

**Scénarios d'homogénéisation et mesure du
mélange dans les écoulements fermés et ouverts**

Emmanuelle Guillard

**Unité mixte Saint-Gobain/CNRS,
Saint-Gobain Recherche**

GDR Phénix, 16 juin 2008



CENTRE NATIONAL
DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE


SAINT-GOBAIN

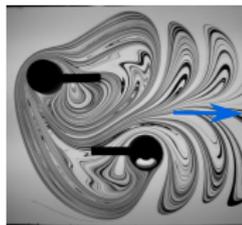
Collaborations

- **SPEC, CEA Saclay** : Olivier Dauchot, Bérengère Dubrulle, François Daviaud, Arnaud Chiffaudel, Natalia Kuncio
- **University of Wisconsin** : Jean-Luc Thiffeault,
University of Adelaide : Matt Finn
- **LMT Cachan** : Stéphane Roux
- **Saint-Gobain Recherche** : Franck Pigeonneau

Le mélange : un problème industriel omniprésent



- Nombreux procédés : faible nombre de Reynolds (fluides visqueux, fragiles, petites échelles)
- Industrie "lourde" : mélangeurs à tiges, surface libre



Mélangeurs fermés et ouverts

- Domaine fermé
- Mélangeurs traversés par un écoulement global

Comprendre les **mécanismes de mélange**

(quel temps de mélange nécessaire ?).

Caractériser l'**efficacité du mélange**

(comment choisir un mélangeur ?).

Quelle est la vitesse du mélange ?

Expériences CEA Saclay



[movie]



CENTRE NATIONAL
DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



Quelle est la vitesse du mélange ?

Expériences CEA Saclay



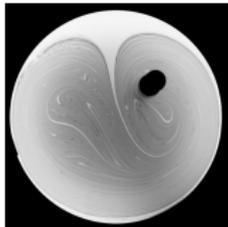
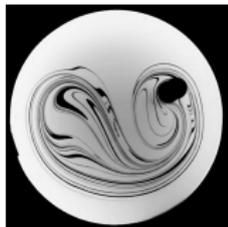
[movie]



CENTRE NATIONAL
DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



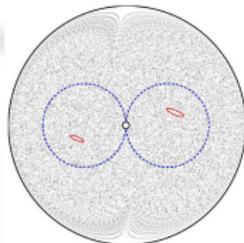
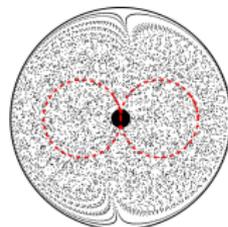
Scénarios de mélange : contexte



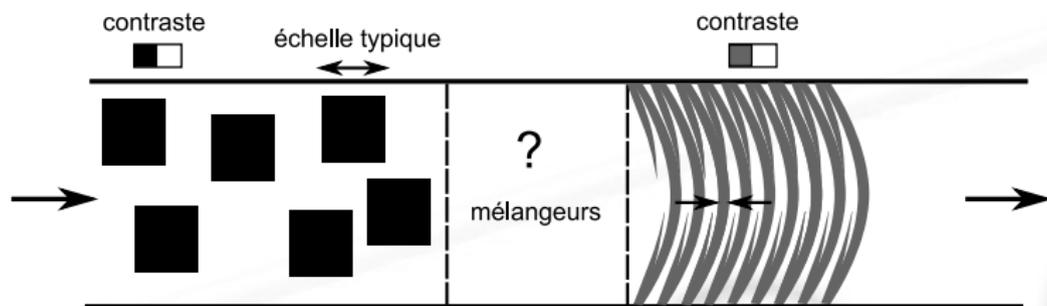
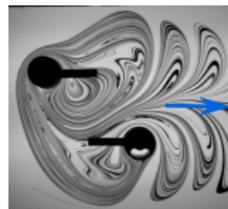
- Champ de concentration d'un colorant diffusif $C(\mathbf{x}, t)$ scalaire **passif**

- Ecoulements 2D périodiques, advection chaotique

- Quelle est la route vers l'homogénéité ?



Mesure du mélange



- Amplitude des fluctuations de concentration
- Echelles typiques des fluctuations de concentration

Plan

Mécanismes d'homogénéisation

Scénarios d'homogénéisation en fermé

Scénarios d'homogénéisation en ouvert

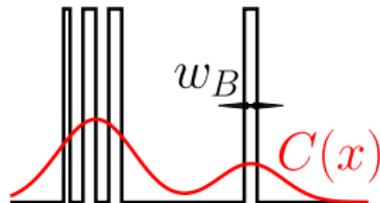
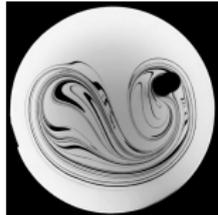
Mesure du mélange

Vitesse d'homogénéisation ?

