

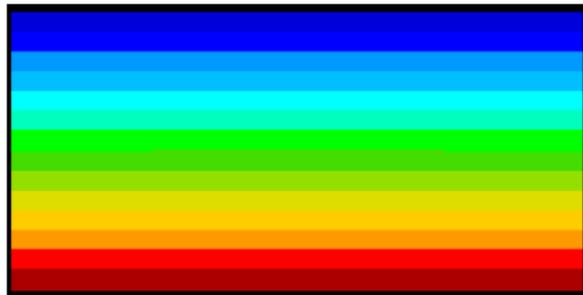
L'EFFET PAPILLON



ÉTIENNE GHYS

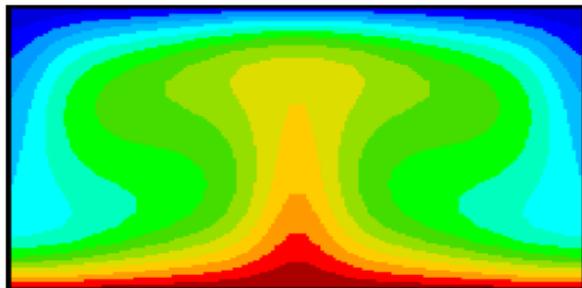
CNRS – ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE LYON

Deterministic Nonperiodic Flow
(Journal of the atmospheric sciences)



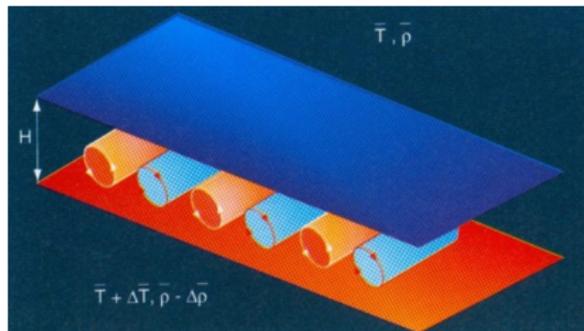
E. Lorenz (1962) : convection dans l'atmosphère

Deterministic Nonperiodic Flow
(Journal of the atmospheric sciences)



E. Lorenz (1962) : convection dans l'atmosphère

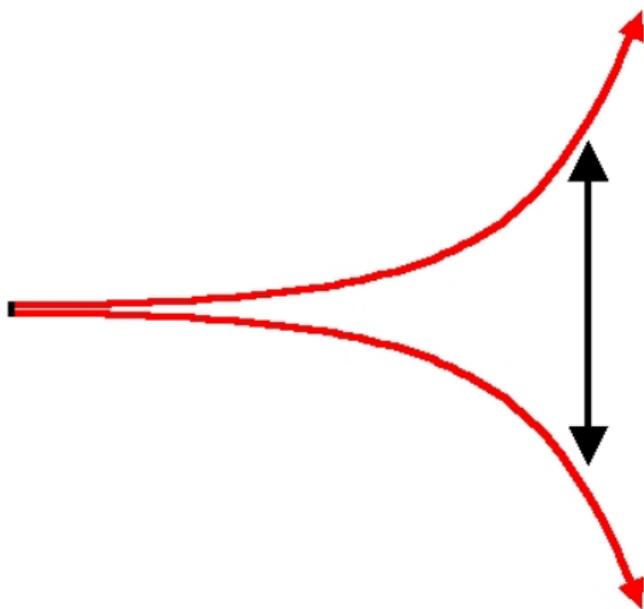
Deterministic Nonperiodic Flow
(Journal of the atmospheric sciences)



