeur optique est donnée par

$$\tau = \frac{\tau_2}{\Omega_m^{1/2}} \frac{3z^{1/2}}{4E_0} \ln(0.446E_0 z), \quad (2.23)$$

Taux de perte d'énergie

Les photons de rayons X peuvent être originaire de région lointaine à des redshifts plus grands que ceux donné par $z(\tau = 1)$ dans le régime de Thomson. Car un photon perd seulement une petite fraction de son énergie par diffusion quand $E \ll 1$. La fraction d'énergie perdue par unité de distance sans dimension ℓ dû à la diffusion Compton est donnée par

$$\frac{d \ln E}{d\ell} = \tau_2 (1+z)^3 E g(E), \quad (2.24)$$

où τ_2 est donnée par l'équation (2.21) et

$$g(E) = \frac{3}{8} \left[\frac{(E-3)(E+1)}{E^4} \ln(1+2E) + \frac{2(3+17E+31E^2+17E^3-10E^4/3)}{E^3(1+2E)^3} \right], \quad (2.25)$$

$$\approx 1, \quad \text{si } E \ll 1, \quad (2.26)$$

$$\approx \frac{3}{8E^2} \left(\ln 2E - \frac{5}{6} \right), \quad \text{si } E \gg 1. \quad (2.27)$$

On peut intégrer la fraction d'énergie perdue sur le redshift comme on l'a fait précédemment pour la probabilité d'absorption dans l'équation (2.6) et on obtient la profondeur optique effective pour la perte d'énergie par diffusion.

Dans la limite où $\Omega_m z \gg 1$, on obtient pour les régimes de Thomson et Klein-Nishina

$$\tau = \frac{2\tau_2}{5\Omega_m^{1/2}} E_0 z^{5/2}, \quad E_0(1+z) \ll 1, \quad (2.28)$$

$$\tau = \frac{\tau_2}{\Omega_m^{1/2}} \frac{3z^{1/2}}{4E_0} \ln(0.118E_0 z), \quad E_0(1+z) \gg 1. \quad (2.29)$$

La profondeur optique pour la perte d'énergie tend vers celle de la diffusion lorsque $E \gg 1$ (cf. (2.23)), alors le photon perd la plupart de son énergie dans une simple diffusion.

2.1.4 Création de paires photon-matière

La création de paires se déroule avant la recombinaison sur la matière ionisée et après la recombinaison sur la matière neutre. On va considérer ici les deux cas séparément.

Création de paires sur atomes

La section efficace de création de paires sur l'Hélium a été calculée par Knasel [7], qui inclue la création de paires nucléaire et électronique. Il trouve avec un simple fit exact à 5% que pour $E > 6$

$$\sigma_{He} = \alpha_f r_0^2 8.76 \ln \left(\frac{513E}{E+825} \right), \quad (2.30)$$

où $\alpha_f \approx 1/137$ est la constante de structure fine.

Pour l'hydrogène on utilise

$$\sigma_H = \alpha_f r_0^2 5.4 \ln \left(\frac{513E}{E+825} \right). \quad (2.31)$$

Alors la probabilité d'absorption pour la création de paires dans de la matière neutre, en considérant une fraction d'H et de He de 75% et de 25% respectivement, est

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_3 (1+z)^3 \ln \left(\frac{513E}{E+825} \right), \quad E > 6, \quad (2.32)$$

où

$$\tau_3 = 5.3 n_e^0 \alpha_f r_0^2 \frac{c}{H_0} \approx 9 \cdot 10^{-6}. \quad (2.33)$$

La profondeur optique d'un Univers neutre à un redshift z devient alors, dans la limite où $\Omega_m z \gg 1$ et $E_0 z > 6$,

$$\tau = \frac{\tau_3}{\Omega_m^{1/2}} \frac{2z^{3/2}}{3} \ln \left(\frac{513E_0 z}{E_0 z + 825} \right). \quad (2.34)$$

Dans la limite des hautes énergies, $\tau = 1$ est atteint pour $z \approx 900 \Omega_m^{1/3} \approx 584$ indépendamment de l'énergie.

Création de paires sur matière ionisée

La probabilité d'absorption pour la création de paires sur électrons, protons et hélium dans de la matière complètement ionisée avec les mêmes fractions d'H et d'He que précédemment peut être écrite comme [8]

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_4 (1+z)^3 \left(\ln 2E - \frac{109}{42} \right), \quad E \gg 1, \quad (2.35)$$

où

$$\tau_4 = \frac{20}{3} n_e^0 \alpha_f r_0^2 \frac{c}{H_0} \approx 1.12 \cdot 10^{-5}. \quad (2.36)$$

La profondeur optique d'un redshift nul à un redshift $z \gg 1$ s'écrit alors

$$\tau = \frac{\tau_4}{\Omega_m^{1/2}} \frac{2z^{3/2}}{3} \ln(0.0766E_0 z), \quad \Omega_m z \gg 1, \quad E_0 z \gg 1, \quad (2.37)$$

2.1.5 Diffusion photon-photon

Ce processus a été longtemps ignoré des processus astrophysiques car il n'y a pas d'équivalent classique : pour calculer la section efficace on doit se placer au premier ordre de la théorie des perturbations dans la théorie quantique. Pourtant la diffusion photon-photon est importante dans les considérations des contraintes imposées par les abondances primordiales sur les propriétés des particules instables exotiques.

La probabilité de diffusion par unité de longueur sans dimension pour un photon d'énergie E traversant le fond thermique cosmique à un redshift z est donnée par

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_5 (1+z)^6 E^3, \quad (2.38)$$

où

$$\tau_5 = \frac{4448\pi^4}{455625} \alpha_f^4 \frac{c}{\lambda_c H_0} \Theta_0^6 \approx 1.37 \cdot 10^{-27}. \quad (2.39)$$

La probabilité de diffusion est basée sur la section efficace totale de ce processus en-dessous du seuil de création de paires sur photon. Ceci contraint la validité de l'équation (2.38) à des énergies en-dessous de $E \lesssim 0.1/\Theta \Leftrightarrow E(1+z) \lesssim 2.18 \cdot 10^8$.

La profondeur optique de l'Univers pour ce processus à $E\Theta = E_0\Theta_0(1+z)^2 \lesssim 0.1$ et $\Omega_m z \gg 1$ est donnée par

$$\tau = \frac{2}{15} \frac{\tau_5}{\Omega_m^{1/2}} E_0^3 z^{15/2}. \quad (2.40)$$

Ce processus quantique est limité énergétiquement inférieurement par la création de paires sur matière et supérieurement par la création de paires sur photon.

2.1.6 Création de paires sur photons

La probabilité d'absorption de la création de paires simple sur des photons de corps noir peut être exprimée comme une intégrale unique [9]. Lorsque $E\Theta \ll 1$ et $E\Theta \gg 1$ on a

$$\frac{d\tau}{d\ell} = \tau_6 (1+z)^3 \begin{cases} 2\pi^{1/2} (E\Theta)^{-1/2} \exp - \left(\frac{1}{E\Theta} \right) \left(1 + \frac{9}{4} E\Theta - \dots \right), & \text{si } E\Theta \ll 1, \\ \frac{2\pi^2 \ln(4E\Theta) - C_E - C_l - 1}{3} \frac{1}{E\Theta}, & \text{si } E\Theta \gg 1, \end{cases} \quad (2.41)$$

où

$$\tau_6 = \alpha_f^2 \frac{c}{\lambda_c H_0} \Theta_0^3 \approx 2.8 \cdot 10^5. \quad (2.42)$$

$C_E \approx 0.5572$ est la constante d'Euler et $C_l = (6/\pi^2) \sum_{k=2}^{\infty} (\ln k/k^2) \approx 0.5700$ (cf. l'équation (2.60) de [10]).

