

Décomposition des systèmes dynamiques discrets déterministes selon le produit direct de graphes

Stage de recherche

Encadrant: Enrico Formenti

enrico.formenti@unice.fr

<https://mc3.i3s.unice.fr/~formenti/>

Les systèmes dynamiques discrets finis (SDD) sont des systèmes pouvant prendre un nombre fini d'états et qui évoluent à chaque pas de temps (discret) d'un état à un autre en suivant une transition possible à partir de l'état d'origine. Ils sont représentés par leur graphe des états, dans lequel les sommets sont les états possibles du système et un arc entre deux sommets indique une transition possible du premier état vers le second. Lorsqu'un SDD est déterministe, son graphe des états est de degré sortant 1.

Une opération de composition entre deux SDD qui joue un rôle primordial dans l'étude de ces systèmes est le produit direct. Elle se définit sur le graphe des états comme suit. L'ensemble des sommets du produit direct de deux graphes G et H est le produit cartésien de leurs ensembles de sommets et il y a un arc du sommet (a,x) vers le sommet (b,y) ssi il y a un arc de a vers b dans G et de x vers y dans H . Une question centrale pour l'étude des SDD est de savoir si un graphe donné peut s'écrire comme le produit direct de deux graphes. Un résultat fondamental sur cette question est qu'un graphe connexe et non biparti admet une unique décomposition en facteurs premiers et que celle-ci peut être calculée en temps polynomial.

Ce stage visera à répondre à certaines des questions suivantes, dans le cas particulier des SDD déterministes. La décomposition en facteurs premiers d'un graphe orienté G de degré sortant 1 est-elle unique des lors que G est connexe (sans requérir qu'il ne soit pas biparti)? Lorsqu'elle est unique, en quel temps cette décomposition peut-elle être calculée? peut-elle l'être en temps linéaire? A l'inverse, lorsque cette décomposition n'est pas unique, l'ensemble des décompositions possibles peut-il être représenté de manière succincte? en espace linéaire? et en quel temps cette représentation peut-elle être calculée?

Le stage se déroulera au laboratoire I3S à Sophia Antipolis, près de Nice, encadré par Enrico Formenti (<https://mc3.i3s.unice.fr/~formenti/>) et Christophe Crespelle (<https://www.i3s.unice.fr/~ccrespelle/>).