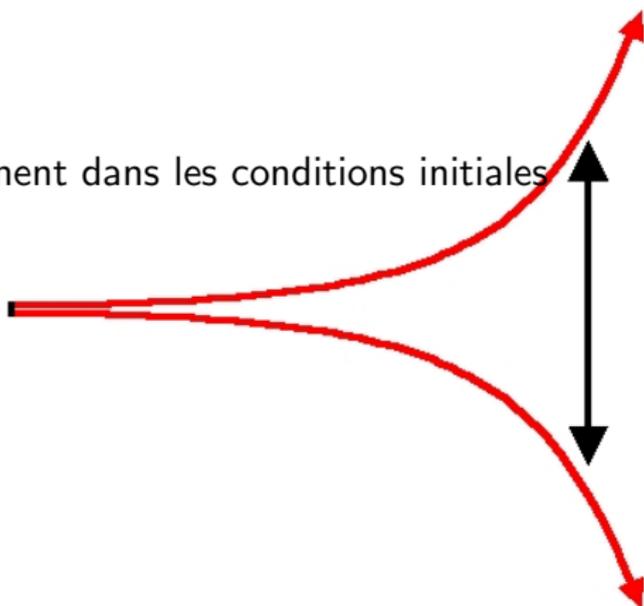
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 10(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= 28x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \frac{8}{3}z\end{aligned}$$

L'attracteur de Lorenz

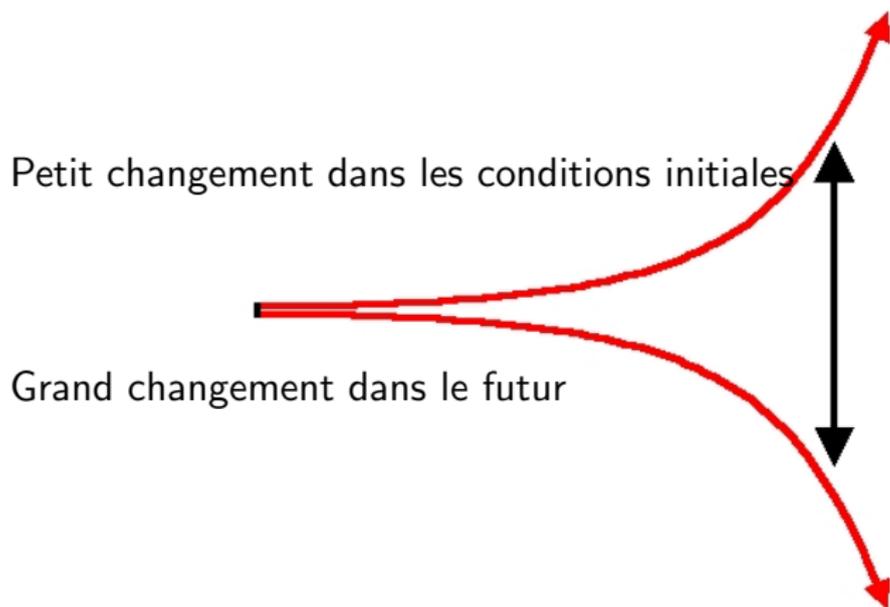
Sensibilité aux conditions initiales



Petit changement dans les conditions initiales



Sensibilité aux conditions initiales



L'article de Lorenz

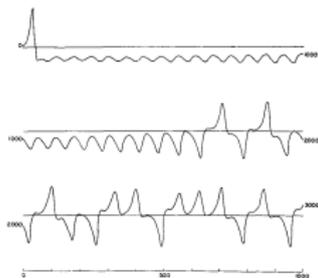


FIG. 1. Numerical solution of the convection equations. Graph of Y as a function of time for the first 1000 iterations (upper curve), second 1000 iterations (middle curve), and third 1000 iterations (lower curve).

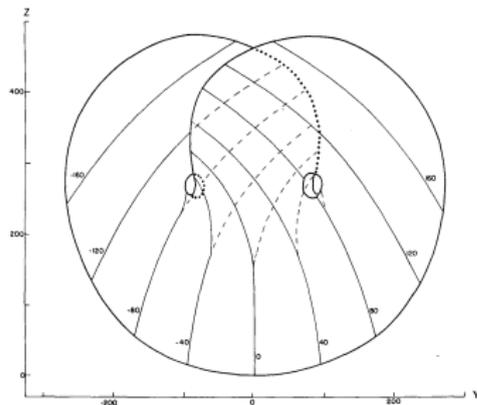
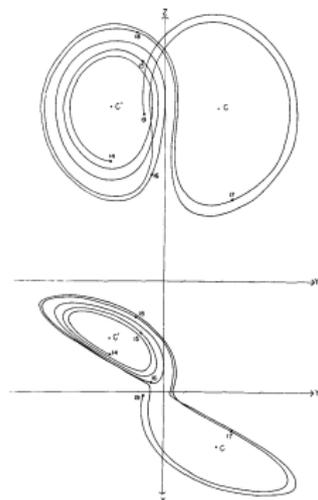