Dans le cas où $E\Theta = E_0\Theta_0(1+z)^2 \ll 1$ et où $\Omega_m z \ll 1$, la profondeur optique s'écrit

$$\tau = \tau_6(\pi E_0\Theta_0)^{1/2} \left[(1+z)^3 \left(1 + \frac{15}{4} E\Theta \right) \exp\left(-\frac{1}{E\Theta}\right) - \left(1 + \frac{15}{4} E_0\Theta_0 \right) \exp\left(-\frac{1}{E_0\Theta_0}\right) \right]. \quad (2.43)$$

2.1.7 Création de paires doubles sur photons

La section efficace de ce processus est donnée dans [11] comme

$$\sigma = \frac{175\zeta(3) - 38}{36\pi} \alpha_f^2 r_0^2, \quad E_{CM} \gg 2, \quad (2.44)$$

avec $\zeta(3) \approx 1.202$ la fonction zeta de Riemann et E_{CM} est l'énergie d'interaction dans le centre de masse. Comme la section efficace est indépendante de l'énergie, la probabilité d'absorption par unité de longueur est alors donnée par l'équation (2.8) avec la constante τ_0 donnée par

$$\tau_7 = \frac{\zeta(3)[175\zeta(3) - 38]}{9\pi^2} \alpha_f^4 \frac{c}{\lambda_c H_0} \Theta_0^3 \approx 34.67. \quad (2.45)$$

Cette probabilité d'absorption est valide à $E_0\Theta_0(1+z)^2 \gg 1$. La profondeur optique de ce processus est donnée par l'équation (2.9). La profondeur optique $\tau = 1$ dans la limite où $\Omega_m z \gg 1$ correspond à

$$z = \frac{1}{\tau_7} = 34.67. \quad (2.46)$$

2.2 Importance relative des différents processus

Dans cette dernière section de ce chapitre on va s'intéresser à comparer les différents processus entre eux et à déterminer les régions de dominance des processus dans le plan (E, z) . On va donner ici des formules pour les frontières entre les régions de dominance des différents processus.

On commence par comparer la photoionisation (éqs. (2.12) et (2.13)) avec la diffusion Compton dans le régime de Thomson (éqs. (2.17) et (2.19)), on trouve qu'elles sont égales l'une à l'autre lorsque $E \approx 6.7 \cdot 10^{-3}$. La photoionisation égale la perte d'énergie Thomson (éqs. (2.24) et (2.26)) à $E \approx 2.1 \cdot 10^{-2}$. Ces deux valeurs d'énergie ne dépendent pas du redshift ce qui signifie que la séparation des régions de dominance de ces processus sera des droites dans le plan (E, z) .

Comparant la diffusion Compton dans le régime de Klein-Nishina (éqs. (2.17) et (2.20)) avec la création de paires sur de la matière ionisée (éqs (2.35) et (2.36)), on trouve que la diffusion Compton domine en-dessous de

$$E \approx \frac{3 \cdot 1.94 \cdot 10^{-3} \ln(3.30E)}{8 \cdot 1.12 \cdot 10^{-5} \ln(0.149E)} \approx 132. \quad (2.47)$$

On calcule de manière analogue l'énergie frontière pour la création de paires sur de la matière neutre (éqs. (2.32) et (2.33)) et on trouve $E \approx 117$. On peut remarquer que les quatre énergies frontières données ci-dessus sont déterminées par la physique des processus radiatifs et sont indépendants de la cosmologie. Ils doivent cependant, dépendre de l'abondance relative He/H.

La diffusion photon-photon domine sur la création de paires sur de la matière ionisée pour $E \gg 1$ et z donné par

$$1+z = \left(\frac{1.12 \cdot 10^{-5}}{1.37 \cdot 10^{-27}} \right)^{1/3} \frac{(\ln 0.149E)^{1/3}}{E} = 2.01 \cdot 10^7 \frac{(\ln 0.149E)^{1/3}}{E}, \quad (2.48)$$

où on a utilisé les équations (2.38), (2.39), (2.35) et (2.36). La diffusion photon-photon domine sur la production de paires sur de la matière neutre pour $E \gg 825$ et z donné par

$$1+z \approx \frac{3.44 \cdot 10^7}{E}. \quad (2.49)$$

Comparant la diffusion Compton avec la création de paires sur photon (éqs. (2.17)-(2.21) et (2.41)-(2.42)), on trouve que la création de paires domine au-dessus de

$$1+z = \frac{2}{E\Theta_0 \mathcal{L}n\left(\frac{b}{f^2(E)}\right)}, \quad (2.50)$$

avec $b = 2\pi \left(\frac{2.8 \cdot 10^5}{1.94 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \approx 1.3 \cdot 10^{17}$ et où $\mathcal{L}n(x)$ est la fonction définie par

$$\mathcal{L}n(x) \equiv |\ln(x |\ln(x |\ln(x...))|)|, \quad (2.51)$$

qui est solution d'équation du type

$$h(x) = \ln(x \cdot h(x)). \quad (2.52)$$

On trouve que la diffusion photon-photon domine sur la diffusion Compton au-dessus des énergies et des redshifts donnés par

$$E = \frac{6.04 \cdot 10^5}{(1+z)^{3/4}} \mathcal{L}n^{1/4} \left[\frac{1.59 \cdot 10^{25}}{(1+z)^3} \right], \quad (2.53)$$

$$1+z = \frac{1.12 \cdot 10^8}{E} f^{1/3}(E), \quad (2.54)$$

où on a utilisé les équations (2.38)-(2.39) et (2.17)-(2.21) pour (2.54) et (2.20)-(2.21) pour (2.53). Donc (2.53) est valide pour $E \gg 1$.

En comparant la diffusion photon-photon avec la création de paires simple sur photons (éqs. (2.38)-(2.39) et (2.41)-(2.42)), on trouve que les longueurs d'absorption des deux processus sont égales pour $E\Theta$ données par

$$E\Theta = \ln^{-1} \left[\frac{2.8 \cdot 10^5}{1.37 \cdot 10^{-27}} \frac{2\pi^{1/2}\Theta_0^3}{(E\Theta)^{7/2}} \right] \approx \frac{1}{22.0}. \quad (2.55)$$

Par conséquent, les rayons gamma interagissant avec le corps noir de photons préfèrent produire des paires pour $E\Theta$ supérieur à la valeur précédente et se diffusent pour $E\Theta$ inférieur à cette valeur.

On compare maintenant la création de paires simple et la création de paires doubles sur photons (éqs. (2.41)-(2.42), (2.8) et (2.45)). On trouve que les longueurs d'absorption sont égales à

$$E\Theta = \frac{2.8 \cdot 10^5}{34.67} \frac{2\pi^2}{3} \ln(0.467E\Theta) \approx 6.7 \cdot 10^5. \quad (2.56)$$

Donc, les photons avec $E\Theta$ au-dessus de cette valeur produiront des paires doubles plutôt que des paires simples de positron-électron.

Pour faciliter la lecture de la figure, on réécrit le tableau regroupant tous les processus et ensuite on regroupe tous les résultats précédents dans la Figure 2.1. Cette figure montre les régions dans le plan (E, z) dans lesquels les différents processus radiatifs dominent. Ici E est l'énergie mesurée à z . Les deux contours du bas en trait plein donnent respectivement la profondeur optique unitaire de la combinaison de la diffusion et de l'absorption, et de la perte d'énergie et de l'absorption. Les régions en-dessous de ces courbes (**I** et l'union des régions **I** et **Ia**) sont celles dont la radiation a été émise respectivement par des sources discrètes et diffuses et dont on peut recevoir le signal sur Terre, donc où $\tau < 1$. Le détail du tracé des lignes de ces régions se trouve dans l'Annexe B. On y trouvera certaines formules plus générales pour le calcul de la profondeur optique totale.

La photoionisation domine sur la diffusion Compton dans la région **II**, et sur la perte d'énergie Compton dans les deux régions **II** et **IIa**. Dans la région **III**, la diffusion Compton domine. La radiation émise dans les régions **IV** et **V** sera absorbée dans des interactions de création de paires avec respectivement des atomes, et des électrons libres et des noyaux. La frontière entre la région **IV** et **V** à $z = z_* \approx 1090$ correspond à l'époque de la recombinaison.

