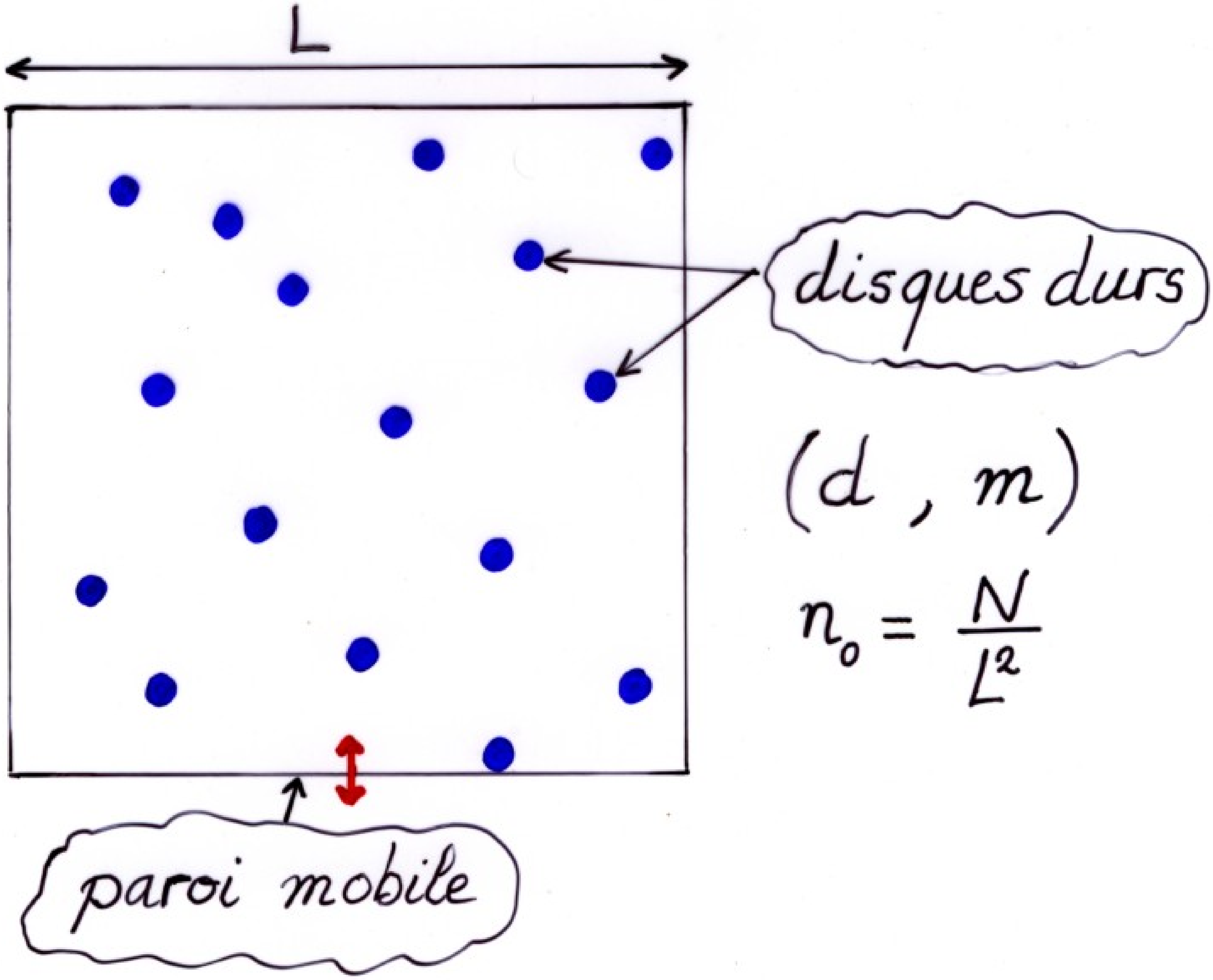
RÉGIME QUASI-ÉLASTIQUE POUR UN GRÀNULAIRE VIBRÉ

S. AUMAITRE et S. FAUVE
(LPS ENS)

A. ALASTUEY (LP ENSL)

LE MODÈLE



$(d\ ,\ m)$

$n_0 = \frac{N}{L^2}$

Dynamique : collisions

* disque-disque : inélastique

$v_{rel,\perp}^{(ap)} = r\, v_{rel,\perp}^{(av)} \longrightarrow$ **dissipation**