FIG. 3. Isopleths of X as a function of Y and Z (thin solid curves), and isopleths of the lower of two values of X , where two values occur (dashed curve), for approximate surfaces formed by all points on limiting trajectories. Heavy solid curve, and extensions as dotted curves, indicate natural boundaries of surfaces.

applications of Fig. 4. Values of X , Y , and Z between maxima of Z may be found from Fig. 2, by interpolating between neighboring curves. Of course, the accuracy of predictions made by this method is limited by the exactness of Figs. 2 and 4, and, as we shall see, by the accuracy with which the initial values of X , Y , and Z are observed.

Some of the implications of Fig. 4 are revealed by considering an idealized two-to-one correspondence between successive members of sequences M_n, M_1, \dots , consisting of numbers between zero and one. These sequences satisfy the relations

$$\begin{aligned} M_{n+1} &= 2M_n & \text{if } M_n < \frac{1}{2} \\ M_{n+1} & \text{is undefined} & \text{if } M_n = \frac{1}{2} \\ M_{n+1} &= 2-2M_n & \text{if } M_n > \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (35)$$

The correspondence defined by (35) is shown in Fig. 5, which is an idealization of Fig. 4. It follows from repeated applications of (35) that in any particular sequence,

$$M_n = m_n \pm 2^n M_0 \quad (36)$$

where m_n is an even integer.

Consider first a sequence where $M_0 = u/2^p$, where u is odd. In this case $M_{p-1} = \frac{1}{2}$, and the sequence terminates. These sequences form a denumerable set, and correspond to the trajectories which score direct hits upon the state of no convection.

Next consider a sequence where $M_0 = u/2^p v$, where u and v are relatively prime odd numbers. Then if $k > 0$, $M_{p+k} = u_k/v$, where u_k and v are relatively prime and u_k is even. Since for any v the number of proper fractions u_k/v is finite, repetitions must occur, and the sequence is periodic. These sequences also form a denumerable set, and correspond to periodic trajectories.

The periodic sequences having a given number of distinct values, or phases, are readily tabulated. In particular there are a single one-phase, a single two-phase, and two three-phase sequences, namely,

$$\begin{aligned} &2/3, \dots, \\ &2/5, 4/5, \dots, \\ &2/7, 4/7, 6/7, \dots, \\ &2/9, 4/9, 8/9, \dots \end{aligned}$$

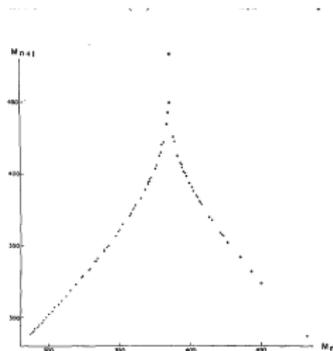


FIG. 4. Corresponding values of relative maximum of Z (abscissa) and subsequent relative maximum of Z (ordinate) occurring during the first 6000 iterations.

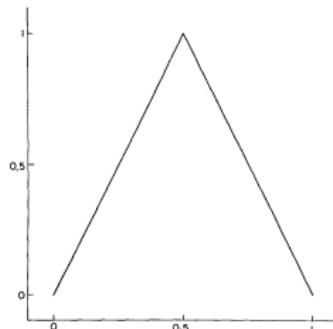
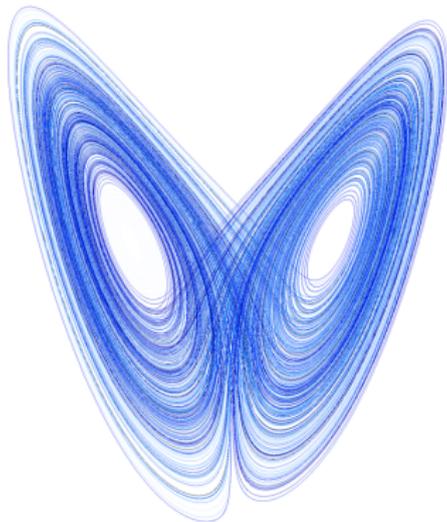


FIG. 5. The function $M_{n+1} = 2M_n$, if $M_n < \frac{1}{2}$; $M_{n+1} = 2 - 2M_n$, if $M_n > \frac{1}{2}$, serving as an idealization of the locus of points in Fig. 4.