La diffusion photon-photon domine dans la région **VI**. Cette région s'étend comme un bande diagonale de $100 \lesssim z \lesssim 10^8$, avec une épaisseur de la bande en E et z d'une largeur d'environ un facteur 3. L'épaisseur maximale se situe au niveau de la frontière entre la création de paires sur atomes et celle sur photons. Le ratio entre soit le redshift maximum et minimum soit l'énergie maximale et minimale de la région **VI** peut être calculé par (cf. (2.49) et (2.55)) :

$$\frac{z_{max}}{z_{min}} = \frac{E_{max}}{E_{min}} \simeq \frac{(22 \cdot 4.59 \cdot 10^{-10})^{-1}}{3.44 \cdot 10^{-7}} \approx 2.88. \quad (2.57)$$

On peut noter que ce processus peut être important même pour des énergies relativement basses, $E \approx 1$.

La création de paires simple sur photons domine dans les régions **VIIa** et **VIIb**. La frontière (ligne en pointillés) entre **VIIa** et **VIIb** correspond à la condition $E\Theta = 1$. Les interactions des photons avec la queue de Wien du spectre de corps noir domine dans la région **VIIa**, et la plupart des interactions avec les photons du pic du corps noir dans la région **VIIb**. Finalement la création de paires doubles domine dans la région **VIII**.

N°	Nom du processus	Réaction	Section	Région Fig. 2.1
1	Photoionisation	$\gamma + A \rightarrow A^+ + e^-$	2.1.2	II, IIa
2	Diffusion Compton	$\gamma + e \rightarrow \gamma + e$	2.1.3	III, IIa, Ia
3	Création de paires sur atomes	$\gamma + A \rightarrow A + e^+ + e^-$	2.1.4	IV
4	Création de paires sur matière ionisée	$\left\{ \begin{array}{l} \gamma + e \rightarrow e + e^+ + e^- \\ \gamma + Z \rightarrow Z + e^+ + e^- \end{array} \right.$	2.1.4	V
5	Diffusion photon-photon	$\gamma + \gamma_b \rightarrow \gamma + \gamma$	2.1.5	VI
6	Création de paires sur photon	$\gamma + \gamma_b \rightarrow e^+ + e^-$	2.1.6	VIIa, VIIb
7	Création de paires doubles sur photon	$\gamma + \gamma_b \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$	2.1.7	VIII

Tableau 2.2: *Processus d'interaction pour les rayons gamma.*

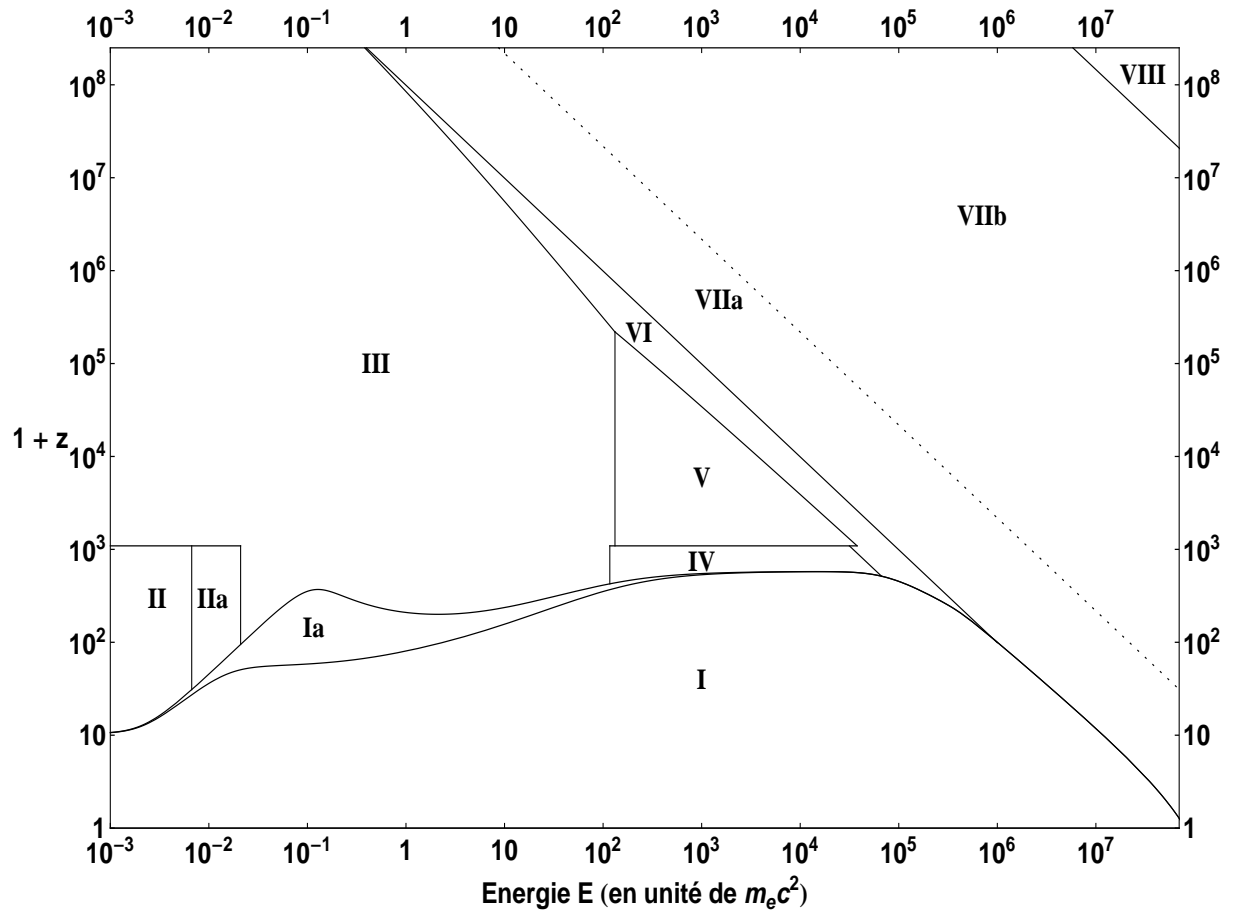


Figure 2.1: *Régions de dominance des différents processus d'absorption et de diffusion.*

Chapitre 3

Processus d'interaction et Cosmologie

Ce dernier chapitre va nous permettre de parler du lien entre les interactions de particules hautement énergétiques avec leurs milieux environnants et les époques cosmologiques. On peut supposer qu'à une certaine époque de l'Univers des particules très massives (particules de matière noire, superpartenaires, etc...) se soient désintégrées et que les particules secondaires issues de cette désintégration aient interagi avec leurs environnements. Grâce à la Figure 2.1 on peut savoir dans le cas où les particules secondaires sont des photons quels sont les processus d'interactions prédominants à une certaine époque. Cependant, comme on va le voir, il n'est pas suffisant de connaître ces processus pour étudier leurs impacts, il faut également connaître leurs spectres énergétiques. On va s'intéresser dans un premier temps à l'étude du calcul du spectre de photons tel qu'il a été fait dans [12]. Ensuite on parlera des contraintes de la nucléosynthèse primordiale (BBN) sur les particules de la nouvelle physique. Et finalement des contraintes provenant du fond diffus cosmologique (CMB).

3.1 Concept de cascade électromagnétique

La désintégration d'une particule massive peut conduire à une cascade électromagnétique de photons, d'électrons et de positrons de hautes énergies qui vont interagir avec un bain de photons (que l'on nommera ici b pour *background* en anglais) par deux processus prédominants :

$$\gamma + \gamma_b \longrightarrow e^+ + e^- \quad \text{Création de paires,} \quad (3.1)$$

$$e + \gamma_b \longrightarrow e' + \gamma' \quad \text{Diffusion Compton inverse.} \quad (3.2)$$

À hautes énergies ces deux processus ont des similarités ! La particule primaire de haute énergie (e ou γ) va transférer presque toute son énergie à l'une des deux particules secondaires. La particule secondaire recevant la plus grande partie de l'énergie est appelée la particule principale. Dans le cas de la diffusion Compton inverse¹ c'est toujours le photon (γ') la particule principale. On va définir les caractéristiques des différents domaines d'énergies qui nous seront utiles pour décrire plus précisément la cascade.