** paroi-disque : élastique

mobile $\longrightarrow$ **forçage**

BILAN ENERGÉTIQUE

Conditions : (i) faible densité

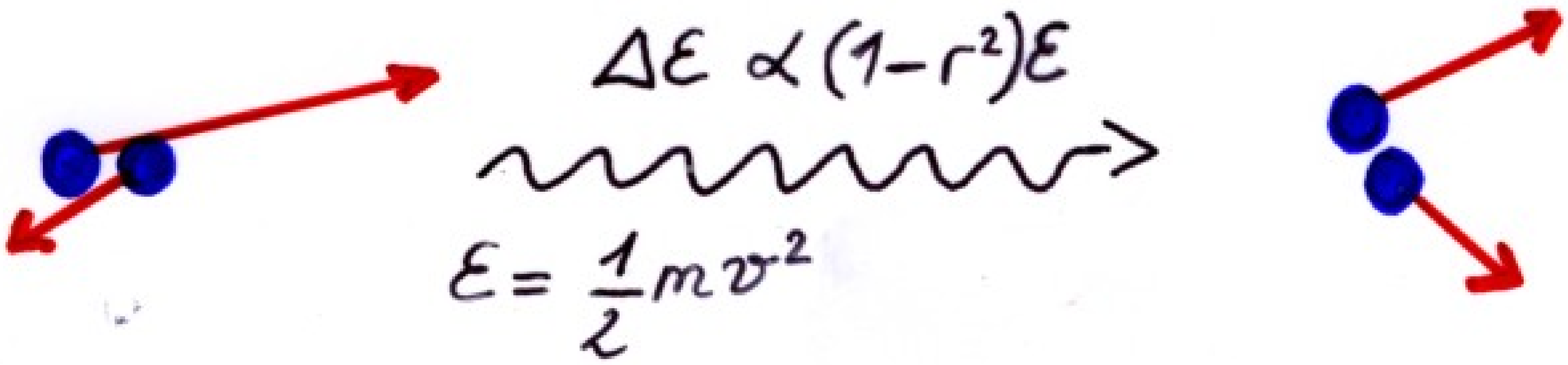
$$n_0 d^2 \ll 1$$

(ii) quasi-élastique

$$1 - r^2 \ll 1$$

système quasi-homogène stationnaire

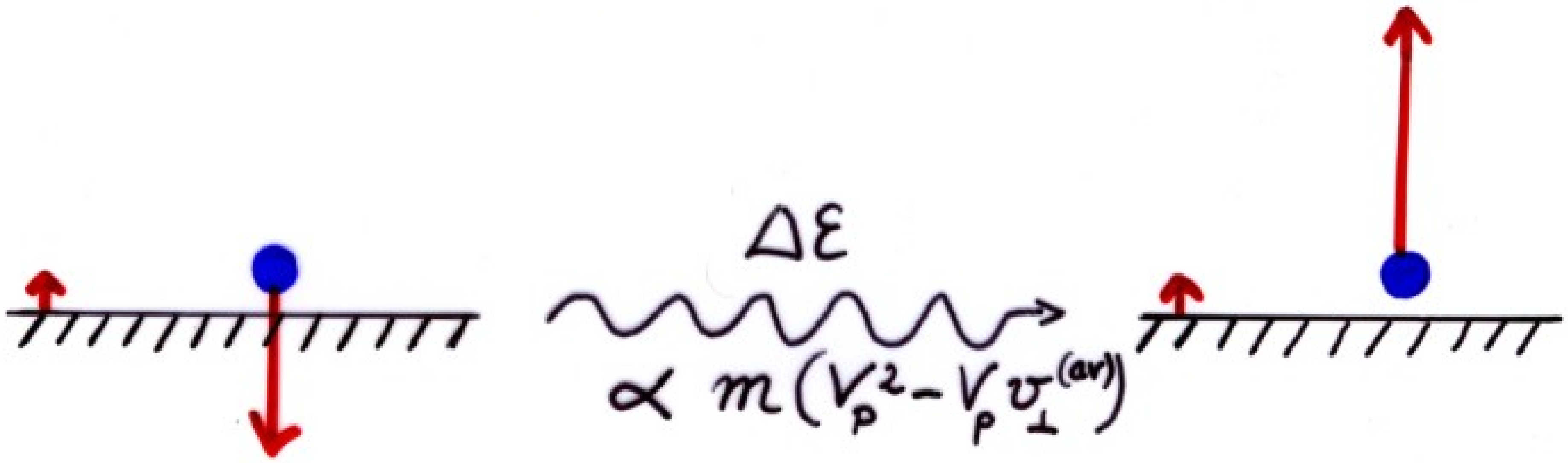
* Puissance dissipée



$$\langle D \rangle \propto N \langle \Delta \mathcal{E} \rangle \nu_c \quad \text{avec } \nu_c = \frac{\langle v \rangle}{\ell_c} = n_0 d \langle v \rangle$$

$$\boxed{\langle D \rangle \propto (1-r^2) \frac{n_0 d}{m^{1/2}} \frac{\langle E \rangle^{3/2}}{N^{1/2}}}$$

** Puissance injectée $\langle I \rangle$



$$\langle I \rangle \propto n_0 L \langle v \rangle \langle \Delta \varepsilon \rangle$$

(S. Warr et al., Phys. Rev. E, 1995)

$$\langle V_p^2 \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T dt\, V_p^2(t) = V_0^2$$