L'effet papillon

“Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set off a Tornado in Texas?”



Un papillon à : A une catastrophe à B

Brésil - Texas (tornade)	E. Lorenz, AAAS, 29.12.72
Brésil - Floride (tornade)	Le Figaro 3.94
Notre Dame de Paris Paris	C. Allègre, Le Point 18.6.94
Forêt amazonienne - Chicago (tempête)	R. Lewin, Complexité, 94
Sumatra - Angleterre (ouragan)	J. Schwartz, Creative Moment
Le jardin de ma tante - Manille (cyclone)	Science et Vie Junior
Baie de Sidney - Jamaïque (cyclone)	Les Echos, 18.4.90
Californie - Normandie (tornade)	Ca m'intéresse, 87
Pékin - Côte ouest des Etats-Unis	La Recherche, 10.90
Rio - Australie (tempête)	Explora, 12.88
Pékin - New York (tempête)	J. Gleick, La Théorie du Chaos, 87
Pékin - New York M. Crichton,	Le parc jurassique, 92
Mer de Chine - Caraïbes (ouragan)	
Havana - Sidney (libellule)	Pollack

L'effet papillon

Brésil - ??	E. Brézin, Pour la Science, avril 92
Rio - San Francisco	H. Reeves, Dernières nouvelles du cosmos, 94
Amazonie - Bangladesh (cyclone)	R. Chaboud, France-Inter, 6.93
Rio - Japon (tornade)	Explora 89 ?
muraille de Chine - Paris	Actuel, 90
Brésil - Texas	A. Boutot, L'invention des formes, 94
Amazonie - Mexique	J. E. Hallier, Le Nouvel Observateur, 6.94
Philippines - Californie	J. F. Kahn, 94
Tokyo Brésil - I. Stewart,	The Collapse of Chaos, 93
Brésil - ??	Pour la science, 93
Tokyo - Chicago	B. Appleyard, Understanding the Present, 94
Australie - Limousin (ouragan)	Sciences et Avenir, 9.94
Brésil - Alaska (tempête de neige)	J. L. Casti, Complexification, 94
Cité impériale de Pékin - Jamaïque	La Recherche 10.90
Antilles - Océanie	S. Deligeorges, France- Culture, 6.92