Pour définir le domaine des hautes énergies, on s'intéresse à l'énergie dans le centre de masse des interactions précédentes. On prend comme quantité de référence le rapport de l'énergie de la particule primaire (E) fois l'énergie de la particule du fond (ϵ) sur l'énergie au repos de l'électron au carré ($m_e^2 c^4$).

Cette quantité est alors directement reliée à l'énergie dans le centre de masse \sqrt{s} . On peut écrire que si :

$$\frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \gg 1 \iff \sqrt{s} \gg 1 \quad (\text{en unité de } m_e^2 c^4), \quad (3.3)$$

on se situe dans le cadre des hautes énergies. Dans ce domaine, la fraction moyenne d'énergie perdue par la particule primaire (e ou γ) s'écrit :

$$f \approx \frac{1}{\ln\left(\frac{2E\epsilon}{m_e^2 c^4}\right)}, \quad (3.4)$$

pour les deux processus (3.1) et (3.2).

1. On parle de diffusion Compton inverse car pour la diffusion Compton normale c'est le photon incident qui transfère son énergie à l'électron alors qu'ici c'est l'inverse.

En revanche lorsque $\frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \approx 1$, la fraction d'énergie perdue est

$$f = 0.5, \quad (3.5)$$

pour les deux processus. Cela signifie que la particule primaire perd la moitié de son énergie dans une seule collision, la perte d'énergie est maximale.

Et finalement pour $\frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \ll 1$ on a

$$f \approx \frac{4}{3} \frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4}, \quad (3.6)$$

pour la diffusion Compton. Donc la particule principale, i.e. le photon γ' , acquiert l'énergie $E_{\gamma'} = fE$. La création de paires quant à elle, ne se produit pas dans ce domaine d'énergie. L'énergie critique de référence pour qu'un photon (γ) interagissant avec un photon du fond (γ_b), puisse créer une paire est

$$\epsilon_{\gamma} \approx \frac{m_e^2 c^4}{\epsilon} \quad \left(\Leftrightarrow \frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \approx 1 \right). \quad (3.7)$$

Ce qui signifie que si $E < \epsilon_{\gamma}$ alors la particule primaire n'a pas assez d'énergie pour créer une paire en interagissant avec un photon du fond. On peut s'intéresser à connaître dans le cas inverse où la création de paires est possible, quelle est l'énergie minimale de l'électron ou du positron² créée. Son énergie minimale est de

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_{\gamma}}{2} \approx \frac{m_e^2 c^4}{2\epsilon}, \quad (3.8)$$

car on a création de deux particules.

Lorsque l'on est dans le cas $E < \epsilon_e$ les électrons, une fois qu'ils ont été créés perdent de l'énergie par émission de photons Compton. Mais il n'y a plus de création de nouveaux électrons puisque l'on est dans le cas où $E < \epsilon_e < \epsilon_{\gamma}$. Donc le nombre d'électrons dans la cascade reste constant tandis que l'énergie de tous ces électrons diminue progressivement.

L'énergie d'un photon Compton émis par un électron avec une énergie ϵ_e est

$$\epsilon_X = \frac{4}{3} \frac{\epsilon_e^2 \epsilon}{m_e^2 c^4} = \frac{\epsilon_{\gamma}}{3}. \quad (3.9)$$

Cette énergie est l'énergie maximale pour un photon émis par un électron quand leur multiplication s'est arrêtée ($E < \epsilon_{\gamma}$ ou $E < \epsilon_e$).

Le spectre de photon $n_{\gamma}(E_{\gamma})$ restant après le développement de la cascade va s'écrire comme une loi de puissance de l'énergie des photons E_{γ} . Le détail de ce calcul se trouve dans l'Annexe C et au final on va trouver que

$$n_{\gamma}(E_{\gamma}) = \begin{cases} \frac{K}{\epsilon_X} \left(\frac{E_{\gamma}}{\epsilon_X} \right)^{-3/2} & \text{si } E_{\gamma} \leq \epsilon_X, \\ \frac{K}{\epsilon_X} \left(\frac{E_{\gamma}}{\epsilon_X} \right)^{-2} & \text{si } \epsilon_X \leq E_{\gamma} \leq \epsilon_{\gamma}, \\ 0 & \text{si } E_{\gamma} \geq \epsilon_{\gamma}, \end{cases} \quad (3.10)$$

avec $\epsilon_{\gamma} = \frac{m_e^2 c^4}{\epsilon}$, $\epsilon_X = \frac{1}{3} \frac{m_e^2 c^4}{\epsilon} = \frac{\epsilon_{\gamma}}{3}$, $K = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_X(2 + \ln 3)}$ et ϵ_0 qui est l'énergie initiale tel que

$$\epsilon_0 = \int_0^{\epsilon_{\gamma}} E_{\gamma} n_{\gamma}(E_{\gamma}) dE_{\gamma}. \quad (3.11)$$

3.2 Contraintes dues à la BBN

Comme il a été dit dans le premier chapitre, la BBN est la période de l'histoire de l'Univers s'étalant approximativement de 3 à 20 minutes pendant laquelle les premiers noyaux peuvent se former sans se faire dissocier par des particules énergétiques. Les observations astronomiques et le modèle standard de la Cosmologie nous permettent de poser des contraintes sur l'abondance des éléments légers créés au

2. Par la suite on utilisera électron pour désigner l'électron ou le positron dans le cas de la création de paires.

moment de la BBN. Ces contraintes sont à mettre en relation avec les possibles interactions entre les particules secondaires issues de la désintégration de particules très massives et la photodissociation des éléments légers.

Des particules très massives de la nouvelle physique telles que des superpartenaires peuvent se désintégrer en des particules secondaires hautement énergétiques comme des électrons, des positrons ou des photons qui peuvent alors créer une cascade électromagnétique tel que cela a été décrit précédemment. On s'aperçoit alors qu'il y a un cut-off dans le spectre de photons au moment de la création de paires. Ce qui signifie que les photons, au-delà d'une certaine énergie (ϵ_γ), n'interagissent plus que par création de paires. Par contre à une époque donnée et à une énergie qui se situe en-dessous de cette énergie critique, ils peuvent interagir par tous les processus décrits par la Figure 2.1. Par exemple pour l'époque de la BBN se déroulant à peu près à $z \approx 10^8$, on peut voir que des photons gamma hautement énergétiques interagiraient par diffusion Compton et par production de paires simple et doubles sur photons. Il est à noter ici que le calcul du spectre des photons fait précédemment serait plus précis en incluant la diffusion photon-photon, le processus de création de doubles paires sur photon ainsi que la photodissociation nucléaire.

La photodissociation nucléaire est un processus très important pour la BBN, car des photons avec une énergie supérieure à l'énergie de ionisation des éléments légers peuvent alors dissocier ces éléments créés lors de la BBN. Ces interactions de destruction remettent alors en cause, le calcul effectué dans le cadre du modèle standard de la cosmologie de la quantité d'éléments légers créés pendant la BBN. Et inversement on peut poser des contraintes sur les particules progénitrices des particules hautement énergétiques en fonction de l'observation de la quantité d'éléments légers présents dans l'Univers.

