

MONOPÔLES MAGNÉTIQUES : DE LA THÉORIE AUX ANALOGUES EXPÉRIMENTAUX

FLAVIEN MUSEUR

En électromagnétisme classique, il n'y a pas de monopôles magnétiques. Mais Dirac a montré qu'ils sont permis dans le formalisme quantique [1] : ils ressemblent aux extrémités de solénoïdes infiniment fins. Cette revue se concentre sur la théorie des monopôles de Dirac et sur différents analogues réalisés expérimentalement. De vrais monopôles de Dirac, au sens d'une particule élémentaire, n'ont pas encore été observés, mais il a été montré que certains systèmes magnétiques complexes peuvent avoir des propriétés émergentes similaires à des celles des monopôles [2, 3], qui ont été mis en évidence expérimentalement [4]. De plus, certaines configurations frustrées de sphères magnétiques ont un comportement de monopôle magnétique macroscopique [5]. Cela aide à comprendre mieux la théorie des monopôles magnétiques et prédire ce à quoi des vrais monopôles de Dirac pourraient ressembler.

1. INTRODUCTION

L'électromagnétisme classique est régi par les équations de Maxwell. Parmi celles-ci, l'équation de Maxwell-Thompson $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ énonce que les monopôles magnétiques n'existent pas. En effet, couper un aimant (un dipôle magnétique) en deux n'isole pas deux monopôles Nord et Sud, mais crée deux dipôles plus petits.

Mais Dirac, dans son article fondateur de 1931 [1], montra que la mécanique quantique n'interdit pas l'existence de monopôles magnétiques. De plus, il a montré que la charge magnétique doit être quantifiée, et que l'existence d'un seul monopôle magnétique dans l'univers force toutes les charges électriques à être quantifiées. Ceci est évidemment en accord avec les observations sur les charges électriques, à tel point que Dirac écrivit à propos des monopôles magnétiques : "Il serait surprenant que la Nature n'en ait pas fait usage". Cependant, il n'y a à ce jour aucune preuve directe de l'existence de telles particules. Donc pour simuler le comportement de monopôles magnétiques, les physiciens de la matière condensée ont développé un modèle de quasiparticules dans des matériaux appelés glaces de spin [3]. Ces quasiparticules ne sont pas des particules élémentaires mais des phénomènes émergents rendus possibles par la structure microscopique du matériau. Cette théorie a été testée et confirmée expérimentalement [4].

Cette revue fait un résumé de la théorie des monopôles de Dirac, et du modèle utilisé pour étudier les quasi-

particules ayant un comportement de monopôle magnétique. La première partie présente la quantification de la charge magnétique dans le formalisme quantique, en utilisant principalement les mêmes arguments et notations que Dirac dans Ref. [1], et explique en partie pourquoi des particules élémentaires monopôles sont si dures à isoler si elles existent. La deuxième partie examine un modèle de matière condensée et un système magnétique macroscopique complexe, et explique comment ils peuvent avoir une comportement de monopôle magnétique.

2. ASPECTS THÉORIQUES

Dans cette section, nous montrons que les monopôles magnétiques sont compatibles avec le formalisme quantique.

2.1. Intégrabilité de la phase d'une fonction d'onde

Dans Ref. [1], Dirac explique qu'une fonction d'onde quelconque ψ représentant le mouvement d'une particule unique peut être écrite sous la forme $\psi = Ae^{i\gamma}$, où A l'amplitude et γ la phase sont des fonctions réelles de x, y, z et t . Mais le seul sens physique attaché à ψ est la fonction densité de probabilité, qui est donnée par le module au carré $|A|^2$. Donc ajouter une fonction arbitraire à la phase γ ne change pas la physique du problème : dans le cas général, la valeur de γ n'a pas vraiment de sens. Par conséquent, seulement la différence de valeur de γ entre

deux points est importante. De manière générale, cette différence n'est définie que pour deux points infiniment proches. Donc la différence entre deux points quelconques est calculée en intégrant le changement infinitésimal entre les deux points, et il dépend a priori du chemin suivi. Autrement dit, le changement total de phase le long d'une courbe fermée n'est pas nécessairement zéro.

