

Signaux et auto-assemblage

Florent Becker

20 février 2008

Introduction

Systèmes de signaux

Compilations des signaux en tuiles

Pavage de Robinson

Conclusion

Introduction

Systèmes de
signaux

Compilations des
signaux en tuiles

Pavage de
Robinson

Conclusion

- ▶ Modélisation de phénomènes naturels (coraux, cristaux)
- ▶ Création d'artefacts (nano-machins, calcul à ADN)
- ▶ Modèle simple : des carrés, des couleurs

Exemple : l'assemblage d'un carré

Signaux et
auto-assemblage

Florent Becker

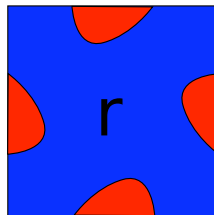
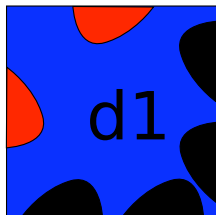
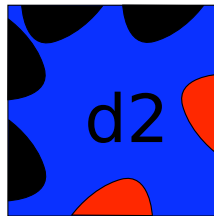
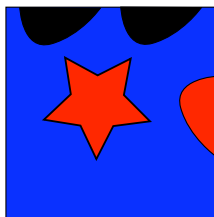
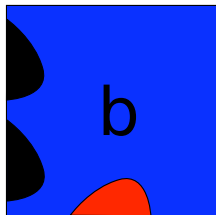
Introduction