Une cascade électromagnétique se développe tellement rapidement que la plupart des effets dépendent seulement de la quantité d'énergie injectée (initiale) et de l'époque à laquelle cette énergie est injectée. Pour étudier les contraintes sur des particules X très massives on définit l'énergie contenue dans ces particules méta-stables avant que la cascade commence par $\zeta_X \equiv m_X n_X^0 / n_\gamma^0$, où n_X^0 et n_γ^0 sont respectivement la densité de particules X et de photons avant que la cascade ne commence (d'où la présence de l'indice 0). On définit également le temps de désintégration τ_X qui nous permet de remonter au taux d'interaction. Ces deux quantités caractérisent quasiment complètement le processus. En égalant l'énergie critique du cut-off ϵ_γ du spectre avec l'énergie de liaison des différents noyaux légers on peut alors calculer l'énergie critique en-dessous de laquelle une petite mais non négligeable fraction de photons sont capables de photodésintégrer les noyaux légers. On calcule alors la quantité de noyaux détruits en fonction de l'énergie électromagnétique injectée à une température T .

Les contraintes observationnelles sur la BBN, laisse un seuil de tolérance pour la quantité de destruction d'éléments légers par les particules X . On peut alors tracer un graphique sur les contraintes de l'énergie et du temps de désintégration de ces particules X comme il a été fait dans [13] et [14]. Plus une particule va avoir un long temps de désintégration plus l'énergie des photons du fond auront eu le temps de se refroidir et donc d'après (3.7) plus l'énergie du cut-off sera élevée. Donc les photons issus de la cascade se retrouveront plus longtemps dans un domaine d'énergie qui leur permettra de photo-dissocier des éléments légers et ainsi altérer les prédictions de la BBN.

Sur la Figure 3.1, on montre un résultat typique des régions d'exclusion dans le plan $\zeta_X - \tau_X$ (où l'indice 0 réfère maintenant un temps $t \ll \tau_X$), dans ce cas tiré de [14]. Sur le graphique de gauche seulement les contraintes sur le deutérium ont été considérées, alors que sur le graphique de droite les contraintes de tous les éléments légers ont été considérées. Les régions bleues claires sont exclues due à la surproduction de deutérium. Dans la partie de gauche de la région bleu clair à relativement petite valeur de τ_X les contraintes sont dues au fait que la photodestruction direct de ^2H domine. Pour $\tau_X \gtrsim 10^7$ s la destruction de ^4He est importante, et domine typiquement sur la surproduction de ^2H , à moins que l'énergie injectée soit si grande qu'à son tour le deutérium secondaire soit détruit (coin supérieur droit du graphique). Dans cette gamme des paramètres, même le ^4He et le ^7Li ont été détruits avec un taux inconsistant avec les observations, mais ces contraintes additionnelles se chevauchent essentiellement avec celles du deutérium. D'autre part, si on considère la production de ^6Li par des noyaux non-thermiquement produits, on peut alors défavoriser la région rouge montrée dans le graphique de droite en raison de la surproduction de ^6Li , qui est cependant moins consistante en raison d'une autre interaction probable de cet isotope fragile dans les systèmes stellaires observés.

En faisant le lien avec la matière noire on peut noter que, si la particule métastable X est la progénitrice d'un candidat de particule de matière noire, elle doit remplir la condition $m_X n_X \gtrsim 4m_p n_B$, c'est-à-dire que ζ_X doit remplir la condition $\zeta_X \gtrsim 2 \cdot 10^{-9}$ GeV. Des plus grandes valeurs impliquent une très grande différence de masse entre la particule X et les candidats de matière noire, des valeurs plus petites renvoient à des particules méta-stables qui compteraient seulement dans une petite partie de la fraction totale de la matière noire. Alors, pour résumer les contraintes précédentes, on peut dire que la BBN exclue des

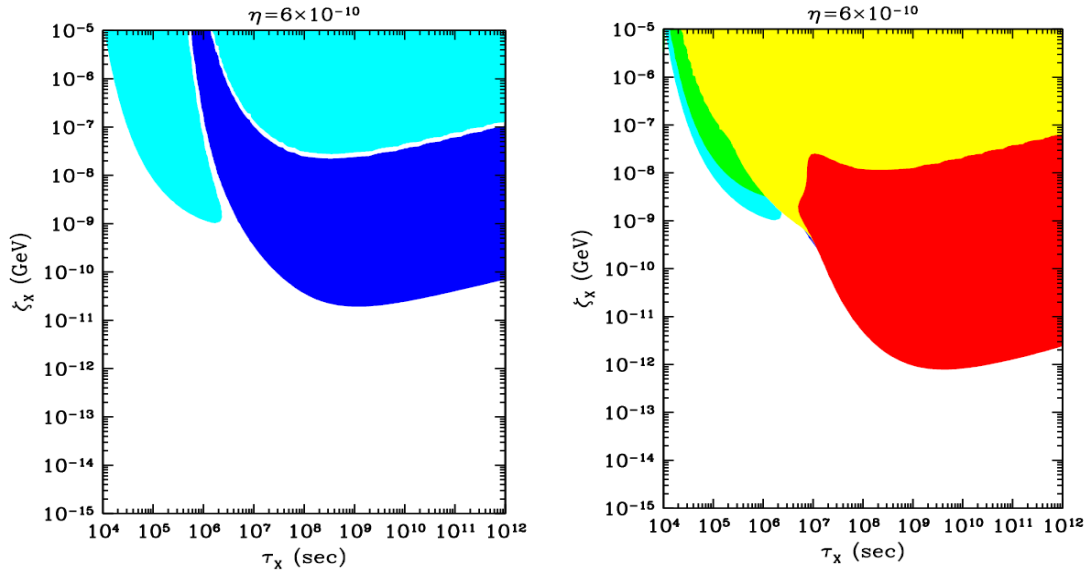


Figure 3.1: Régions du paramètre d'espace $\zeta_X - \tau_X$ exclu par : Image de gauche : surproduction de ^2H (bleu foncé) ou sous-production de ^2H (bleu clair) ; Image de droite : incluant également les contraintes de la surproduction de ^6Li (rouge) et au-dessus les contraintes sur le ^7Li (jaune) et sur l' ^4He (vert). Issu de [14].

particules se désintégrant électromagnétiquement comme progéniteurs de la matière noire lorsque leurs temps de vie est plus grand que $\tau_X \gtrsim qq \cdot 10^5$ s.

Une manière d'améliorer le calcul, comme il a été dit précédemment, serait de recalculer le spectre de photons en prenant en compte tous les processus d'interaction qui pourraient être importants même si c'est dans une petite fenêtre du plan (E, z) . Tous les calculs analytique ou numérique négligent certains processus tels que la création de paires doubles sur photons. On pourrait alors rendre les contraintes sur la physique des particules au-delà du modèle standard plus robustes grâce à l'astrophysique et la cosmologie.

3.3 Contraintes dues au CMB

Le CMB est un fond de rayonnement émis au moment où les photons se propageant dans l'Univers ne vont plus rencontrer de particules libres pour se diffuser, e.g. des électrons. Alors l'Univers sera rempli d'un rayonnement d'une certaine température évoluant avec l'expansion de l'Univers. Le satellite WMAP a mesuré avec précision la température du CMB dans toutes les directions et il apparaît des anisotropies dans ce spectre. L'étude de ces anisotropies est un des sujets d'étude les plus actifs de toute la cosmologie car elle révèle divers aspects de la physique à l'oeuvre dans l'Univers primordial. En effet, ces variations spatiales de température sont liées à des variations dans la densité de la distribution de matière. En elle-même, l'existence de telles fluctuations de densité n'est pas surprenante : la répartition de la matière dans l'Univers n'est aujourd'hui pas du tout uniforme, la structure à grande échelle de l'Univers révélant des zones quasiment vides de matière et d'autres, principalement en forme de filaments où se concentrent les galaxies. On voit alors que la densité de matière est directement reliée aux anisotropies du fond diffus.

L'injection de particules secondaires issues de l'annihilation d'hypothétique particules de matière noire à un redshift $100 \lesssim z \lesssim 1000$ affecte le processus de recombinaison qui influence la densité de matière ionisée et donc qui laisse une empreinte dans les anisotropies du CMB. En observant avec précision ces anisotropies on peut remonter à des contraintes sur l'annihilation de la matière noire, notamment sur la section efficace d'auto-annihilation de la matière noire en fonction de la masse des particules. Une étude très récente a été menée dans [15] prenant en compte les dernières données de WMAP [2] plus celles du Télescope Cosmologique d'Atacama (ACT) datant de 2008 [16]. On va expliquer brièvement leur étude.