Considérons maintenant deux fonctions d'onde quelconques ψ et ϕ . Le module au carré du produit scalaire

$$\langle \phi | \psi \rangle = \int \phi^* \psi \, dx dy dz$$

représente la probabilité d'accord des deux états. Mais une condition pour que cette intégrale ait un module bien défini est que le changement de phase de $\phi^* \psi$ le long d'une courbe fermée soit zéro. Donc *le changement de phase le long d'une courbe fermée doit être le même pour toutes les fonctions d'onde*. Ce changement doit donc être déterminé par le système lui-même ; comme nous étudions une seule particule, ce changement doit être relié au champ de force que subit la particule.

Pour montrer ce résultat, réécrivons la fonction d'onde sous la forme :

$$\psi = \psi_1 e^{i\beta}, \quad (1)$$

où ψ_1 est une fonction d'onde ordinaire avec phase bien définie, et β contient l'incertitude sur la phase. Alors, de la même manière que le potentiel électrique V est uniquement défini par $\mathbf{E} = -\nabla V$ et peut être changé d'une constante sans modifier la physique, β a seulement des dérivées bien définies en chaque point ; ce n'est pas une fonction de x, y, z et t . Ainsi, soit $\boldsymbol{\kappa} = \nabla \beta$ le vecteur des dérivées spatiales et $\kappa_0 = \frac{\partial \beta}{\partial t}$ la dérivée par rapport au temps ; comme β n'est pas une fonction au sens classique du terme, $\boldsymbol{\kappa}$ ne satisfait pas la condition d'intégrabilité $\nabla \times \boldsymbol{\kappa} = \mathbf{0}$. Donc le changement de phase le long d'une courbe fermée est, par la formule de Stokes :

$$\Delta \phi = \oint \boldsymbol{\kappa} \cdot d\mathbf{l} = \iint \nabla \times \boldsymbol{\kappa} \cdot d\mathbf{S}. \quad (2)$$

Par conséquent, comme ce changement est le même pour toutes les fonctions d'onde, $\nabla \times \boldsymbol{\kappa}$ est aussi le même pour toutes les fonctions d'onde.

En appliquant l'opérateur $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ à l'Équation (1), on a

$$\hat{p}_x \psi = e^{i\beta} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} + \hbar \kappa_x \right) \psi_1, \quad (3)$$

avec des relations similaires en y, z et t . Ainsi, si ψ vérifie une équation d'onde avec les opérateurs $\hat{\mathbf{p}}$ et énergie $\hat{\mathcal{H}} = -i\hbar \frac{d}{dt}$, ψ_1 vérifie l'équation correspondante où ces opérateurs ont été remplacés par $\hat{\mathbf{p}} + \hbar \boldsymbol{\kappa}$ et $\hat{\mathcal{H}} - \hbar \kappa_0$ respectivement ; ceci doit être comparé à l'Hamiltonien d'une particule chargée dans un champ électromagnétique. Par exemple, si ψ décrit le mouvement d'une particule en l'absence de champ, ψ_1 décrit le mouvement d'une particule de charge $-q$ se déplaçant dans un champ électromagnétique dont les composantes sont

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\hbar}{q} \boldsymbol{\kappa}, & V &= -\frac{\hbar}{q} \kappa_0 \\ \mathbf{B} &= \frac{\hbar}{q} \nabla \times \boldsymbol{\kappa}, & \mathbf{E} &= \frac{\hbar}{q} \left(\nabla \kappa_0 - \frac{\partial \boldsymbol{\kappa}}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Puisque ψ_1 est une fonction d'onde avec une phase bien définie, cela revient à la théorie usuelle du mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique. Ceci donne une interprétation physique de la non-intégrabilité de la phase : ψ vérifie la même équation qu'il y ait un champ ou non, et l'effet du champ est de rendre la phase non-intégrable. Dans un sens, c'est le principe d'invariance de jauge exprimé sous une forme quantique.