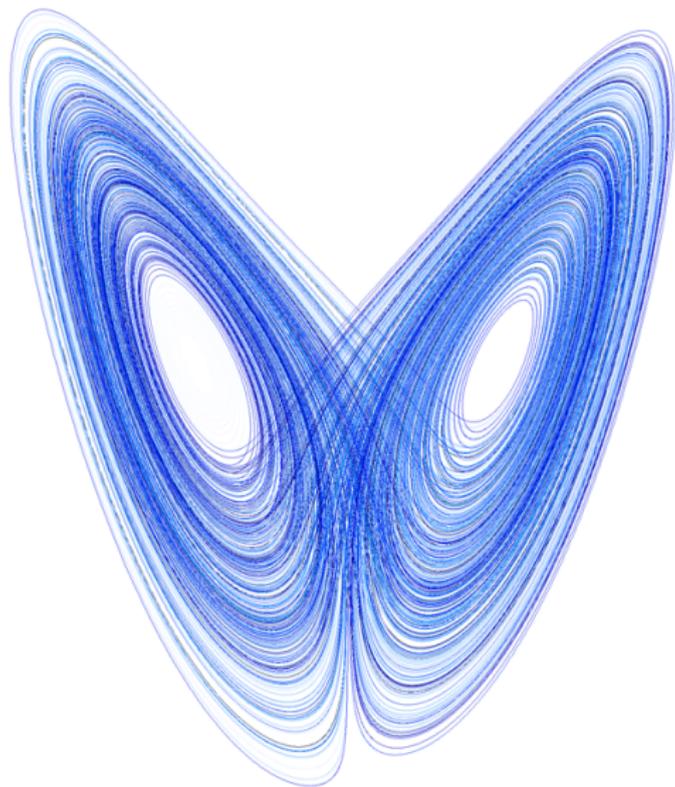
L'effet papillon

Chine - Floride (cyclone)	Libération 3.3.94
Pékin - New York	Le Nouvel Observateur, 4.4.91
Baie de Sidney - Jamaïque	Le Quotidien du médecin, 6.6.91
Rio Paris -	Pour la science, 10.91
Shangäi - New York (orage)	Libération, 23.3.92
Brésil - Londres (orage)	Sunday Times, 31.1.93
Pékin - New York	Libération, 7.7.93
Rio - Chicago	S. Kaufmann, Scientific American, 8.91
Martinique - Chine	L'Événement du Jeudi, 24.2.94
Pékin - New York	G. Mélenchon
Afrique - Jamaïque	P. Tambourin, France-Culture, 9.11.94
Australie - Brésil	Sciences et avenir, 12.94
Australie - Bermudes	Ben, Lettre aux peuples inquiets n6, 2.95

L'effet papillon

L'effet papillon

La musique papillon



En avance et en retard...

- En avance : Hadamard et Poincaré qui mettent en évidence la “sensibilité aux conditions initiales”.
- En retard : dans les années 60 et au début des années 70... Smale.
- Mais ils se rattrapent ensuite !

En avance et en retard...

- En avance : Hadamard et Poincaré qui mettent en évidence la “sensibilité aux conditions initiales”.
- En retard : dans les années 60 et au début des années 70... Smale.
- Mais ils se rattrapent ensuite !

En avance et en retard...

- En avance : Hadamard et Poincaré qui mettent en évidence la “sensibilité aux conditions initiales”.
- En retard : dans les années 60 et au début des années 70... Smale.
- Mais ils se rattrapent ensuite !

En avance et en retard...

- En avance : Hadamard et Poincaré qui mettent en évidence la “sensibilité aux conditions initiales”.
- En retard : dans les années 60 et au début des années 70... Smale.
- Mais ils se rattrapent ensuite !

Hadamard 1897 : *Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques*

En un mot, tandis que toute géodésique qui s'éloigne à l'infini est entouré d'un continuum de géodésiques jouissant de la même propriété, au contraire, *tout changement, si minime qu'il soit, apporté à la direction initiale d'une géodésique qui reste à distance finie suffit pour amener une variation absolument quelconque dans l'altère finale de la courbe*, la géodésique troublée pouvant affecter n'importe laquelle des formes énumérées précédemment.

39. Les circonstances que nous venons de rencontrer se retrouveront-elles dans d'autres problèmes de Mécanique? Se présenteront-elles, en particulier, dans l'étude des mouvements des corps célestes? C'est ce qu'on ne saurait affirmer. Il est probable, cependant, que les résultats obtenus dans ces cas difficiles seront analogues aux précédents, au moins par leur complexité.

Une masse matérielle glisse sur une surface; aucune pesanteur, aucune force ne la sollicite; aucun frottement ne gêne son mouvement. [...] Elle décrit une ligne que les géomètres nomment **une ligne géodésique**. Lorsqu'on se donne la position initiale de notre point matériel et la direction de sa vitesse initiale, la géodésique qu'il doit décrire est bien déterminée [...]

Imaginons le front d'un taureau, avec les éminences d'où partent les cornes et les oreilles, et les cols qui se creusent entre ces éminences; mais allongeons sans limite ces cornes et ces oreilles, de telle façon qu'elles s'étendent à l'infini; nous aurons une des surfaces que nous voulons étudier [...]