Systèmes de
signaux

Compilations des
signaux en tuiles

Pavage de
Robinson

Conclusion



Exemple : l'assemblage d'un carré

Signaux et
auto-assemblage

Florent Becker

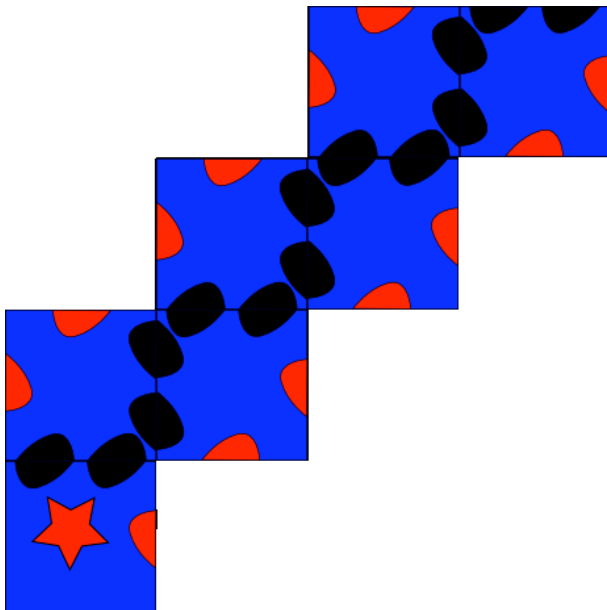
Introduction

Systèmes de
signaux

Compilations des
signaux en tuiles

Pavage de
Robinson

Conclusion



Exemple : l'assemblage d'un carré

Signaux et
auto-assemblage

Florent Becker

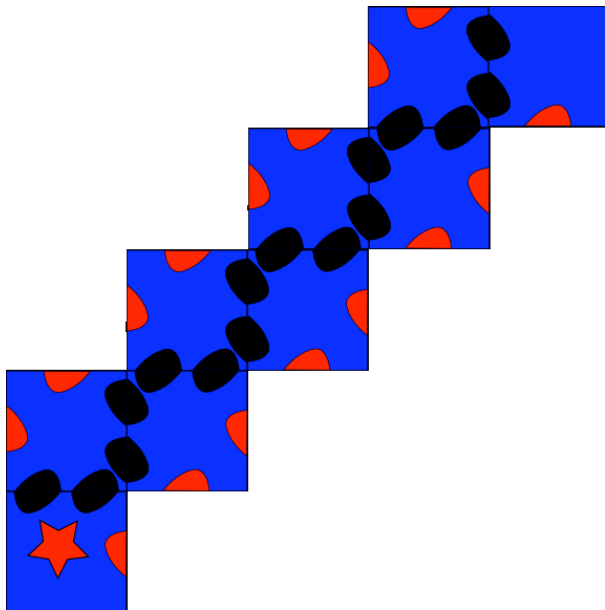
Introduction

Systèmes de
signaux

Compilations des
signaux en tuiles

Pavage de
Robinson

Conclusion



Exemple : l'assemblage d'un carré

Signaux et auto-assemblage

Florent Becker

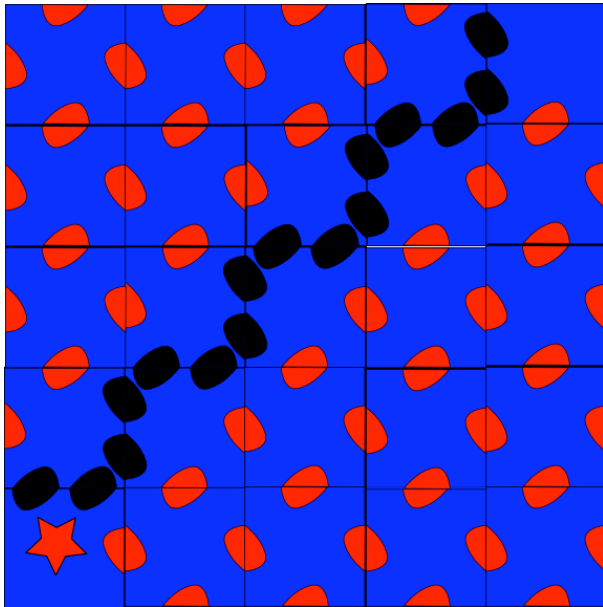
Introduction

Systèmes de signaux

Compilations des signaux en tuiles

Pavage de Robinson

Conclusion



- ▶ Le nombre de tuiles augmente vite pour les constructions intéressantes
- ▶ Non-déterminisme
- ▶ Asynchronisme

Definition

Une production est RC si dans chaque colonne à droite de la source, au plus une tuile a une colle de force 2 vers la gauche, et symétriquement.

Un jeu de tuiles est RC si toutes ses productions le sont.

- ▶ Permet de contrôler l'asynchronisme
- ▶ L'histoire d'une production peut se retrouver
- ▶ En pratique, toutes les constructions sont RC.

- ▶ Description compacte des jeux de tuiles
- ▶ Fonction de chaque composant plus claire
- ▶ Preuves sur la dynamique humainement possibles
- ▶ Comme avec des automates cellulaires

Comme avec des automates cellulaires ?

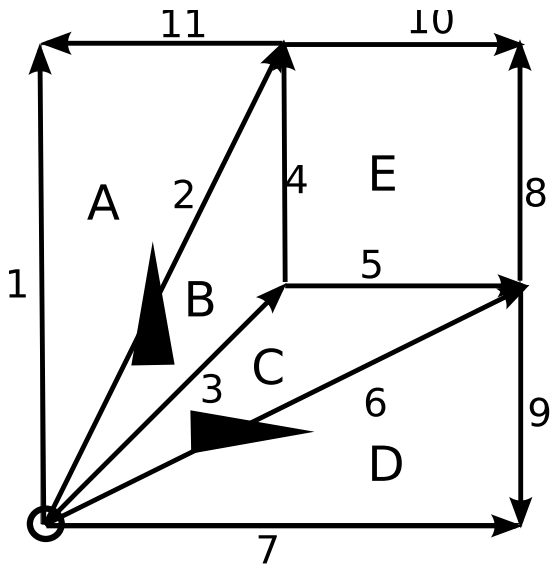
- ▶ Dimension : 1 / 2
- ▶ Temps : Du bas vers le haut / en spirale
- ▶ Construction du médium de propagation en direct
- ▶ produit cartésien impossible

Definition

Un système de signaux est constitué de :

- ▶ Un ensemble de régions
- ▶ Un ensemble de signaux, avec une pente rationnelle et une direction de propagation $d \in \{H, V, O\}$, et une région de chaque côté
- ▶ Un ensemble de collisions, avec des signaux entrants et sortants
- ▶ Une collision particulière, la source \odot

Exemple : encore des carrés



Introduction

Systèmes de signaux

Compilations des signaux en tuiles

Pavage de Robinson

Conclusion

À chaque système de signaux, on associe une grammaire de diagrammes qui, partant de la source ajoute des signaux partant de chaque collision et des collisions aux intersections de signaux.

Productions du système de signaux : ensemble des diagrammes finaux.