Mécanismes d'homogénéisation

- { Étirement/repliement
diffusion

- **Largeur minimale** w_B
(échelle de Batchelor)



A quelle vitesse se fait l'homogénéisation ?

- Etudes cinématiques des distributions d'étirement (λ) :
étirement exponentiel \Rightarrow **mélange exponentiel**.

- Advection-diffusion $\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = D \Delta C$

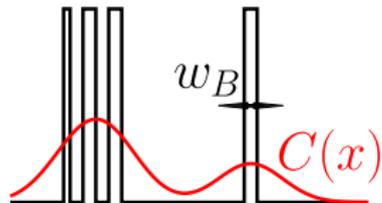
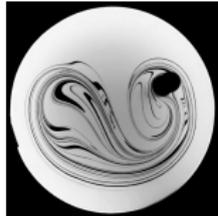
Strange eigenmode : $C \rightarrow$ **mode propre** de l'opérateur.
Décroissance **exponentielle** de l'inhomogénéité.

Vitesse d'homogénéisation ?

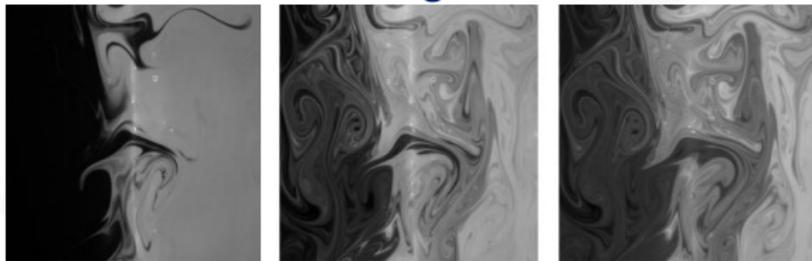
Mécanismes d'homogénéisation

■ { Etirement/repliement
diffusion

■ **Largeur minimale** w_B
(échelle de Batchelor)



A quelle vitesse se fait l'homogénéisation ?



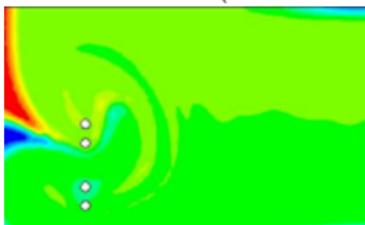
[Rothstein et al., 1999]

Et en ouvert ?

Mesures de champ de concentration

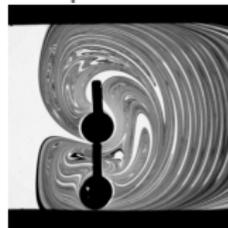
Mélange chaotique : création d'échelle très fines (w_B).
⇒ problèmes de résolution spatiale.

Code commercial (volumes finis)



40 mailles...

Expérience



2000 pixels



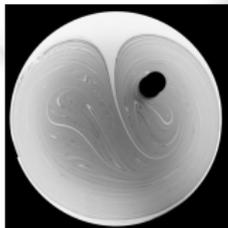
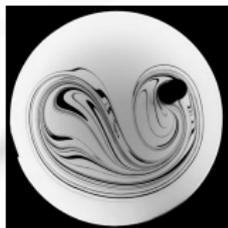
Mesure quantitative du champ de concentration : dispositif expérimental adapté (rétro-éclairage etc.)

Advection de points ⇒
C coarse-grained

Une expérience de mélange chaotique en fermé

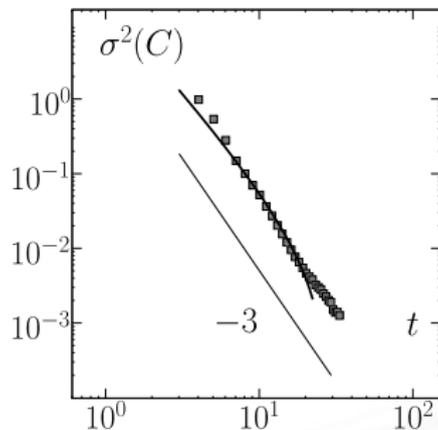


- 1 tige, protocole périodique en "huit" (∞).
- Advection chaotique : étirement repliement, cf. baker's map.
- Un blob est transformé en un motif filamentaire complexe.
- Forme "en coeur" du motif qui grandit vers le bord.