Picasso 1950 : *Cabeza de toro*



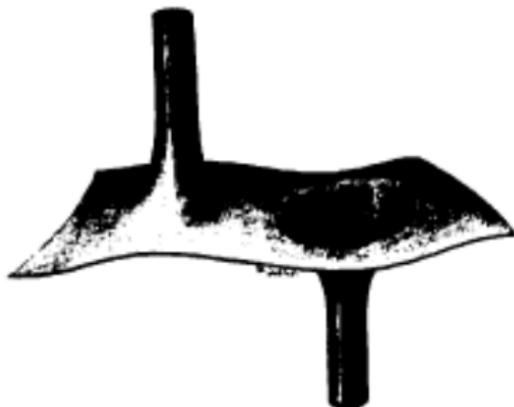
Hadamard 1897 : *Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques*

LES SURFACES A COURBURES OPPOSÉES.

39

infiniment petit tournant deux fois autour du pôle supérieur, les deux autres tracés, dans chacun des feuillets, suivant le grand cercle horizontal.

Fig. 1.



Les géodésiques peuvent présenter bien des aspects différents. [...] les unes tournent sans cesse autour de la corne droite, les autres autour de la corne gauche, ou de l'oreille droite, ou de l'oreille gauche ; d'autres, plus compliquées, font alterner suivant certaines règles les tours qu'elles décrivent autour d'une corne avec les tours qu'elles décrivent autour de l'autre corne, ou de l'une des oreilles. Enfin, sur le front de notre taureau aux cornes et aux oreilles illimitées, il y aura des géodésiques qui s'en iront à l'infini, les unes en gravissant la corne droite, les autres en gravissant la corne gauche, d'autres encore en suivant l'oreille droite ou l'oreille gauche.

Malgré cette complication, si l'on connaît avec exactitude la position et la direction initiales [...], la ligne géodésique du mouvement sera déterminée sans aucune ambiguïté. [...]

Il en sera tout autrement si les conditions initiales ne sont pas données mathématiquement, mais pratiquement [...] On aura beau augmenter la précision avec laquelle sont déterminées les données pratiques, jamais la géodésique qui demeure à distance finie en tournant sans cesse autour de la corne droite ne pourra être débarrassée de ces compagnes infidèles qui, après avoir tourné comme elle autour de la même corne, s'écarteront indéfiniment. [...]

Si donc un point matériel est lancé sur la surface étudiée à partir d'une position et une vitesse géométriquement données, **la déduction mathématique peut déterminer la trajectoire** de ce point. Mais, **pour le physicien, cette déduction est à tout jamais inutilisable.**

Pourquoi les météorologistes ont-ils tant de peine à prédire le temps avec quelque certitude ? [...] Nous voyons que les grandes perturbations se produisent généralement dans les régions où l'atmosphère est en équilibre instable. Les météorologistes voient bien que cet équilibre est instable, qu'un cyclone va naître quelque part ; mais où, ils sont hors d'état de le dire ; **un dixième de degré en plus ou en moins en un point quelconque, le cyclone éclate ici et non pas là, et il étend ses ravages sur des contrées qu'il aurait épargnées.** Si on avait connu ce dixième de degré, on aurait pu le savoir d'avance, mais les observations n'étaient ni assez serrées, ni assez précises, et c'est pour cela que tout semble dû à l'intervention du hasard. Ici encore nous retrouvons le même contraste entre **une cause minime**, inappréciable pour l'observateur, et des **effets considérables**, qui sont quelquefois d'épouvantables désastres.

- 1960 – Smale conjecture que pour une équation différentielle “générique”, les trajectoires finissent par s’accumuler sur des positions d’équilibre ou des orbites périodiques (cycles limites) :-(
 - 1970 – Fer à cheval de Smale, définition des systèmes dynamiques hyperboliques, *stabilité structurelle*.
 - 1971 – Ruelle et Takens, *On the nature of turbulence*. *Attracteurs étranges*.
 - 1976 – L’*attracteur de Lorenz* est enfin pris en compte dans le “bestiaire” des mathématiciens (Guckenheimer, Williams ...)