Le retour de la vengeance du carré masqué

Signaux et auto-assemblage

Florent Becker

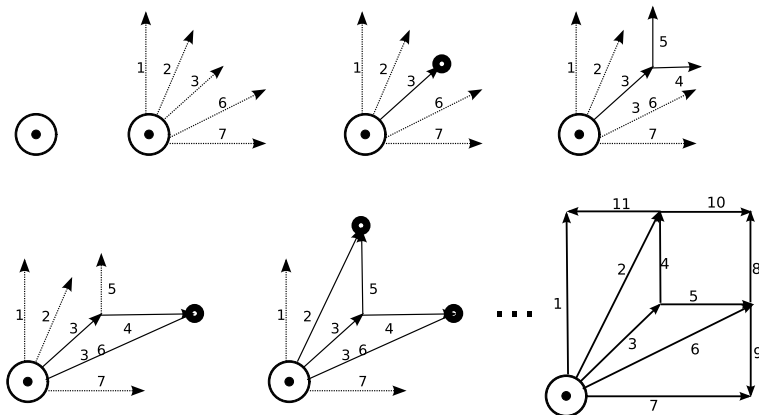
Introduction

Systèmes de signaux

Compilations des signaux en tuiles

Pavage de Robinson

Conclusion



Comment éviter les points d'accumulation ?

- ▶ Correction I : les collisions ont des coordonnées entières
- ▶ Correction II : les signaux proches d'une collision y sont adjacents.

Comment éviter les erreurs / blocages

- ▶ Correction III : toute production est complétable en une production finale.

Dans ce système, temps et espace sont indépendants, il nous faut des gardes-fous. On veut pouvoir donner à chaque point une direction locale du temps.

On définit des provinces, où cette direction est uniforme.

- ▶ Pour un signal V , on définit 2 demi-bandes, à gauche (w) et à droite (e)
- ▶ Pour un signal H , en haut (n) et en bas (s)
- ▶ Leurs intersections sont des provinces
- ▶ La direction de la province est la somme des deux lettres.
- ▶ Un diagramme est cohérent si les provinces forment une partition et si les pentes correspondent à leurs orientations.

Le fils du carré

Signaux et
auto-assemblage

Florent Becker

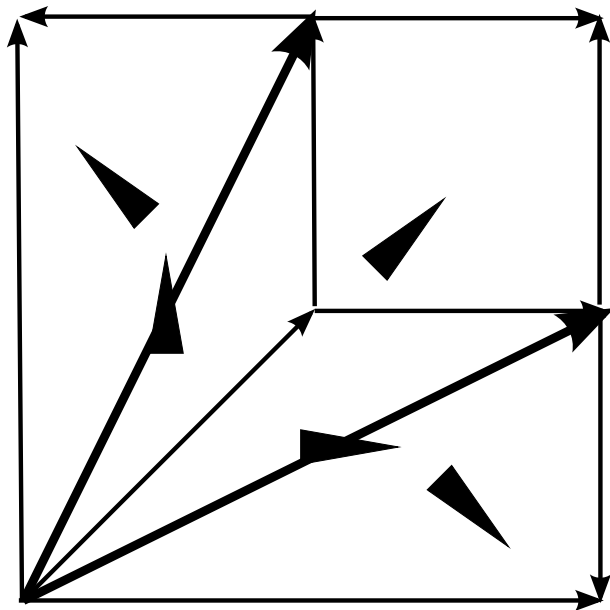
Introduction

Systèmes de
signaux

Compilations des
signaux en tuiles

Pavage de
Robinson

Conclusion



Démonstration apéritive¹

5 -6 6	5 -6 6	5 -6 4	17 -4 19	18 -19 19	18 -19 19	18 -19 19
5 	5 	3 	17 	18 	18 	18
5 -6 6	5 -6 6	3 -6 19	17 -19 19	18 -19 19	18 -19 19	18 -19 19
5 	5 	20 	17 	18 	18 	18
5 -6 6	5 -6 4	20 -4 19	17 -19 19	18 -19 19	18 -19 19	18 -19 19
5 	3 	18 	17 	18 	18 	18
5 -6 6	3 -6 13	18 -11 13	17 -13 16	18 -16 16	18 -16 16	18 -16 19
5 	1 	12 	18 	18 	18 	8
5 -6 4	1 -4 13	12 -13 19	18 -19 19	18 -19 2	18 -2 7	8 -7 9
3 	12 	18 	18 	8 	10 	10
3 -6 13	12 -13 19	18 -19 2	18 -2 7	8 -7 9	10 -9 9	10 -9 9
1 	18 	8 	10 	10 	10 	10
1 	2 ==	18 7	8 9	10 9	10 9	10 9
	10 7	10 7	10 9	10 9	10 9	10 9