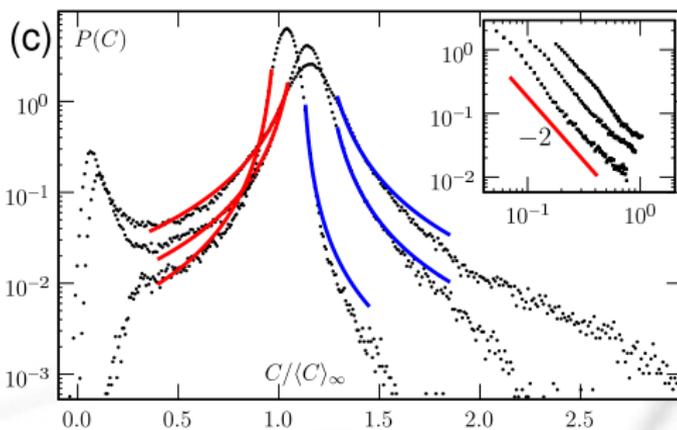


Résultats : un mélange plus lent que prévu

Champ de concentration dans une **région centrale "bien mélangée"**



Variance

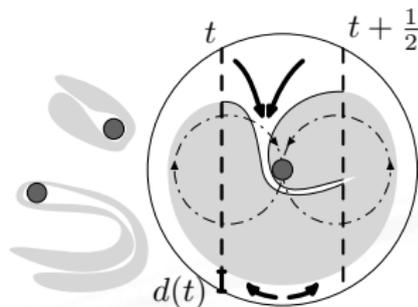
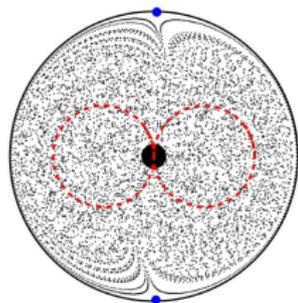


PDFs de concentration

⇒ mélange **"algébrique"** \neq exponentiel

Les murs ralentissent le mélange...

... dans tout le domaine



■ Trajectoires chaotiques dans tout le domaine

⇒ du fluide mal mélangé s'échappe du bord.

■ Réinjection le long de la variété instable d'un **point parabolique**.

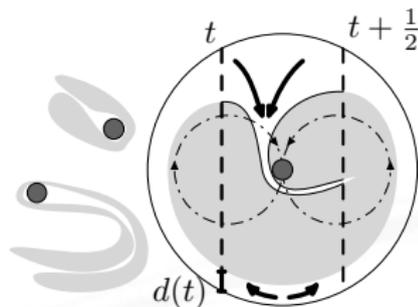
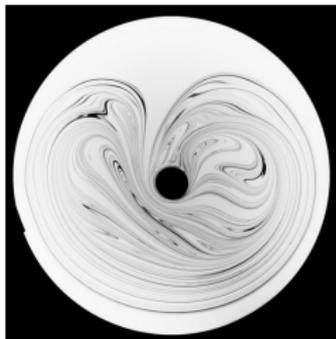
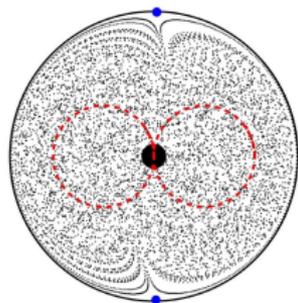
■ Non-glissement sur le bord

⇒ largeur des "bandes de blanc" $\sim t^{-2}$ (algébrique).

■ Bandes de blanc réinjectées **contaminent** le motif de mélange (\neq étirement efficace au centre).

Les murs ralentissent le mélange...

... dans tout le domaine



Non-glissement : $v_{\parallel} \propto x_{\perp}$
Incompressibilité :

$$\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial x_{\parallel}} + \frac{\partial v_{\perp}}{\partial x_{\perp}} = 0$$

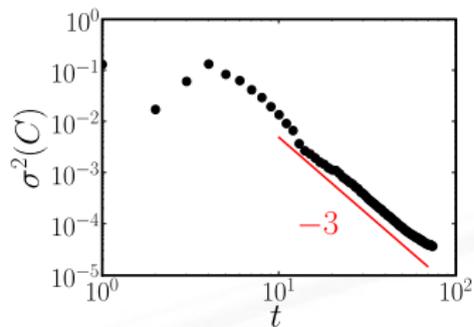
donc : $v_{\perp} \propto x_{\perp}^2$. On résout $\dot{x}_{\perp} = v_{\perp}$:

$$d(t) = \frac{d_0}{1 + ad_0 t}$$

Un scénario générique

... quand la région chaotique s'étend jusqu'à un mur avec du non-glissement

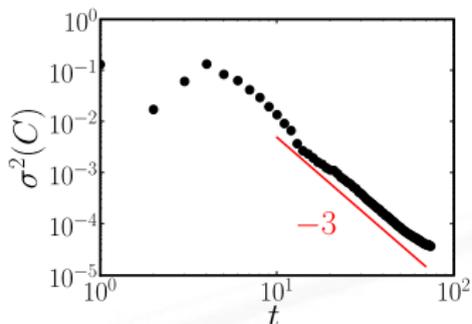
■ "Blinking vortex" (Aref 1984) : simulations numériques