2.2. Lignes nodales de fonctions d'onde et quantification des charges

D'une part, essayons de trouver la situation classique qui ressemble le plus à un monopôle magnétique. À une extrémité d'un solénoïde dans lequel un courant circule, le champ magnétique semble diverger vers l'extérieur ; mais bien sûr, le champ magnétique allant vers l'extérieur est contrebalancé par le champ venant de l'intérieur du solénoïde, de sorte que le flux total autour de l'extrémité est nul. Maintenant, rendons le solénoïde infiniment fin. Alors, le champ autour d'une extrémité est exactement comme le champ produit par un monopôle, sauf dans la direction du solénoïde, de telle sorte que le flux total est toujours nul. Mais si nous considérons une particule qui ne peut pas aller là où est le solénoïde, en d'autres termes une particule dont la fonction d'onde s'annule sur la ligne sur laquelle le solénoïde est situé, alors elle se comporte exactement comme une particule interagissant avec un monopôle magnétique. Donc pour mettre en évidence de possibles monopôles dans la théorie, notre meilleure chance est de considérer des fonctions d'onde autour de leurs points d'annulation.

D'autre part, nous avons montré que les dérivées spatiales et temporelles $\boldsymbol{\kappa}$ peuvent être reliées au champ électromagnétique, ce qui rend la théorie équivalente à celle décrivant le mouvement d'un électron dans un tel champ. Mais nous n'avons pas considéré le fait que la phase est toujours indéterminée d'un multiple de 2π ; en fait, le changement total de phase le long d'une courbe fermée peut différer d'un multiple de 2π pour différentes fonctions d'onde. Considérons alors une courbe fermée arbitrairement petite : comme l'équation d'onde impose que la fonction d'onde soit continue, la différence de phase totale le long de cette courbe doit aussi être arbitrairement petite pour différentes fonctions d'onde. Cela veut dire qu'elle a en fait une valeur bien définie, qui est reliée au flux de champ magnétique \mathbf{B} à travers la surface qu'entoure cette courbe, grâce aux Équations (2) et (4).

Comme une fonction d'onde est complexe, son annulation requiert deux conditions. Donc les fonctions d'onde à trois dimensions s'annulent généralement le long de lignes, appelées lignes nodales. Mais si une telle ligne passe à l'intérieur de la petite courbe considérée plus haut, nous ne pouvons pas appliquer le raisonnement précédent fondé sur la continuité, car le concept de phase n'a pas de sens quand la fonction d'onde vaut zéro. Par conséquent, nous pouvons seulement dire que le changement total de phase pour une telle fonction $\Delta \phi$ est proche de $2\pi n$ où n est un entier relatif ; son signe définit une direction le long de la ligne nodale. De plus, la différence entre $\Delta \phi$ et $2\pi n$ doit être égale au changement de phase total pour une autre fonction d'onde sans ligne nodale à l'intérieur de la courbe,

qui dans ce cas est le flux de \mathbf{B} . Ainsi $\Delta\phi$ peut être écrit, en utilisant les Équations (2) et (4),

$$\Delta\phi = 2\pi n + \frac{e}{\hbar} \iint_{\text{petite surface}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \quad (5)$$

où e est la charge électrique fondamentale, reliée aux autres constantes fondamentales par $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$.

Considérons à présent une courbe fermée plus grande. On divise sa surface intérieure en plusieurs surfaces entourées de courbes fermées plus petites. Le changement de phase total le long de la grande courbe $\Delta\Phi$ est la somme des tous les changements le long des plus petites courbes. Il en suit que $\Delta\Phi$ est relié au flux de champ magnétique à travers cette surface :

$$\Delta\Phi = 2\pi \sum n + \frac{e}{\hbar} \iint_{\text{grande surface}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \quad (6)$$

où l'intégrale est la même pour toutes les fonctions d'onde et $\sum n$ dépend de la fonction d'onde. Donc si nous appliquons cette formule à une surface fermée, on a par hypothèse $\Delta\Phi = 0$. Alors, $\sum n$, sommé sur toutes les lignes nodales traversant la surface, doit être le même pour toutes les fonctions d'onde et égal à $-e/(2\pi\hbar)$ fois le flux de champ magnétique à travers la surface.