$$\langle V_p v_\perp^{(av)} \rangle \longrightarrow \underset{\substack{\shortparallel \\ 0}}{\langle V_p \rangle} \langle v_\perp^{(av)} \rangle$$

$$\boxed{\langle I \rangle \propto m^{1/2} V_0^2 n_0 L \frac{\langle E \rangle^{1/2}}{N^{1/2}}}$$

*** Détermination de $\langle E \rangle$

Stationnarité : $\langle D \rangle = \langle I \rangle$

$$\boxed{\frac{\langle E \rangle}{N} \propto \frac{m V_0^2}{(1-r^2) n_0 L d}}$$

Remarque : $T_g = \frac{\langle E \rangle}{N} < T_p^{eff} = \infty$

(cf. P.A. MARTIN and J. PIASECKI, Europhys. Lett., 1999)

LOIS D'ÉCHELLE

Double limite : $r \xrightarrow{<} 1$ et $L \nearrow$

à n_0 fixé et $(1-r^2) n_0 L d$ fixé

Alors $N \nearrow$ et $\frac{\langle E \rangle}{N}$ reste constant ($\rightarrow$ extensivité)

$\frac{\langle D \rangle}{N}$ et $\frac{\langle I \rangle}{N}$ tendent vers zéro en $1/\sqrt{N}$.

($\rightarrow$ "disparition" de dissipation et injection)