Un scénario générique

... quand la région chaotique s'étend jusqu'à un mur avec du non-glissement

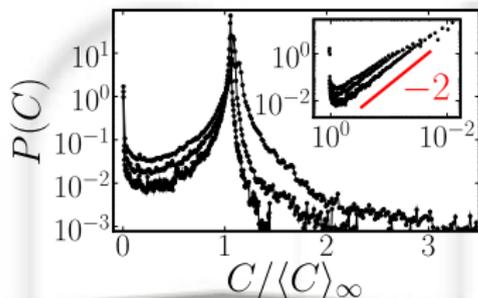
■ "Blinking vortex" (Aref 1984) : simulations numériques



■ Modèle 1-D : map du boulanger + point parabolique au bord

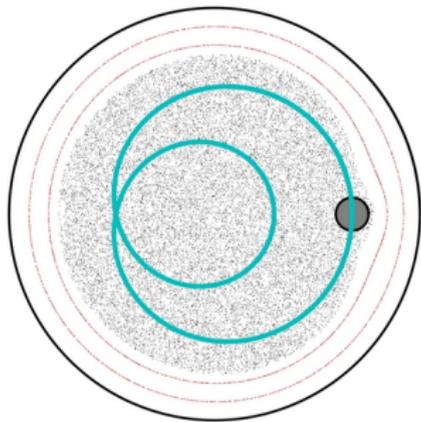
Mêmes propriétés statistiques
pour la "concentration"
+ calculs possibles

[Goullart et al., PRL **99**, 114501 (2007)]



Un deuxième type de scénario

Comment recréer une "condition de glissement" ?

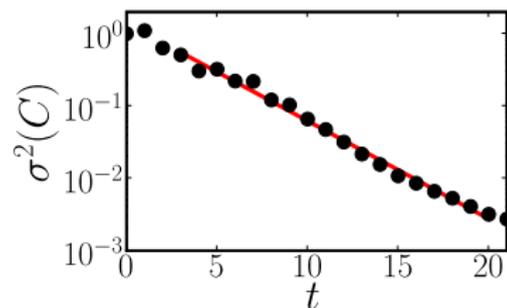


Protocole "épitrochoïde"

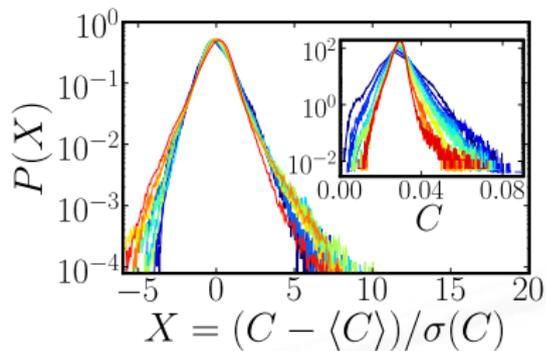
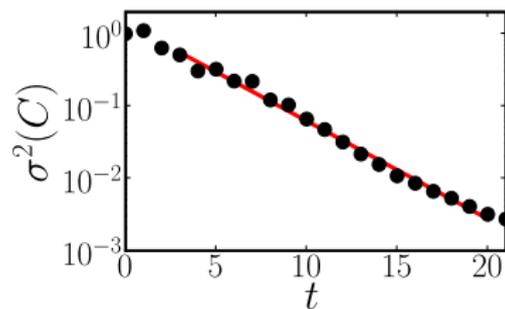


région chaotique centrale + région régulière au bord.

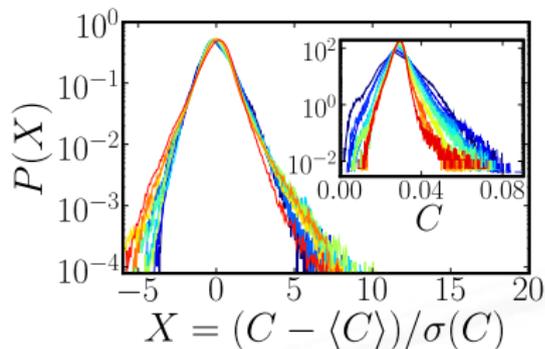
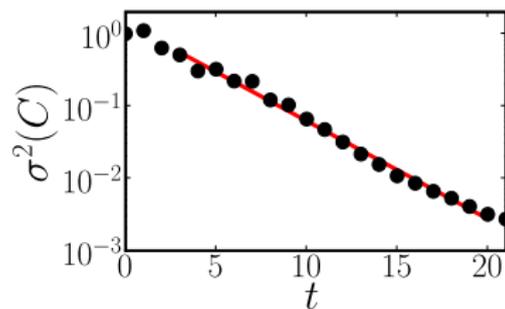
On retrouve un "mode propre" !



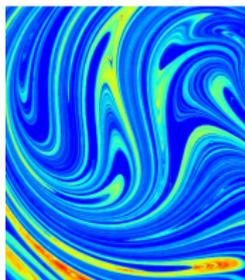
On retrouve un "mode propre" !