Des particules hautement énergétiques injectées dans le gaz thermique à haut redshift par l'annihilation (ou désintégration) de la matière noire sont typiquement refroidies jusqu'à l'échelle du keV par des processus de hautes énergies ; une fois que la cascade a atteint cette échelle d'énergie, les particules

secondaires produites peuvent : *i*) ioniser le gaz thermique, *ii*) induire une excitation Ly- α de l'hydrogène et *iii*) chauffer le plasma. Les deux premiers cas modifient l'évolution de la fraction d'électron libre x_e , tandis que le troisième cas affecte la température des baryons. Le taux d'énergie perdue $\frac{dE}{dt}$ par unité de volume par une particule de matière noire s'auto-annihilante est donné par

$$\frac{dE}{dt}(z) = (\rho_c^0 \cdot c \cdot \Omega_{cdm})^2 (1+z)^6 p_{ann}, \quad p_{ann} \equiv f(z) \frac{\langle \sigma v \rangle}{m_\chi}, \quad (3.12)$$

où $\langle \sigma v \rangle$ est le taux d'auto-annihilation effectif, m_χ la masse de la particule de matière noire, Ω_{cdm} le paramètre de densité de matière noire froide, ρ_c^0 la densité critique de l'Univers aujourd'hui; le paramètre $f(z)$ indique la fraction d'énergie qui a été absorbée "en général" par le gaz. On peut alors, grâce aux données cosmologiques tracer le graphique des contraintes sur la section efficace $\langle \sigma v \rangle$ en fonction de la masse. Ces contraintes sont obtenues en utilisant une variable $f(z)$ pour des particules s'annihilant en muons et en électrons. On montre sur la Figure 3.2 les contraintes trouvées sur la section efficace.

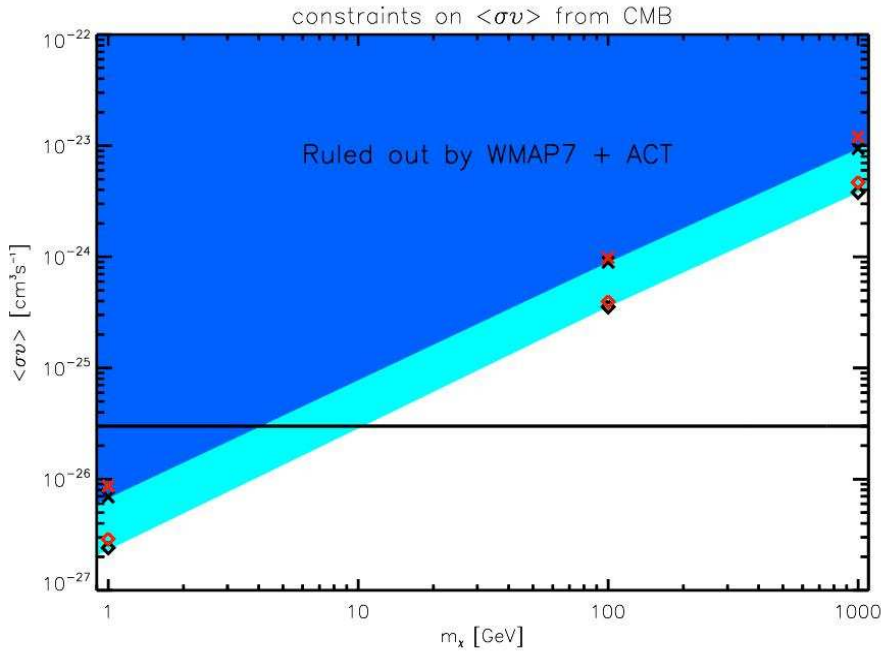


Figure 3.2: Contraintes sur la section efficace $\langle \sigma v \rangle$ en fonction de la masse, obtenues en utilisant une variable $f(z)$ pour des particules s'annihilant en muons (symboles \times) et en électrons (losanges) utilisant les données de WMAP7 (rouge) et les données de WMAP7 + ACT (noire) à 95% de niveau de confiance. Les zones exclues sont obtenues par interpolation des points des données de WMAP7 + ACT pour les muons (zone sombre) et pour les électrons (zone claire). La ligne continue noire indique la section efficace thermique standard $\langle \sigma v \rangle = 3 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ pour des particules reliques. Issu de [15].

On a donc des contraintes sur la section efficace d'auto-annihilation de particules de matière noire grâce à une donnée cosmologique : le CMB.

On voit donc que l'étude des processus d'interaction de particules de hautes énergies avec un fond de particules est très intéressante car elle permet grâce à la cosmologie et la physique des particules de poser des contraintes sur la physique au-delà du modèle standard. On pourrait augmenter la précision de ces contraintes en analysant encore plus en détails les différents processus d'interaction en fonction de l'époque à laquelle on s'intéresse ou en fonction de l'énergie initiale des particules injectées. On devrait également ajouter la voie de désintégration hadronique. C'est-à-dire que les hypothétiques particules de matière noire peuvent également créer une cascade hadronique qui conduit à une hadro-destruction des éléments légers ou créer une seconde cascade électromagnétique. Sinon dans le cas du CMB on peut améliorer le calcul de la variable $f(z)$.

Donc la perte d'énergie d'astroparticules dans un contexte cosmologique est un sujet qui va continuer à faire couler de l'encre.

Annexe A

Valeurs numériques des constantes

On va réécrire ici toutes les valeurs des constantes dont on a besoin dans le Chapitre 2

Nom de la constante	Symbole	Valeur Numérique
Fraction de matière de la densité critique	Ω_m	0.2726
Fraction de matière baryonique de la densité critique	Ω_b	0.0456
Fraction d'énergie noire de la densité critique	Ω_Λ	0.728
Redshift de la réionisation	z_{ri}	10.4
Redshift de la recombinaison	z_*	1091
Constante de Hubble à $z = 0$	H_0	$2.29 \cdot 10^{-16} \text{ s}^{-1}$
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$3 \cdot 10^{10} \text{ cm.s}^{-1}$
Rayon de Hubble	R_H	$1.31 \cdot 10^{28} \text{ cm}$
Densité d'électrons de l'Univers à $z = 0$	n_e^0	$2.22 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-3}$
Ratio de la densité de baryons sur la densité de photons	η_b	$6 \cdot 10^{-10}$
Température du CMB à $z = 0$	T_0	2.725 K
Température sans dimension du CMB à $z = 0$	Θ_0	$4.59 \cdot 10^{-10}$
Masse de l'électron \times (vitesse de la lumière) ²	$m_e c^2$	511 keV
Longueur d'onde de Compton	λ_c	$2.426 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1.38 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2.\text{kg}.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$
Rayon classique de l'électron	r_0	$2.89 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$
Constante de structure fine	α_f	1/137

Annexe B

Détails du calcul des régions I et Ia

Les deux lignes inférieures de la Figure 2.1 nous donnent z correspondant à une profondeur optique totale pour l'absorption et la diffusion (dans le cas de la région **I**), et pour l'absorption et la perte d'énergie (dans le cas de la région **I + Ia**), égale à l'unité.

Dans la limite de photons de basses énergies, $E \lesssim 10^{-2}$, la profondeur optique unitaire est due à la photoionisation de l'Hélium, et on ne peut pas voir plus loin que le redshift de réionisation de l'Univers $z_{ri} = 10.4$. À des énergies plus grandes, la profondeur optique unitaire est due à la diffusion Compton et elle est atteinte à $z \approx 85\Omega_m^{1/3} \approx 55$. Ensuite on peut voir que l'on a une fenêtre de réduction d'opacité de l'Univers aux alentours de $E \approx 10^3$. La valeur la plus grande du redshift pour laquelle on peut recevoir des rayons gamma non altérés est déterminée par la production de paires sur matière neutre et est donnée par $z_{max} \approx 900\Omega_m^{1/3} \approx 584$. La fenêtre de réduction d'opacité où $z(\tau = 1) \geq \frac{1}{2}z_{max}$ s'étend alors de $100 \lesssim E \lesssim 10^5$. Ensuite la diffusion photon-photon est importante de 10^5 jusqu'à 10^6 . Au-dessus de 10^6 , $z(\tau = 1)$ est due à la création de paires sur photons.

