

Titre:

Arguments de terminaison avec l'assistant de preuve COQ (WQO with COQ)

Résumé:

La preuve de terminaison d'algorithmes est un problème difficile. En effet, il faut montrer que les boucles s'arrêtent, c'est-à-dire qu'elles ne peuvent pas s'exécuter un nombre infini de fois. Pour montrer cela formellement, on peut utiliser une fonction vers les entiers naturels qui décroît strictement à chaque itération, ou bien plus généralement une fonction vers un ordre bien fondé qui décroît de même à chaque itération.

Pour certains algorithmes, ces ordres bien fondés proviennent de structures mathématiques appelées beaux préordres. Formellement un préordre est beau si de toute suite infinie d'éléments il est possible d'extraire une sous-suite croissante. Les beaux préordres peuvent se combiner, par exemple par produit cartésien, ou par extension à des mots. Les théorèmes montrant ses résultats sont appelés Lemme de Dickson et Lemme de Higman.

On souhaite pouvoir utiliser ces lemmes pour montrer formellement la terminaison de certains algorithmes à l'aide d'assistants de preuve, et en particulier avec l'outil COQ. Pour cela, les preuves des lemmes de Dickson et de Higman mais aussi la définition des beaux préordres, habituellement données en logique classique, doivent être converties en logique intuitionniste.

En 2012, Dimitrios Vytiniotis, Thierry Coquand et David Wahlstedt ont donné une définition en logique intuitionniste des beaux préordres, appelés relations presque pleines, et donné une preuve du lemme de Dickson.

Il existe une autre façon de décrire les beaux préordres. L'objectif du stage est d'étendre les travaux sur les relations presque pleines à cette autre description, ou d'étendre le Lemme de Higman aux relations presque pleines. Dans tous les cas, on commencera par une preuve papier détaillée avant de

l'implémenter dans l'outil COQ.

Mots clés:

Beaux préordres (well-quasi order), Lemme de Dickson, Lemme de Higman, Relations presque pleines (Almost-full relations), Assistant de preuve, COQ.

Bibliographie:

https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-32347-8_17

https://fr.wikipedia.org/wiki/Lemme_de_Dickson

https://fr.wikipedia.org/wiki/Lemme_de_Higman

Encadrants:

Thibault Hilaire

David Ilcinkas

Jérôme Leroux