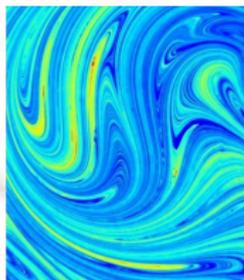
On retrouve un "mode propre" !



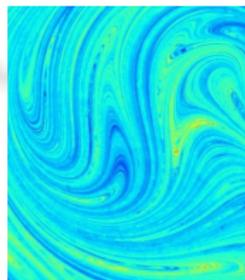
$t = 8$



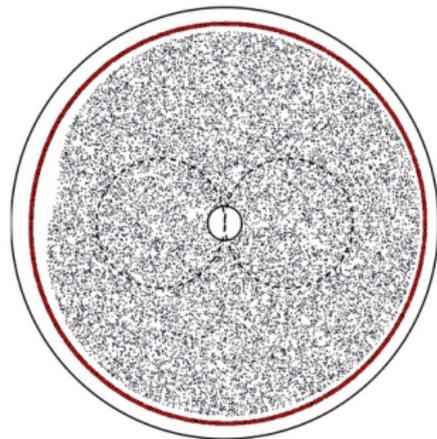
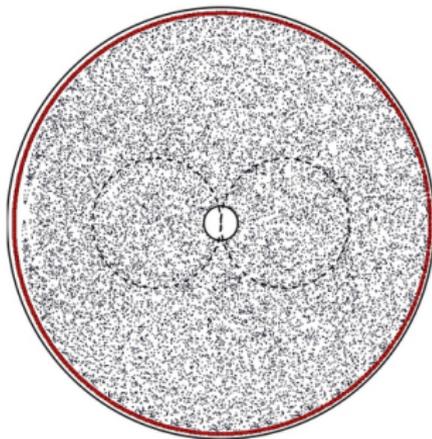
$t = 12$



$t = 17$



Autre solution : faire tourner les bords



Autre solution : faire tourner les bords



More than a Mixer
at CHRISTMAS

and all through the year...

The KenwoodTM Chef

Your Servant Madam!

The Kenwood "Chef" not only
★ MIXES, KNEADS and WHISKS
but, with its wide range of optional attachments, it
★ LIQUIDISES, BLENDS, PUREES,
EXTRACTS JUICES
★ SLICES, MINCES, GRINDS, SIEVES
★ PEELS POTATOES and
★ Even OPENS CANS

Yes, you need the Kenwood "Chef" in your home every day of the year. It makes every meal a festive occasion, with tempting dishes and drinks having the true professional touch.

What a wonderful Christmas gift... especially if it arrives in good time to prepare the Christmas spread!

Standard Pack £28.7: 6
Comprises with Mixing Bowl,
K-Beater, Whisk, Dough
Hook, Rubber Spatula and
Plastic Dust Cover.
Optional attachments extra

H. P. TERMS AVAILABLE

For illustrated literature of all Kenwood products and name of nearest dealer, write to:

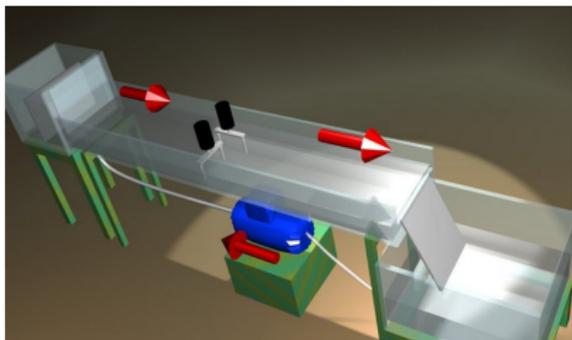
KENWOOD ELECTRICS LTD., 28 North Audley Street, London, W.1

The BOTO-BLEND
Gives you health — "Wig"
means I give you health
and vitamin in separate.
This special mixture, re-
freshing and health giving
contains vitamins and
minerals, giving you
strength and energy.
Specially designed for use
with the Boto-Blend,
multi-purpose Blender
attachments and lightening
blender and blender attach-
ments. Price: £10.10

The KEMEX '55'
The Combined Wonder!
Does the work of four in
a few seconds, mixing
standards and full flavours.
An ideal for all kinds of
soups and vegetables, drinks,
cereals and eggs, juic-
ier soups and the com-
plete disks and coffee-
milk. Price: £14.10

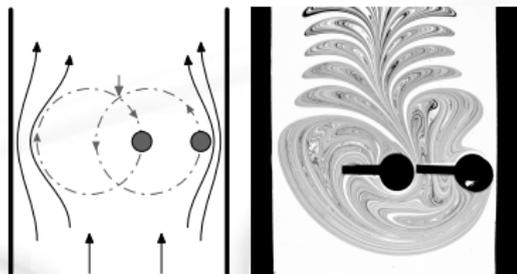
The MINOR
A really efficient Portable
Blender. Price only
£6.10. It mixes, whips,
beats and blends. For
light creaming, a form
of chocolate, or for
blending soups, drinks,
cereals and eggs. The
lightest to use and most
compact in the kitchen —
the ideal gift for the
cook. Price: £6.10