Etat de quasi-équilibre

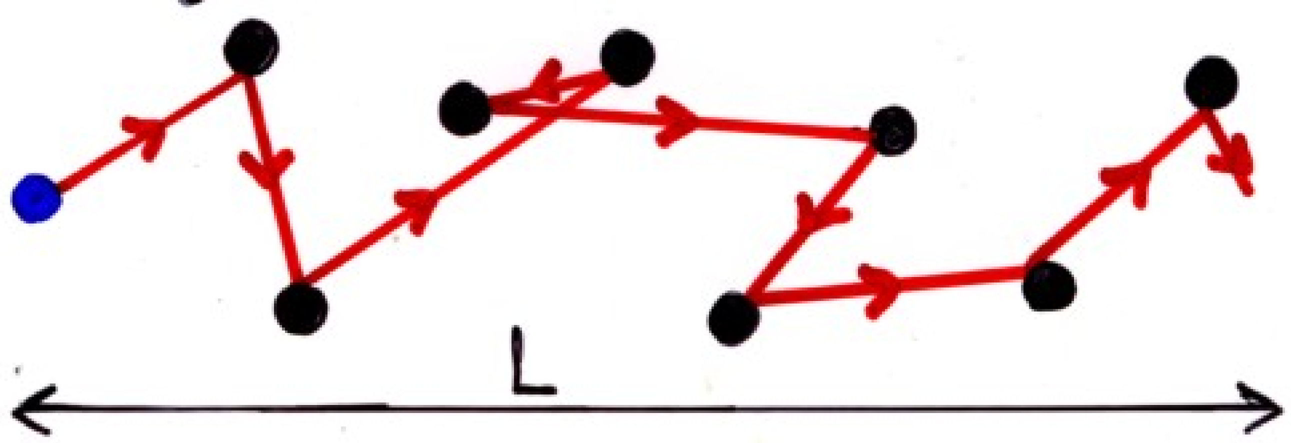
Similitudes	Différences
(i) extensivité (ii) PDF ($\rightarrow$ simulations) ⋮	?

Limite singulière

Hypothèses et limitations