Si une ligne nodale n'a pas d'extrémité à l'intérieur de la surface fermée, sa contribution $\sum n$ est nulle, car n a la même valeur absolue et un signe opposé quand la ligne entre et sort de la surface fermée. Donc si $\sum n$ n'est pas 0, quelques lignes nodales se terminent dans la surface fermée, et la valeur de $\sum n$ est égale à la somme des n pour toutes les lignes se terminant dans la surface ; c'est la même pour toutes les fonctions d'onde. Puisque ce résultat est vrai pour toutes les surfaces, les points de terminaison des fonctions d'onde sont les mêmes pour toutes les fonctions d'onde. Ce sont des singularités dans le champ électromagnétique. Le flux de champ magnétique à travers une petite surface encerclant une telle singularité est $g = 2\pi n\hbar/e$, où g est la charge magnétique équivalente :

$$g = \frac{e}{\hbar} \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{e}{\hbar} \iiint \nabla \cdot \mathbf{B} dV. \quad (7)$$

Ainsi, à la fin d'une ligne nodale de caractéristique n , il y a un monopôle magnétique de charge $g = 2\pi n\hbar/e$. Cette relation est la relation de quantification de Dirac.

Ainsi, le formalisme quantique permet l'existence de monopôles magnétiques, dont le quantum de charge est $g_0 = \frac{2\pi\hbar}{e}$. De tels monopôles sont situés aux extrémités de lignes nodales, ou "cordes de Dirac". De plus, l'Équation (6) pour une surface fermée montre que si un monopôle magnétique existe, le flux magnétique est quantifié, en unités de g_0 . En conséquence, comme le produit de la charge magnétique et de la charge électrique doit aussi être quantifié, l'existence d'un seul monopôle magnétique force toutes les charges électriques à être quantifiées en unités de e . Enfin, on peut définir une constante de structure fine magnétique

$$\frac{g^2}{4\pi\mu_0\hbar c} = \frac{137}{4}$$

représentant l'intensité de la force magnétique entre monopôles. Elle est bien plus grande que la constante de structure fine électrique α , ce qui peut expliquer pourquoi les

monopôles magnétiques, s'ils existent, n'ont jamais été séparés d'une forme dipolaire.

2.3. Une autre approche de la condition de quantification de Dirac

Cet argument plus simple est présenté dans Ref. [6]. Considérons une particule de charge électrique q et de vitesse v dépassant un monopôle magnétique g avec un paramètre d'impact b , comme montré dans la Figure 1.

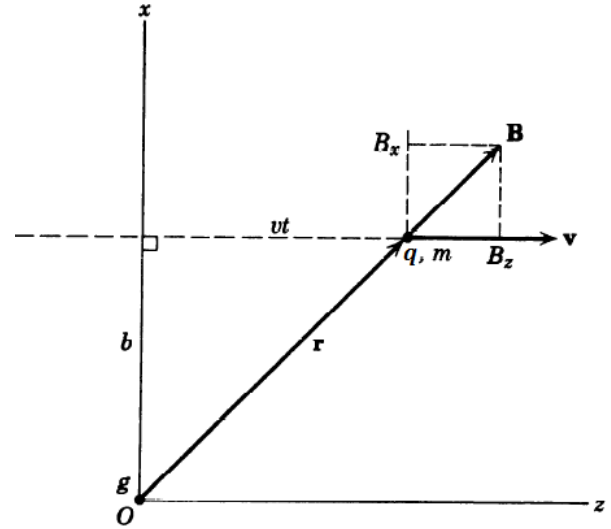


Fig. 1 Particule chargée électriquement dépassant un monopôle magnétique avec un paramètre d'impact b , tirée de Ref. [6].

Le champ magnétique produit par un monopôle magnétique de charge g est

$$\mathbf{B} = \frac{g\mathbf{r}}{4\pi r^3},$$

de telle sorte que l'Équation (7) est vérifiée. Donc la particule subit une force de Lorentz

$$F_y = qvB = \frac{qg}{4\pi} \frac{vb}{(b^2 + v^2t^2)^{3/2}},$$

qui transmet une impulsion

$$\Delta p_y = \frac{qgvb}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{(b^2 + v^2t^2)^{3/2}} = \frac{qg}{2\pi b}.$$

Donc la particule est déviée autour du plan, gagnant un moment angulaire autour l'axe z $\Delta L_z = b\Delta p_y = \frac{qg}{2\pi}$. Cette valeur est indépendante de la vitesse et du paramètre d'impact de la particule chargée. Mais la mécanique quantique montre que le moment magnétique est quantifié en unités de \hbar ; donc on trouve

$$\Delta L_z = n\hbar = \frac{qg}{2\pi},$$

avec n entier relatif, qui est la condition de quantification de Dirac.