- 1960 – Smale conjecture que pour une équation différentielle “générique”, les trajectoires finissent par s’accumuler sur des positions d’équilibre ou des orbites périodiques (cycles limites) :-(
- 1970 – Fer à cheval de Smale, définition des systèmes dynamiques hyperboliques, **stabilité structurelle**.
- 1971 – Ruelle et Takens, *On the nature of turbulence*.
Attracteurs étranges.
- 1976 – **L’attracteur de Lorenz** est enfin pris en compte dans le “bestiaire” des mathématiciens (Guckenheimer, Williams ...)

- 1960 – Smale conjecture que pour une équation différentielle “générique”, les trajectoires finissent par s’accumuler sur des positions d’équilibre ou des orbites périodiques (cycles limites) :-(
- 1970 – Fer à cheval de Smale, définition des systèmes dynamiques hyperboliques, **stabilité structurelle**.
- 1971 – Ruelle et Takens, *On the nature of turbulence*. **Attracteurs étranges**.
- 1976 – L'**attracteur de Lorenz** est enfin pris en compte dans le “bestiaire” des mathématiciens (Guckenheimer, Williams ...)

- 1960 – Smale conjecture que pour une équation différentielle “générique”, les trajectoires finissent par s’accumuler sur des positions d’équilibre ou des orbites périodiques (cycles limites) :-(
- 1970 – Fer à cheval de Smale, définition des systèmes dynamiques hyperboliques, **stabilité structurelle**.
- 1971 – Ruelle et Takens, *On the nature of turbulence*. **Attracteurs étranges**.
- 1976 – **L’attracteur de Lorenz** est enfin pris en compte dans le “bestiaire” des mathématiciens (Guckenheimer, Williams ...)

Orbites périodiques de Lorenz

- Théorème de Helmholtz-Kelvin : *Dans un fluide parfait, la vorticité (le tourbillon) est transportée par le flot.*
- Kelvin (Thomson) 1869 *On Vortex Atoms*
- Tait commence une classification des nœuds.

- Théorème de Helmholtz-Kelvin : *Dans un fluide parfait, la vorticité (le tourbillon) est transportée par le flot.*
- Kelvin (Thomson) 1869 *On Vortex Atoms*
- Tait commence une classification des nœuds.

- Théorème de Helmholtz-Kelvin : *Dans un fluide parfait, la vorticité (le tourbillon) est transportée par le flot.*
- Kelvin (Thomson) 1869 *On Vortex Atoms*
- Tait commence une classification des nœuds.

La théorie des nœuds de Tait

THE FIRST SEVEN ORDERS OF KNOTTINESS.

Plate VI.



THE FIRST SEVEN ORDERS OF KNOTTINESS. PLATE VI.

Birman et Williams (1983) : étude approfondie des nœuds qui apparaissent comme des orbites périodiques de l'attracteur de Lorenz. Par exemple, seuls 8 nœuds parmi les 250 nœuds ayant moins de 10 croisements (et 20 parmi les 1701936 ayant moins de 13 croisements).

Le modèle géométrique de Lorenz

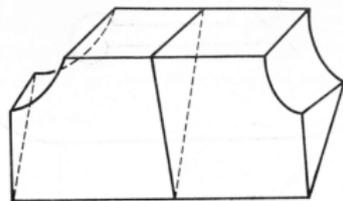


FIG. 1

JOHN GUCKENHEIMER AND R. F. WILLIAMS

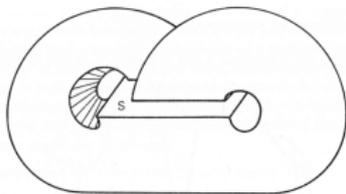


FIG. 2

- “Si un battement d’ailes d’un papillon peut engendrer un ouragan, la même chose est vraie pour tous les autres battements d’ailes du même papillon, mais aussi pour les battements d’ailes des millions d’autres papillons, sans parler de l’influence des activités des innombrables autres créatures plus puissantes, comme les hommes par exemple !”
- “J’avance l’idée qu’au fil des années les petites perturbations ne modifient pas la fréquence d’apparition des événements tels que les ouragans : la seule chose qu’ils peuvent faire, c’est de modifier l’ordre dans lequel ces événements se produisent.”