* chaos moléculaire, absence de corrélations,

** homogénéité :



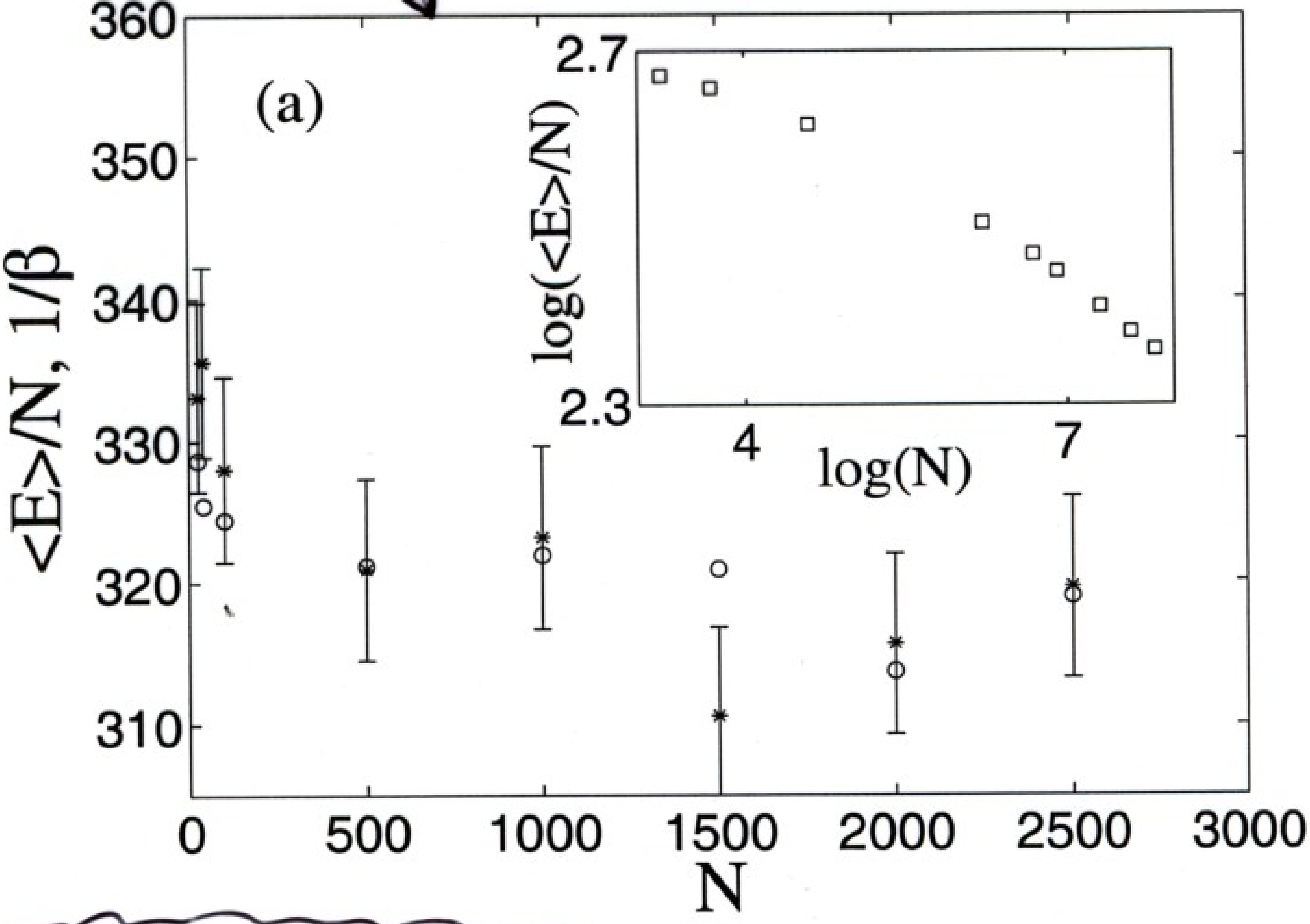
$(L/\ell_c)^2$ chocs $\longrightarrow \langle \Delta \varepsilon \rangle \propto (L/\ell_c)^2 (1-r^2) \langle \varepsilon \rangle$