Si la particule qui bouge est un électron de charge e , cette condition montre que chaque monopôle a une charge

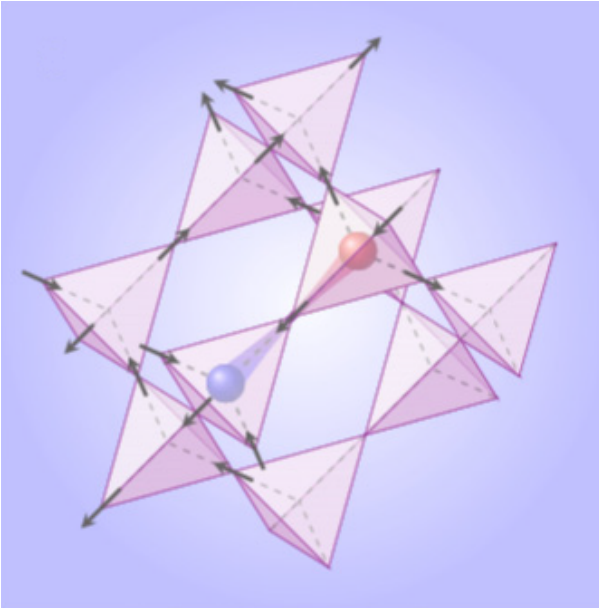


Fig. 2 Réseau pyrochlore, tirée de Ref [7].

multiple de $2\pi\hbar/e$. Appelons g_0 la charge magnétique minimale. De même, toute charge électrique est un multiple de $2\pi\hbar/g_0$. Donc, l'existence d'un seul monopôle magnétique entraîne que toute la charge électrique est quantifiée.

3. MONOPÔLES ÉMERGENTS DANS DES SYSTÈMES MAGNÉTIQUES FRUSTRÉS

Dans cette section, nous expliquons comment il est possible de simuler un comportement de monopôle magnétique avec deux systèmes magnétiques frustrés : un modèle microscopique de matière condensée appelé glace de spin, et un ensemble de sphères magnétisées.

3.1. Glace de spin

Les glaces de spin sont des systèmes magnétiques frustrés formés d'oxydes de terre rares. Leur formule générale, données dans Ref. [7], est $R_2M_2O_7$, où R^{3+} est un ion magnétique and M^{4+} un ion non magnétique. La glace de spin étudiée ici est $Dy_2T_2O_7$. Les cations sont situés aux sommets de tétraèdres dont les sommets sont joints ; le réseau, appelé réseau pyrochlore, est représenté en Figure 2. Des mesures de spectroscopie montrent que les premiers états excités du cristal sont séparés des états fondamentaux d'une énergie $\approx 200 - 300$ K. Donc le comportement à basse température de ces matériaux peut être approximé par un modèle d'Ising avec de grands moments magnétiques ($\approx 10\mu_B$), situés aux sommets des tétraèdres. Dans cet état fondamental, les moments magnétiques ne peuvent avoir que deux valeurs : vers l'intérieur ou vers l'extérieur du tétraèdre. Ainsi, ils sont des systèmes à deux niveaux similaires à des spins 1/2. Sur la Figure 2, ils sont représentés par des flèches noires.

L'Hamiltonien du système est composé du terme

d'échange et du terme d'interaction dipolaire :

$$\mathcal{H} = Jm^2 \sum_{i,j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j \quad (8)$$

$$+ Dm^2 \sum_{i,j} \left(\frac{\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j}{r_{ij}^3} - \frac{3(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right).$$

Le terme d'échange est d'origine quantique : il découle du principe de Pauli, qui énonce que la fonction d'onde de deux fermions doit être antisymétrique. A cause de la grande valeur du moment magnétique, les deux termes sont du même ordre de grandeur. De plus, dans ce modèle, les interactions à longue portée sont presque parfaitement écrantées. Donc à basse énergie le modèle est presque identique à un système antiferromagnétique où l'on ne considère que les interactions entre plus proches voisins. C'est un système magnétique frustré : l'état de plus basse énergie, avec deux spins vers l'intérieur et deux spins vers l'extérieur, est dégénéré. En effet, il y a beaucoup d'arrangements différents de spins qui vérifient cette règle, appelée la règle de glace ou règle de Bernal-Fowler. Comme la glace d'eau, ce système a une entropie non nulle dans son état fondamental, même à 0K, et de fait viole la troisième loi de la thermodynamique. C'est pourquoi ce matériau est appelé une glace de spin.