Deux types d'expérience de mélange en ouvert

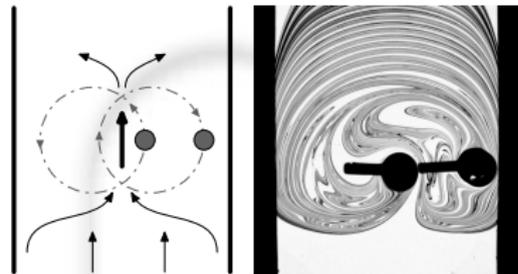


- Batteurs à oeufs
- Expériences en déclin (tache d'encre)
- Paramètres
 - Advection chaotique à **temps fini**.
($\sim 3 \rightarrow 19$ périodes).
 - Sens de rotation des tiges.

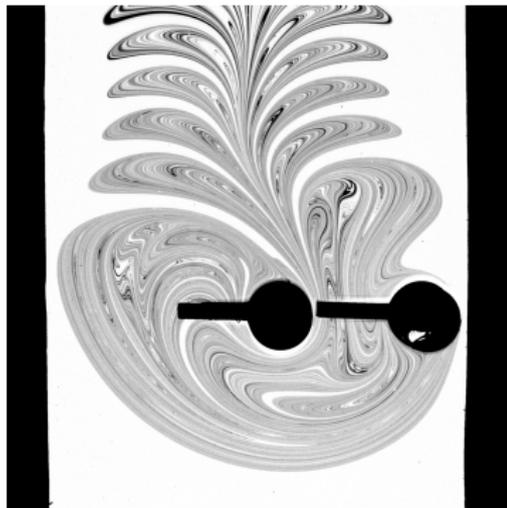
Papillon



Brasse

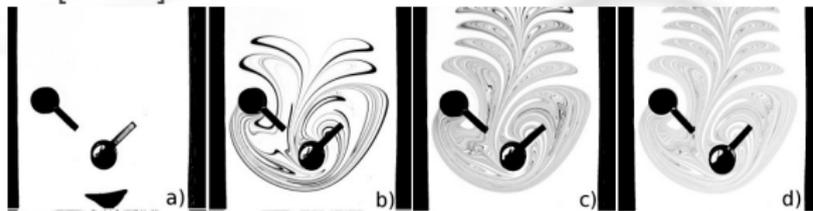


Scénario d'une expérience de mélange

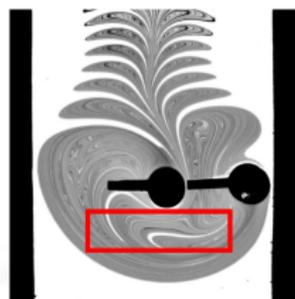
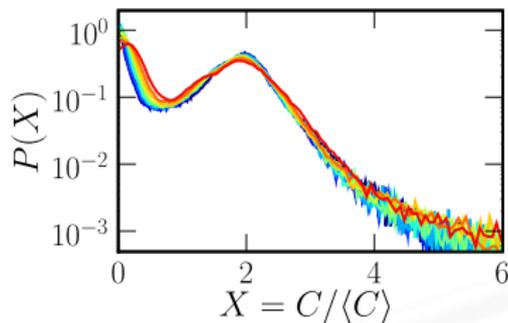
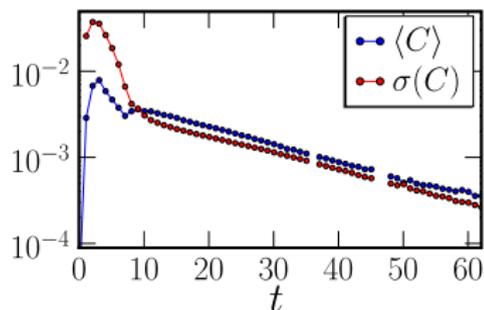


- Temps de séjour courts : mauvais mélange
- Etirements/repliements par les tiges \Rightarrow mélange
- Temps longs : le même motif se répète

[movie]