Homogène si $\underline{(1-r^2)(n_0 L d)^2 < 1}$

TEMPÉRATURE GRANULAIRE

$C = (1-r^2) n_0 L d$ et $N_{max} = \dfrac{1}{C^2 n_0 d^2}$

$C = .025$ et $n_0 = .01$

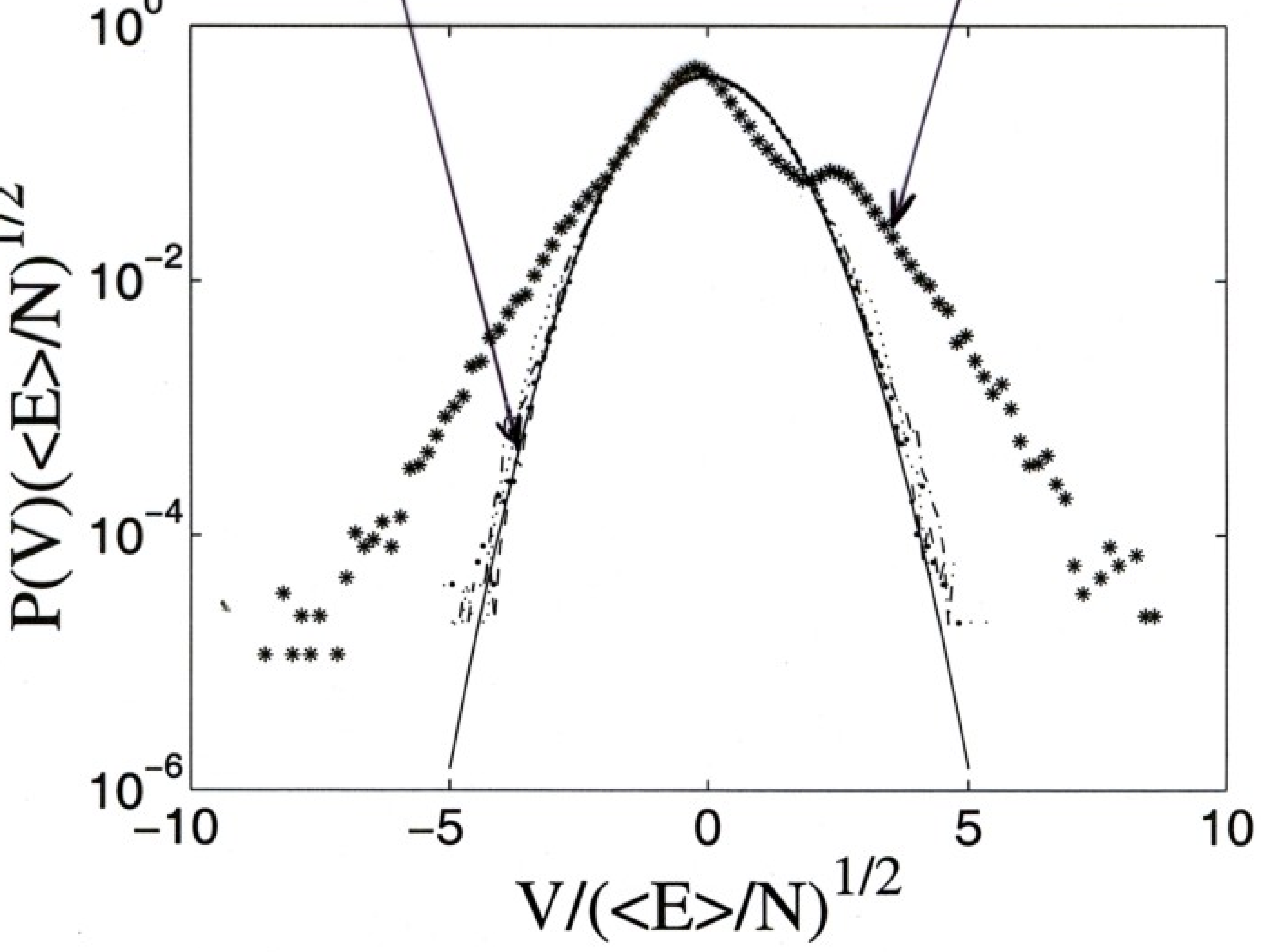


Encart : $C = .45$ et $n_0 = .04$

PDF DE LA VITESSE

$C = .025$ et $n_0 = .01$
presque Gaussienne

$C = .45$ et $n_0 = .04$
$N > N_{max}$



Remarque : déviations à la Gaussienne en général

(J. J. BREY et M. J. RUIZ-MONTERO, Phys. Rev. E, 2003 ; A. BARRAT et al., J. Phys. C, 2005)

PDF DE MOYENNES TEMPORELLES

Déf.: Observable $\mathcal{A}(t) \longrightarrow A_\tau = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau dt\, \mathcal{A}(t)$

$$P(A_\tau = A) = \langle \delta(A_\tau - A)\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dA\, e^{-ikA}\langle e^{ikA_\tau}\rangle$$