3.2. Comportement de monopôle magnétique et mise en évidence expérimentale

Par analogie avec un dipôle électrique, un dipôle magnétique peut être considéré comme deux charges magnétiques de signes opposés. Si le matériau vérifie la règle de glace, chaque tétraèdre est magnétiquement neutre, contenant deux charges Nord et deux charges Sud. Mais les fluctuations thermiques peuvent faire se retourner un spin ; dans ce modèle, cela demande un énergie d'environ $\approx 4K$. Cette violation de la règle de glace crée une paire de défauts : deux tétraèdres voisins avec 1 spin vers l'extérieur et 3 spins vers l'intérieur pour l'un, 3 vers l'extérieur et 1

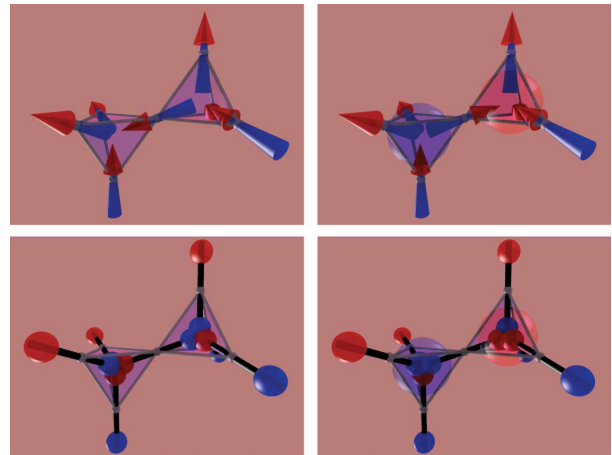


Fig. 3 Défauts dans le réseau de spins, qui créent des sites apparemment magnétiquement chargés. Sur la première ligne, le spin situé au centre se retourne. Sur la deuxième ligne, les spins sont remplacés par des charges magnétiques équivalentes, tirée de Ref. [2].

vers l'intérieur pour l'autre. Alors, des tétraèdre qui ne respectent pas la règle de glace deviennent magnétiquement chargés. Cette situation est représentée en Figure 3. Une fois qu'une telle paire est formée, des spins voisins peuvent se retourner sans apport d'énergie supplémentaire, car cela ne fait que déplacer le défaut et n'en crée pas de nouveau. Donc deux charges magnétique peuvent se déplacer dans le réseau en retournant des spins. Les charges sont liées entre elles par une chaîne de spins retournés, qui sont par plusieurs aspects similaires aux cordes de Dirac mentionnées précédemment.

Il faut remarquer que ces quasiparticules (particules comme excitations du réseau de spins) ne sont pas de vrais monopôles magnétiques, car elles ne produisent pas un flux non nul de \mathbf{B} . En effet, localement il y a seulement un flux non nul de \mathbf{H} , qui est différent de \mathbf{B} en électromagnétisme des milieux continus. Et ce flux de \mathbf{H} est exactement compensé par un flux opposé de magnétisation \mathbf{M} , de telle sorte que le flux de \mathbf{B} est toujours nul. Néanmoins, dans la glace de spin, ces quasiparticules subissent une interaction de Coulomb dont le potentiel est $-\mu_0 q_m^2 / (4\pi r)$, ce qui a été montré théoriquement et numériquement dans Ref. [2]. Ainsi, ces quasi-particules se comportent comme un gaz de Coulomb.

Si aucun champ magnétique extérieur n'est appliqué à la glace, les quasiparticules se déplacent librement et les cordes de Dirac n'ont pas de direction privilégiée. Mais quand un champ magnétique constant et uniforme est appliqué, les quasiparticules bougent vers la surface parallèlement au champ, de la même manière que des charges électriques bougent dans un champ électrique. Ainsi, les cordes de Dirac sont étirées et s'étendent sur toute la longueur du matériau. Si le champ est assez fort, la règle de glace est observée partout, tous les spins pointent à peu près dans la même direction et le matériau a une aimantation parallèle au champ. Lorsque le champ est diminué, quelques spins peuvent se retourner et violer la règle de glace, à un certain coût d'énergie : ceci crée une paire de monopôles, qui se déplacent ensuite vers les surfaces. Cette transition de la règle de glace aux cordes de Dirac peut être observée par diffusion de neutrons : comme les neutrons ont un moment magnétique, ils interagissent avec les cordes de Dirac et diffusent selon leur forme, comme montré en Figure 4. Cette expérience a été réalisé dans Ref. [4], et les résultats ont été interprétés comme la preuve de l'existence d'analogues de monopôles magnétiques dans la glace de spin $Dy_2T_2O_7$.