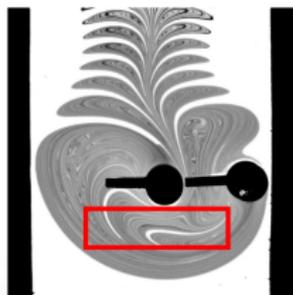
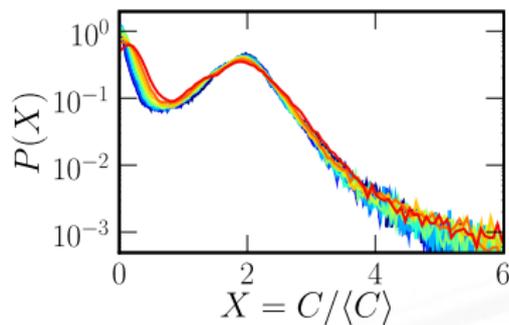
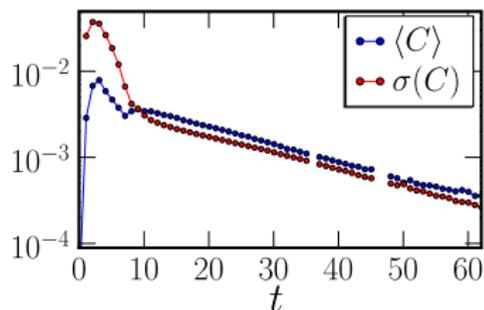


L'émergence d'un mode propre

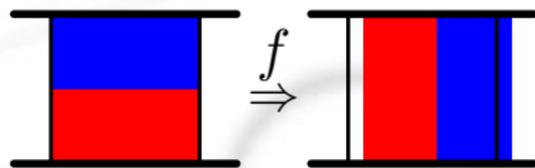


- **Décroissance exponentielle** de $\langle C \rangle$
(advection globale + advection chaotique)
- Structure auto-similaire de $C(\mathbf{x}, t)$:
 $C(\mathbf{x}, t) \rightarrow$ **mode propre en ouvert !**
(compression de toute la région de mélange w_B)

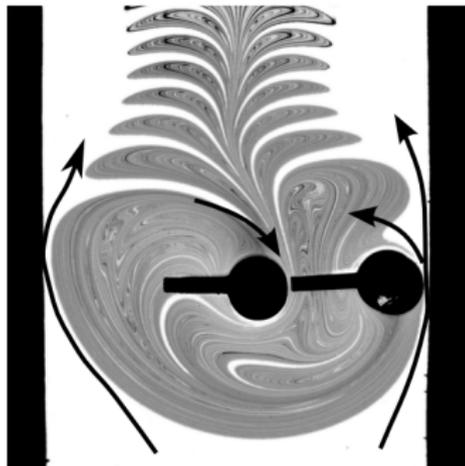
L'émergence d'un mode propre



Modélisation : application du boulanger en ouvert



Deux types différents de région chaotique



Région chaotique protégée des bords

≡ **épitrochoïde**

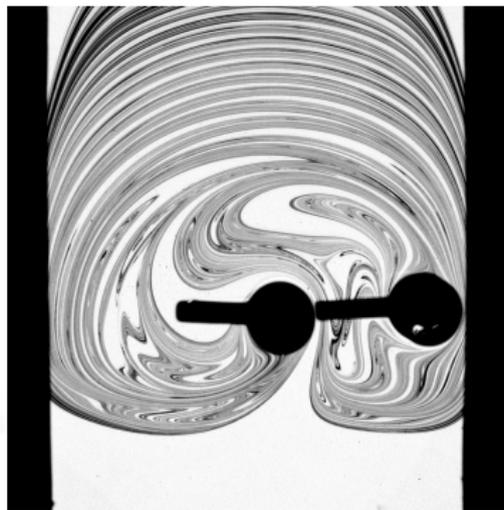


Région chaotique → murs
Points de stagnation paraboliques

≡ **huit**

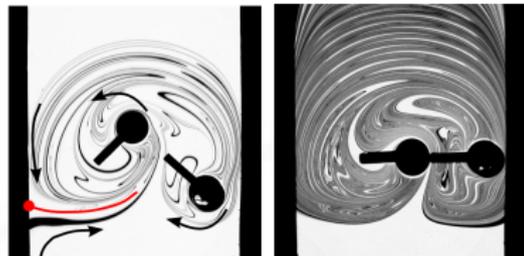
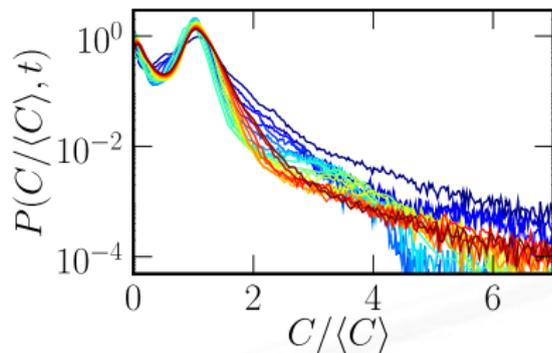
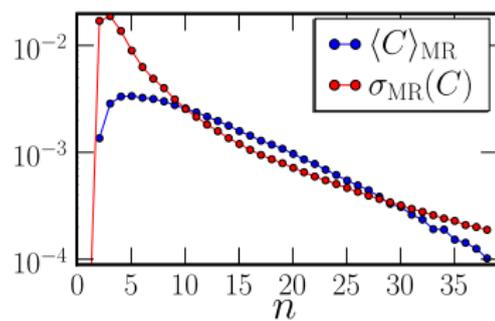
Brasse