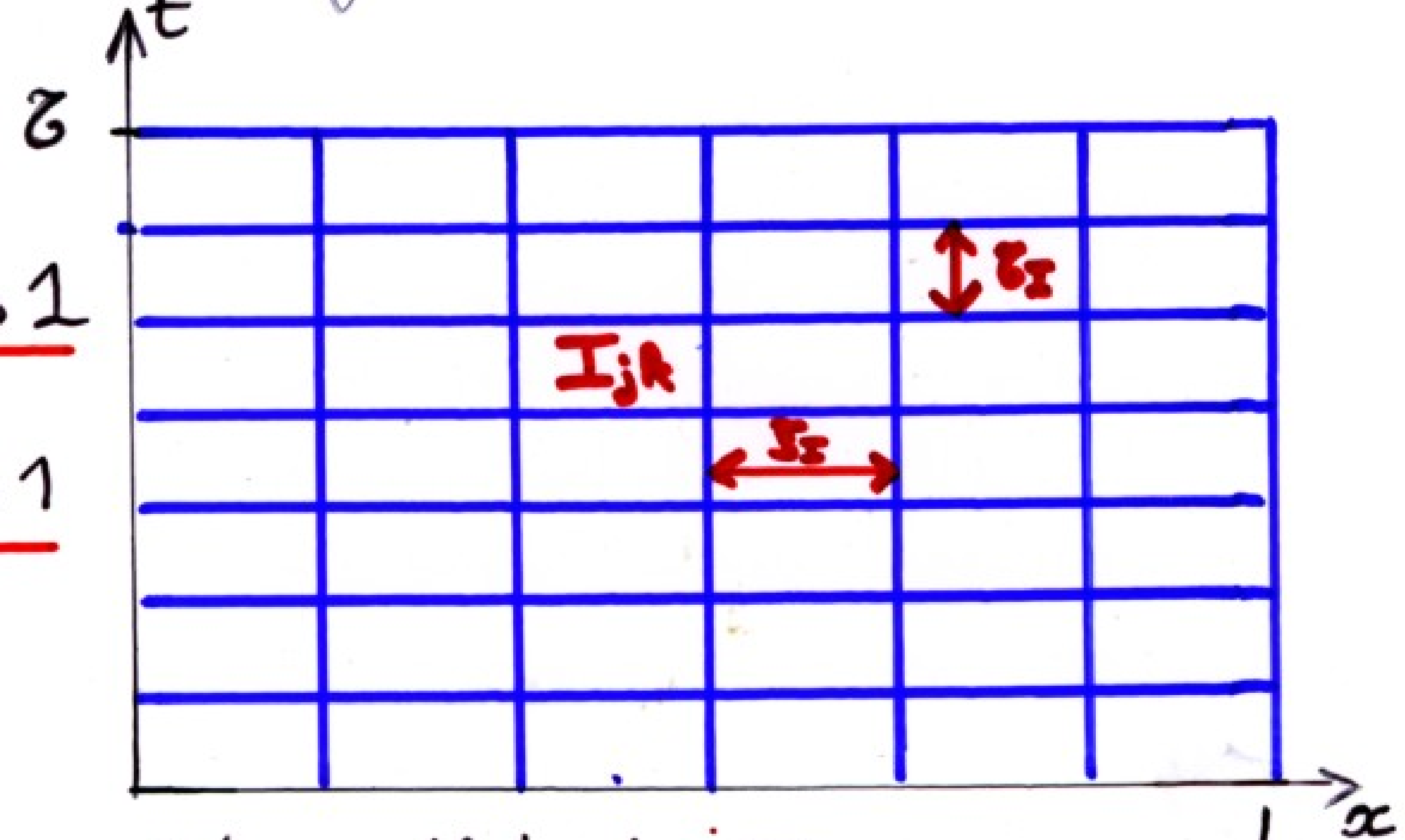
Comportement de $P(A_\tau = A)$ à la limite des grands τ et des grands N ?

Cas de la puissance injectée I_τ

(i) Loi des grands nombres

$\tau/\tau_I \gg 1$

$L/\xi_I \gg 1$
$\downarrow$
$N^{1/2}$



I_{jk} décorrélé de I_{ln}

(ii) Lois d'échelle sur les cumulants

Développement en cumulants
de $\langle e^{ikA_\tau} \rangle$ avec $A_\tau = I_\tau / \sqrt{N}$

+

Décroissance suffisante corrélations spatiales et temporelles $\rightarrow \mathcal{E}_n(A_\tau) \sim \frac{c_n}{[\tau\sqrt{N}]^{n-1}}$

+

Calcul de $P(A_\tau = A)$ par méthode du col ($\sqrt{N}\,\tau$ grand)

$$\boxed{P(I_\tau = \varepsilon) \sim \text{cste}\, \frac{\tau^{1/2}}{N^{1/4}} \exp\left[-\text{cste}\, \frac{\tau(\varepsilon - \langle I \rangle)^2}{N^{1/2}}\right]}$$