3.3. Analogues de monopôles magnétiques avec des sphères aimantées

Une façon plus simple de créer des analogues de monopôles magnétiques est présentée dans Ref. [5], en utilisant un ensemble de sphères aimantées vendues comme puzzle. Ces sphères interagissent via des interaction dipôle-dipôle ; il est donc possible de former des structures stables comme des chaînes (1D), des hexagones (2D) ou des réseaux cubiques (3D).

Les chaînes linéaires sont stables sous torsion, jusqu'à un certain angle où elles forment des gouttes par reconnexion magnétique (Figure 5b). Ouvrir cette goutte laisse

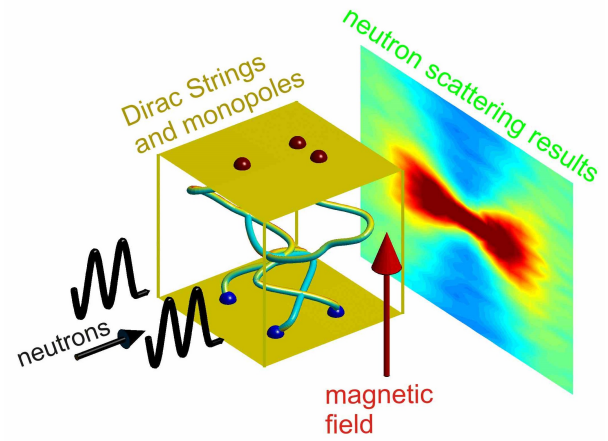


Fig. 4 Principe de l'expérience de diffusion de neutrons.

une jonction triple, où la sphère située à l'intersection est frustrée. Si on enlève la branche centrale, le dipôle central garde quand même son orientation en mémoire : il forme une *jonction fantôme* (Figure 5c). On peut remarquer que cette liaison est assez stable pour ne pas être cassée par la gravité. Ces jonctions fantômes se comportent comme des monopôles magnétiques : le champ qu'elles produisent est représenté en Figure 6 et semble être uniquement vers ou partant de la jonction. Comme précédemment, les monopôles magnétiques émergent grâce aux défauts dans la structure.

La vidéo [videomuseur] montre que deux jonctions fantômes de même "charge magnétique" se repoussent quelques soient leurs orientations respectives. Mais comme les quasi-particules dans la glace de spin, il n'y a toujours pas de flux non nul de \mathbf{B} . Les lignes de champ allant vers l'intérieur sur la Figure 6 sont compensées par des lignes de champ vers l'extérieur à l'intérieur des chaînes linéaires. Ces chaînes linéaires sont en fait de bons équivalents des cordes de Dirac théoriques. En effet, elles cachent des lignes de champ magnétique qui sont d'une certaine

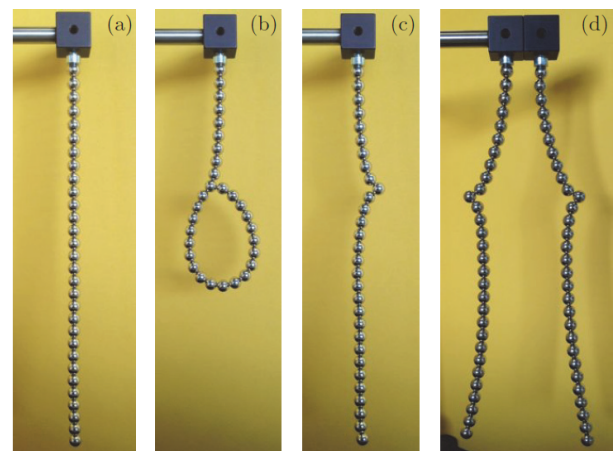


Fig. 5 Procédure pour réaliser un monopôle magnétique avec des sphères aimantées, tirée de Ref. [5]. (a) Chaîne linéaire. (b) Goutte. (c) Jonction fantôme. (d) Ces jonctions fantômes se comportent comme des monopôles magnétiques.