On va maintenant écrire la formule de la profondeur optique utile pour chaque processus dans un cas plus général que celui énoncé dans le Chapitre 2. Ensuite pour tracer les deux courbes frontières, il suffira de faire la somme de toutes les contributions, de poser $\tau = 1$ et d'inverser les relations pour trouver une fonction de z en fonction de E . Et au final il ne restera plus qu'à tracer la fonction ainsi trouvée grâce à un logiciel d'analyse numérique.

B.1 Photoionisation

La profondeur optique de la photoionisation s'écrit comme :

$$\tau = \frac{\tau_1}{1.8} \left(\frac{E}{1+z} \right)^{-3.3} [(1+z_{ri})^{-1.8} - (1+z)^{-1.8}], \quad (\text{B.1})$$

avec

$$\tau_1 = \frac{1}{14} n_e^0 \frac{c}{H_0} (5.1 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2) \left(\frac{250 \text{ eV}}{m_e c^2} \right)^{3.3} \approx 1.28 \cdot 10^{-10}. \quad (\text{B.2})$$

B.2 Diffusion Compton

La profondeur optique dans le cas de la diffusion Compton s'écrit dans le cas où $\Omega_m z \gg 1$ comme

$$\tau = \frac{1}{\Omega_m^{1/2}} \frac{3\tau_2}{4 \left(\frac{E}{1+z} \right)^{3/2}} \left[F(E) - F \left(\frac{E}{1+z} \right) \right], \quad (\text{B.3})$$

où $F(E)$ est la fonction définie par

$$F(E) = \frac{(1+E)^2 - 1/3}{E^{3/2}} \ln(1+2E) - \frac{3E+7/4}{1+2E} E^{1/2} - \frac{4}{3E^{1/2}} - \frac{11 \arctan[(2E)^{1/2}]}{3 \cdot 2^{5/2}}, \quad (\text{B.4})$$

avec

$$\tau_2 \equiv \frac{8\pi}{3} n_e^0 r_0^2 \frac{c}{H_0} \approx 1.94 \cdot 10^{-3}. \quad (\text{B.5})$$

La condition $\Omega_m z \gg 1$ n'est pas contraignante puisque ce n'est que pour les grandes valeurs de z que $\tau = 1$ est atteint pour ce processus. Pour tracer la région I on prendra en compte ce processus tandis que pour tracer la région Ia on utilisera la perte d'énergie Compton définie comme ci-dessous.

B.3 Perte d'énergie Compton

On a

$$\tau = \frac{1}{\Omega_m^{1/2}} \frac{3\tau_2}{8 \left(\frac{E}{1+z}\right)^{3/2}} \left[G(E) - G\left(\frac{E}{1+z}\right) \right], \quad (\text{B.6})$$

où $F(E)$ est la fonction définie par

$$G(E) = \frac{2(1+E)^2}{E^{3/2}} \ln(1+2E) - \frac{272E^3 + 470E^2 + 261E + 48}{12E^{1/2}(1+2E)^2} + \frac{7 \arctan[(2E)^{1/2}]}{2^{5/2}}. \quad (\text{B.7})$$

Cette formule aussi n'est valable que pour $\Omega_m z \gg 1$.

B.4 Création de paires sur atomes

La profondeur optique d'un Univers neutre à un redshift z devient alors, dans la limite où $\Omega_m z \gg 1$ et $E > 6$,

$$\tau = \frac{\tau_3}{\Omega_m^{1/2}} \frac{2z^{3/2}}{3} \ln\left(\frac{513E_0 z}{E_0 z + 825}\right), \quad (\text{B.8})$$

avec

$$\tau_3 = 5.3n_e^0 \alpha_f r_0^2 \frac{c}{H_0} \approx 9 \cdot 10^{-6}. \quad (\text{B.9})$$

Dans la limite des hautes énergies ($E \gg 1$), $\tau = 1$ est atteint pour $z \approx 900 \Omega_m^{1/3} \approx 584$ indépendamment de l'énergie!

B.5 Diffusion photon-photon

Ensuite c'est la diffusion photon-photon qui va dominer. La formule pour la profondeur optique sous la condition $E\Theta \lesssim 0.1$ s'écrit

$$\tau = \tau_5 \left(\frac{E}{1+z}\right)^3 \frac{2}{\Omega_m^8} \sum_{k=0}^7 \frac{(\Omega_m - 1)^k}{15 - 2k} \binom{7}{k} [(1 + \Omega_m z)^{15/2-k} - 1], \quad (\text{B.10})$$

où

$$\tau_5 = \frac{4448\pi^4}{455625} \alpha_f^4 \frac{c}{\lambda_c H_0} \Theta_0^6 \approx 1.37 \cdot 10^{-27}. \quad (\text{B.11})$$

B.6 Création de paires sur photons

Et enfin la production de paires sur photons va dominer avec

Dans le cas où $E\Theta = E_0\Theta_0(1+z)^2 \ll 1$ et où $\Omega_m z \ll 1$, la profondeur optique s'écrit

$$\tau = \tau_6 \left(\frac{\pi E \Theta_0}{1+z}\right)^{1/2} \left[(1+z)^3 \left(1 + \frac{15}{4} E\Theta\right) \exp\left(-\frac{1}{E\Theta}\right) - \left(1 + \frac{15}{4} \frac{E\Theta_0}{1+z}\right) \exp\left(-\frac{1}{\frac{E\Theta_0}{1+z}}\right) \right], \quad (\text{B.12})$$

où

$$\tau_6 = \alpha_f^2 \frac{c}{\lambda_c H_0} \Theta_0^3 \approx 2.8 \cdot 10^5. \quad (\text{B.13})$$

Ensuite, comme on l'a dit précédemment on somme toutes ces profondeurs optiques et on pose $\tau = 1$. Finalement on calcule numériquement et on trace la fonction $z(E)$. Ce qui nous donne bien les deux courbes de la Figure 2.1.

Annexe C

Description de la cascade électromagnétique

C.1 Description de la cascade

À hautes énergies ($E \gg \epsilon_e$ ou $\frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \gg 1$) la particule principale (e ou γ') perd une petite partie de son énergie de manière continue (3.4). L'autre particule secondaire, qui est toujours un électron va entrer dans le domaine des basses énergies fE et débiter une nouvelle cascade à partir de cette énergie. Le domaine de basse énergie ici est relatif à l'énergie de la particule principale et pas à l'énergie de la particule primaire.

Ensuite la particule principale va rejoindre petit à petit la région où $\frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \approx 5 - 0.5$ où l'énergie qu'elle va perdre par collision va être la moitié de son énergie. La cascade rentre dans la phase de reproduction d'égalité-énergie.

Comme on l'a dit précédemment, ϵ_γ est l'énergie minimale à laquelle un photon peut créer une paire e^+e^- . Donc quand $E < \epsilon_e = \frac{\epsilon_\gamma}{2}$, il n'y a plus de créations de nouveaux électrons donc le nombre d'électrons ne change pas et on le note N_0 . Ces électrons ne vont alors interagir que par diffusion Compton inverse et leurs énergies va diminuer continûment.

On va maintenant approcher le problème d'un point de vue plus formel en écrivant le nombre d'électrons $N_e(E)$ de la cascade ayant leurs énergies égale à E . Et ensuite on va écrire le spectre de photons à la suite d'une cascade.

C.1.1 Nombre d'électrons $N_e(E)$ de la cascade ayant une énergie donnée

Parallèlement à ce qui a été dit précédemment, il est clair que lorsque $E \leq \epsilon_e$ le nombre d'électrons de la cascade passant par l'énergie E est constant, $N_e = \text{constante}$. On va alors chercher à écrire la dépendance en énergie de $N_e(E)$ lorsque $E > \epsilon_e$.