Brasse



[movie]

L'influence des bords : une déviation du mode propre



Points paraboliques :

- ⇒ stockent fluide mal mélangé
- ⇒ temps de séjour très longs

Conclusions

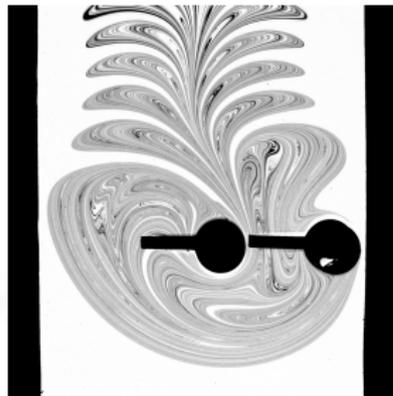
- Fermé : dynamique du mélange pas toujours exponentielle
Importance des bords avec non-glissement, qui ralentissent le mélange.
- Classification des mélangeurs en grandes familles.
On peut "lire" la vitesse du mélange dans certains cas.
- Systèmes ouverts : évolution sous forme d'un mode propre quand on est "protégé des bords".
Rôle des bords reste à préciser.
- Modèles 1-D type "baker's map"
 - rendent compte des phénomènes observés
 - facilitent leur compréhension.
- Scénarios de mélange en 3D ?
- Autre dynamique près des bords ? Ex : fluides à seuil

Mesure du mélange

Convergence rapide vers un mode propre : cas le plus facile



$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \exp(-\alpha t)$$

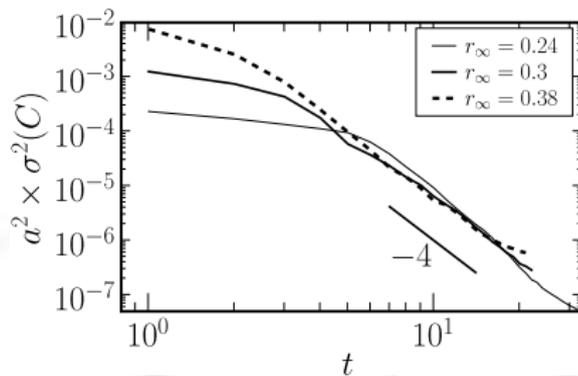
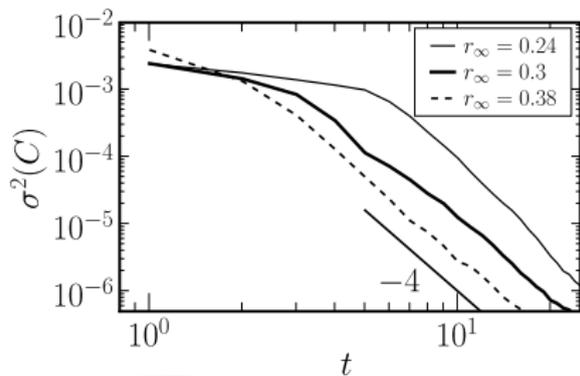


$$\sigma(C)/\langle C \rangle$$

Mesure du mélange

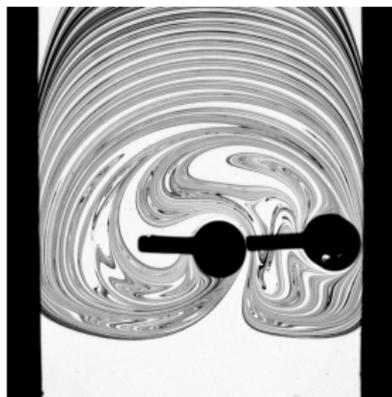
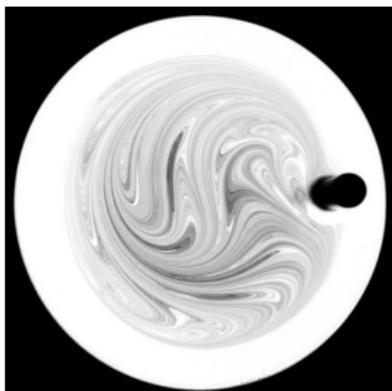
Classe du protocole en huit

- Vitesse du mélange paramétrée par l'hydrodynamique sur le bord (a)



$$d(t) = (at)^{-1} \Rightarrow \sigma^2(C) = a^{-2}t^{-4}$$

Mesure spatiale du mélange ?



Mesure des tailles des filaments ?

- Distribution d'étirements → échelles des filaments aux temps courts [Adrover et al., 1998]
- Ouvert : tout une cascade d'échelle (temps de séjour différents)
- Analyse du champ de concentration : ondelettes ?