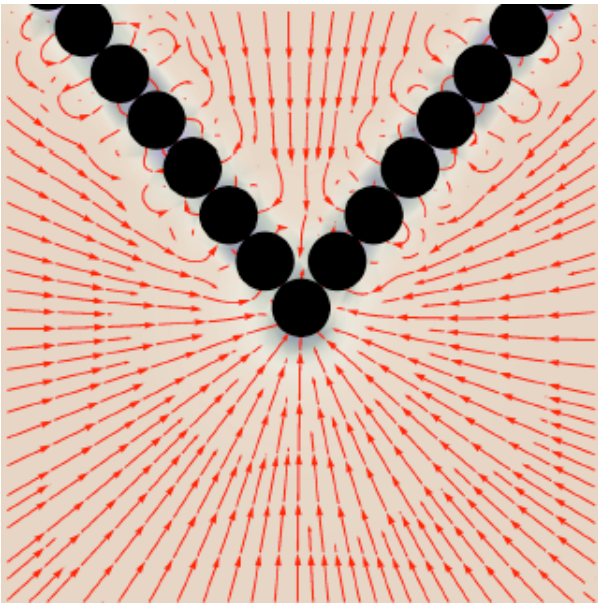


Fig. 6 Champ magnétique produit par une jonction fantôme, tirée de Ref. [5].

manière non-observables, puisqu'un appareil mesurant le champ ne peut pas aller à l'intérieur des chaînes.

Comme cette recherche est seulement basée sur des interactions dipolaires, elle peut facilement être adaptée à des échelles bien plus petites, comme des matériaux granulaires magnétiques ou des colloïdes magnétiques.

4. CONCLUSION

On a donc vu que les monopôles magnétiques ne sont pas interdits en mécanique quantique. En utilisant une forme plus générale de la phase des fonctions d'onde, on montre qu'ils apparaissent sous la forme de points d'extrémités de lignes d'annulation des fonctions d'ondes. Ces monopôles fondamentaux n'ont pas encore été obtenus expérimentalement, mais il est possible d'en obtenir des analogues, sous forme de quasi-particules en matière condensée ou avec un arrangement astucieux de sphères magnétisées.

REMERCIEMENTS

Je remercie Peter Holdsworth pour m'avoir encadré sur cette recherche bibliographique pour ses nombreuses explications sur les glaces de spin, et pour m'avoir relu et corrigé. Je remercie aussi Henning Samtleben pour son aide sur la condition de quantification de Dirac. Enfin, je remercie Steve Bramwell de l'University College of London pour avoir relu mon article.

RÉFÉRENCES

- [1] P.A.M DIRAC. "Quantised Singularities in the Electromagnetic Field". In : *Proc. Roy. Soc A* 133 (1931).
- [2] C. CASTELNOVO, R. MOESSNER et S. L. SONDEHI. "Magnetic monopoles in spin ice". In : *Nature* 451 (2008), p. 42-45.
- [3] L. D. C. JAUBERT et P. C. W. HOLDSWORTH. "Signature of magnetic monopole and Dirac string dynamics in spin ice". In : *Nature Physics Letters* 5 (2009), p. 258.
- [4] D. J. P. MORRIS, D. A. TENNANT, S. A. GRIGERA et al. "Dirac Strings and Magnetic Monopoles in the Spin Ice $Dy_2Ti_2O_7$ ". In : *Science* 326 (2009), p. 411.
- [5] N. VANDEWALLE et S. DORBOLO. "Magnetic ghosts and monopoles". In : *New Journal of Physics* 16.1 (2014), p. 013050.
- [6] J. D. JACKSON. *Classical Electrodynamics, third edition*. John Wiley & Sons, 1998.
- [7] L. D. C. JAUBERT et P. C. W. HOLDSWORTH. "Magnetic monopole dynamics in spin ice". In : *Journal of Physics : Condensed Matter* 23.16 (2011), p. 164222.

□ FLAVIEN MUSEUR
M1 Sciences de la Matière
ENS de Lyon - Université Lyon 1
flavien.museur@ens-lyon.fr