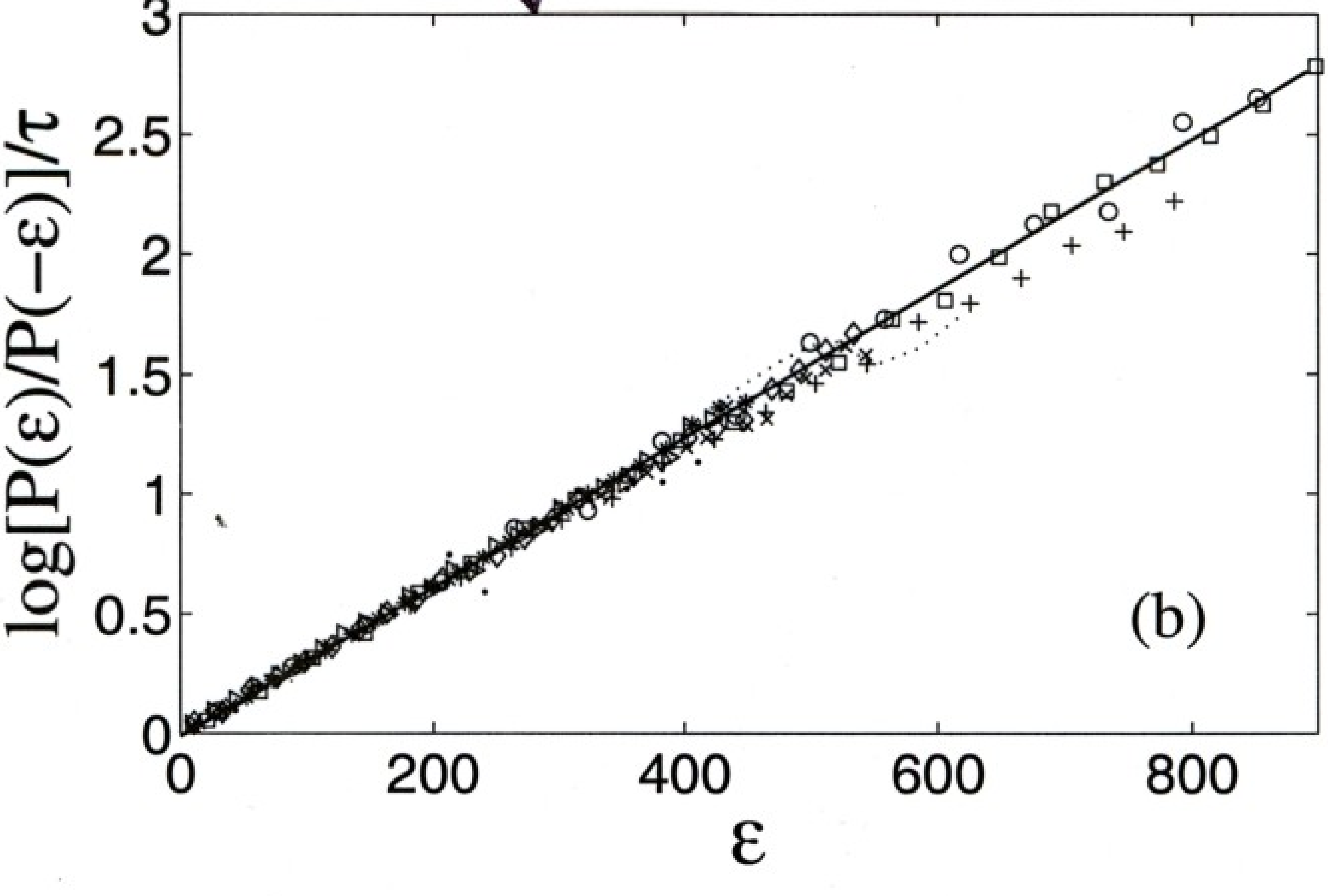
Gaussienne valable loin de $\langle I \rangle$ (cf simulations)

$$\frac{1}{\tau} \ln\left[\frac{P(\varepsilon)}{P(-\varepsilon)}\right] \sim \frac{\varepsilon}{T_F} \quad \text{et} \quad T_F \simeq T_g$$

Similitude avec théorème de fluctuation

GRANDES DÉVIATIONS DE $P(I_\tau = \varepsilon)$

$C = .025$ et $n_0 = .01$
différents N et τ



QUESTIONS

* Thermalisation, équipartition, ... ?

(cf K. FEITOSA and N. MENON, Phys. Rev. Lett., 2002
D. PAOLOTTI et al., Gran. Matt., 2003)

** Comportements corrélations vitesse et position ?
(cf P. VISCO et al., 2005)

*** Compréhension de $T_F = T_g$ et théorème de fluctations ?

(cf S. AUMAITRE et al, Eur. Phys. J. B, 2001 ;
A. PUGLISI et al., Phys. Rev. Lett., 2005)

Etc ...