¹car c'est bientôt le goûter

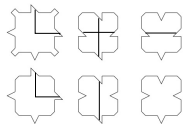
- ▶ Colles : 1 partout
- ▶ 2 pour les côtés verticaux traversés par un signal H
- ▶ et les côtes horizontaux traversés par un signal V
- ▶ Source = Source

On assemble les puzzles formés par les extraits de diagrammes présents sur les tuiles. On dit qu'un motif de tuiles est une concrétisation d'un diagramme quand on obtient le diagramme en assemblant le puzzle.

Theorem

Pour un système de signaux correct, le jeu de tuiles défini plus haut assemble bien les concrétisations des diagrammes finaux du système de signaux.

- ▶ Correction : induction sur les productions, importance de la cohérence.
- ▶ Complétude : non-déterminisme seulement pour les collisions.



- ▶ Un ensemble de tuiles de Wang (plus leur symétriques)
- ▶ Assemblent uniquement des motifs quasi-périodiques

- ▶ 4-déterminisme : chaque tuile est déterminée connaissant deux de ses voisins successifs

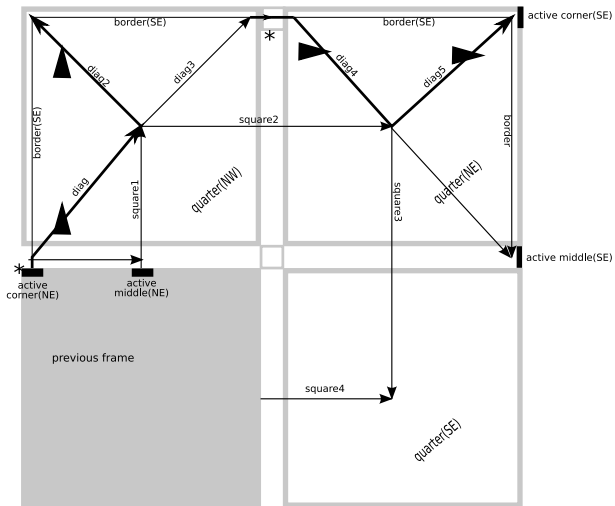
- ▶ 4-déterminisme : chaque tuile est déterminée connaissant deux de ses voisins successifs
- ▶ C'est presque ce qu'il nous faut pour auto-assembler à température 2

- ▶ 4-déterminisme : chaque tuile est déterminée connaissant deux de ses voisins successifs
- ▶ C'est presque ce qu'il nous faut pour auto-assembler à température 2
- ▶ Mais il faut pouvoir ouvrir de nouveaux rectangles.

On va utiliser un jeu de tuiles à deux couches : une couche est le jeu de tuiles de Kari K , l'autre un système de signaux S qui assemble la hiérarchie des carrés centrés autour de $(0, 0)$.

Corollaire : on a que les motifs où cette famille de carrés recouvre le plan.

Construire une hiérarchie de carrés



Introduction

Systèmes de signaux

Compilations des signaux en tuiles

Pavage de Robinson

Conclusion

- ▶ Notre jeu de tuiles est un sous-ensemble de $K \times S$

- ▶ Notre jeu de tuiles est un sous-ensemble de $K \times S$
- ▶ Pour les tuiles sans force 2, on met tout $K \times \{t\}$

- ▶ Notre jeu de tuiles est un sous-ensemble de $K \times S$
- ▶ Pour les tuiles sans force 2, on met tout $K \times \{t\}$
- ▶ À l'intérieur d'un carré donné, on utilise la symétrie

- ▶ Notre jeu de tuiles est un sous-ensemble de $K \times S$
- ▶ Pour les tuiles sans force 2, on met tout $K \times \{t\}$
- ▶ À l'intérieur d'un carré donné, on utilise la symétrie
- ▶ Entre carrés, on a centralisé les choix, on met aussi tout $K \times \{t\}$

- ▶ D'autres pavages du plan
- ▶ Intégrer du calcul entre les signaux
- ▶ Optimiser la taille des jeux de tuiles obtenus
- ▶ Des signaux à rebrousse-temps avec des firing-squads
- ▶ Les dimensions supérieures

Introduction

Systèmes de
signaux

Compilations des
signaux en tuiles

Pavage de
Robinson

Conclusion

Merci