La différence entre le nombres de particules principales qui passent par l'énergie $E + dE$ et celles qui passent par l'énergie E est égale au nombre de particules générées dans l'intervalle $(E, E + dE)$. Ce nombre est égal à $N(E') \frac{dE'}{E}$, où $\frac{dE'}{E}$ est le nombre de particules secondaires avec une énergie E générée par une particule primaire avec l'énergie E' qui perd de l'énergie jusqu'à la valeur $E' - dE'$, et $N(E')$ est le nombre de particules de la cascade passant par l'énergie E' durant tout le temps de développement de la cascade. Par conséquent,

$$dN(E) = -N(E') \frac{dE'}{E}. \quad (\text{C.1})$$

Négligeant la dépendance logarithmique de f sur E , on suppose que $E' = E/f$, avec $f = \text{constante}$. Dans ce cas, la solution à l'équation (C.1) est $N(E) = A/E$. Comme la fraction d'électrons dans le nombre total de particules de la cascade ne change pas avec l'énergie, cette dépendance est aussi vraie pour $N_e(E)$. La dépendance $N(E) = A/E$ décrit un régime de conservation de flux d'énergie $EN(E) = \text{constante}$. On peut voir cela particulièrement clairement dans le domaine où $\frac{E\epsilon}{m_e^2 c^4} \approx 5 - 0.5$ et où l'énergie des particules est divisée de moitié : à chaque énergie $E_n = E_0/2^n$ il y a 2^n particules.

Par conséquent, le nombre d'électrons de la cascade passant par l'énergie E s'écrit :

$$N_e(E) = \begin{cases} \frac{A}{E} & \text{si } E \geq \epsilon_e, \\ N_0 & \text{si } E \leq \epsilon_e. \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

C.1.2 Spectre de photons après la cascade

On va maintenant écrire le spectre des photons restant après une cascade. Un électron avec une énergie E_e perdant de son énergie jusqu'à la valeur $E_e - dE_e$ émet dE_e/E_γ photons avec l'énergie E_γ , où $E_\gamma = fE_e$. Comme il y a $N_e(E_e)$ électrons qui passe par l'énergie E_e durant tout le développement de la cascade, alors le nombre total de photons émis avec l'énergie E_γ est

$$n_\gamma(E_\gamma) = N_e(E_e) \frac{dE_e}{E_\gamma}. \quad (\text{C.3})$$

Pour $E_e \leq \epsilon_e$ l'énergie moyenne d'un photon Compton est égale à

$$E_\gamma = \frac{4}{3} \frac{\epsilon}{m_e^2 c^4} E_e^2. \quad (\text{C.4})$$

On rappelle que dans ce domaine d'énergie $N_e(E_e) = N_0$. En substituant ceci et (C.4) dans (C.3), on obtient

$$n_\gamma(E_\gamma) = A E_\gamma^{-3/2}, \quad (\text{C.5})$$

où $E_\gamma \leq \epsilon_X = m_e^2 c^4 / (3\epsilon)$ et A une constante. Selon (C.2), pour $E_\gamma > \epsilon_X$ on a $N_e(E_e) = A/E_e$, et pour une approximation en loi de puissance quelconque (avec comme exposant m) tel que $E_e = kE_\gamma^m$, incluant $E_e = kE_\gamma$ et valide à hautes énergies, on obtient depuis (C.3)

$$n_\gamma(E_\gamma) = A' E_\gamma^{-2}. \quad (\text{C.6})$$

Pour calculer les constantes de normalisation A et A' on part de la condition que l'énergie totale des photons doit être égale à l'énergie initiale ϵ_0 :

$$\int_0^{\epsilon_\gamma} E_\gamma n_\gamma(E_\gamma) dE_\gamma = \epsilon_0, \quad (\text{C.7})$$

et on utilise la condition de continuité $n_\gamma^+(\epsilon_X) = n_\gamma^-(\epsilon_X)$ ce qui implique que $A' = A\epsilon_X^{1/2}$ et donc

$$\epsilon_0 = \int_0^{\epsilon_\gamma} E_\gamma n_\gamma(E_\gamma) dE_\gamma = \int_0^{\epsilon_X} A E_\gamma^{-1/2} dE_\gamma + \int_{\epsilon_X}^{\epsilon_\gamma} A' E_\gamma^{-1} dE_\gamma = 2A\epsilon_X^{1/2} + A' \ln \frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_X} = \epsilon_0, \quad (\text{C.8})$$

or $\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_X} = 3$ donc finalement on trouve

$$A' = \frac{\epsilon_0}{2 + \ln 3} \quad \text{et} \quad A = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_X^{1/2} (2 + \ln 3)}. \quad (\text{C.9})$$

Donc au final le spectre de photons suit une loi de puissance tel que

$$n_\gamma(E_\gamma) = \begin{cases} \frac{K}{\epsilon_X} \left(\frac{E_\gamma}{\epsilon_X} \right)^{-3/2} & \text{si } E_\gamma \leq \epsilon_X, \\ \frac{K}{\epsilon_X} \left(\frac{E_\gamma}{\epsilon_X} \right)^{-2} & \text{si } \epsilon_X \leq E_\gamma \leq \epsilon_\gamma, \\ 0 & \text{si } E_\gamma \geq \epsilon_\gamma, \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

avec $\epsilon_\gamma = \frac{m_e^2 c^4}{\epsilon}$, $\epsilon_X = \frac{1}{3} \frac{m_e^2 c^4}{\epsilon} = \frac{\epsilon_\gamma}{3}$ et $K = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_X (2 + \ln 3)}$.

Bien que dans ce cas on est fait des approximations, il est à noter que le calcul du spectre lorsqu'il est fait exactement (numériquement) concorde avec celui trouvé ici.

Bibliographie

- [1] Jarosik, N., et al. 2011, *Astrophys. J. Suppl.*, **192**, 14
- [2] Komatsu, E., et al. 2011, *Astrophys. J. Suppl.*, **192**, 18
- [3] Mather, J. C., Fixsen, D. J., Shafer, R. A., Mosier, C., & Wilkinson, D. T. 1999, *Astrophys. J.*, **512**, 511
- [4] Zdziarski, A. A., & Svensson, R. 1989, *Astrophys. J.*, **344**, 551
- [5] Shull, M., & Venkatesan, A. 2007, arXiv :astro-ph/0702323
- [6] Brown, R. L. 1971, *Astrophys. J.*, **164**, 387
- [7] T. M. Knasel, *Phys. Rev.*, **171** (1968) 1643 [Erratum-ibid. **179** (1969) 1632].
- [8] J. W. Motz, H. A. Olsen and H. W. Koch, *Rev. Mod. Phys.*, **41**, (1969) 581.
- [9] Zdziarski, A. A. 1988, *Astrophys. J.*, **335**, 786
- [10] Blumenthal, G. R., & Gould, R. J. 1970, *Rev. Mod. Phys.*, **42**, 237
- [11] Brown, R. W., Hunt, W. F., Mikaelian, K. O., & Muzinich, I. J. 1973, *Phys. Rev. D*, **8**, 3083
- [12] V.S. Beresinskii, S.V. Bulanov, V.A. Dogiel, V.L. Ginzburg and V.S. Ptuskin, "Astrophysics of Cosmic Rays", (North Holland, Amsterdam, 1990).
- [13] Cyburt, R. H., Ellis, J., Fields, B. D., & Olive, K. A. 2003, *Phys. Rev. D*, **67**, 103521
- [14] Iocco, F., Mangano, G., Miele, G., Pisanti, O., & Serpico, P. D. 2009, *Phys. Rep.*, **472**, 1
- [15] Galli, S., Iocco, F., Bertone, G., & Melchiorri, A. 2011, *Phys. Rev. D*, **84**, 027302
- [16] Fowler, J. W., et al. 2010, *Astrophys. J.*, **722**, 1148