- “Si un battement d’ailes d’un papillon peut engendrer un ouragan, la même chose est vraie pour tous les autres battements d’ailes du même papillon, mais aussi pour les battements d’ailes des millions d’autres papillons, sans parler de l’influence des activités des innombrables autres créatures plus puissantes, comme les hommes par exemple !”
- “J’avance l’idée qu’au fil des années les petites perturbations ne modifient pas la fréquence d’apparition des événements tels que les ouragans : la seule chose qu’ils peuvent faire, c’est de modifier l’ordre dans lequel ces événements se produisent.”

Le théorème de Tucker (2001)

- **L'attracteur de Lorenz existe !** Soit ϕ_t le flot engendré par l'équation de Lorenz dans l'espace \mathbf{R}^3 . Il existe un compact K qui est invariant par le flot et qui "attire" un voisinage $U \subset K$: l'orbite future de tout point de U s'accumule sur K .
- L'attracteur de Lorenz est bien décrit par le modèle géométrique.
- Il existe une "mesure physique", c'est-à-dire une probabilité μ dont le support est K telle que pour presque toute condition initiale $x \in U$ au sens de Lebesgue, et pour toute petite boule $B \subset \mathbf{R}^3$, on a

$$\mu(B) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \text{Leb}\{t \in [0, T] \mid \phi_t(x) \in B\}$$

- Les propriétés précédentes sont robustes : elles sont valides pour toute équation différentielle proche de celle de Lorenz.

- **L'attracteur de Lorenz existe !** Soit ϕ_t le flot engendré par l'équation de Lorenz dans l'espace \mathbf{R}^3 . Il existe un compact K qui est invariant par le flot et qui "attire" un voisinage $U \subset K$: l'orbite future de tout point de U s'accumule sur K .
- **L'attracteur de Lorenz est bien décrit par le modèle géométrique.**
- Il existe une "mesure physique", c'est-à-dire une probabilité μ dont le support est K telle que pour presque toute condition initiale $x \in U$ au sens de Lebesgue, et pour toute petite boule $B \subset \mathbf{R}^3$, on a

$$\mu(B) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \text{Leb}\{t \in [0, T] \mid \phi_t(x) \in B\}$$

- Les propriétés précédentes sont robustes : elles sont valides pour toute équation différentielle proche de celle de Lorenz.

Le théorème de Tucker (2001)

- **L'attracteur de Lorenz existe !** Soit ϕ_t le flot engendré par l'équation de Lorenz dans l'espace \mathbf{R}^3 . Il existe un compact K qui est invariant par le flot et qui "attire" un voisinage $U \subset K$: l'orbite future de tout point de U s'accumule sur K .
- **L'attracteur de Lorenz est bien décrit par le modèle géométrique.**
- **Il existe une "mesure physique"**, c'est-à-dire une probabilité μ dont le support est K telle que pour presque toute condition initiale $x \in U$ au sens de Lebesgue, et pour toute petite boule $B \subset \mathbf{R}^3$, on a

$$\mu(B) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \text{Leb}\{t \in [0, T] \mid \phi_t(x) \in B\}$$

- **Les propriétés précédentes sont robustes** : elles sont valides pour toute équation différentielle proche de celle de Lorenz.

Le théorème de Tucker (2001)

- **L'attracteur de Lorenz existe !** Soit ϕ_t le flot engendré par l'équation de Lorenz dans l'espace \mathbf{R}^3 . Il existe un compact K qui est invariant par le flot et qui "attire" un voisinage $U \subset K$: l'orbite future de tout point de U s'accumule sur K .
- **L'attracteur de Lorenz est bien décrit par le modèle géométrique.**
- **Il existe une "mesure physique"**, c'est-à-dire une probabilité μ dont le support est K telle que pour presque toute condition initiale $x \in U$ au sens de Lebesgue, et pour toute petite boule $B \subset \mathbf{R}^3$, on a

$$\mu(B) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \text{Leb}\{t \in [0, T] \mid \phi_t(x) \in B\}$$

- **Les propriétés précédentes sont robustes** : elles sont valides pour toute équation différentielle proche de celle de Lorenz.

L'effet papillon existe-il vraiment ?

- Le modèle simplifié de Lorenz s'applique-t-il à l'atmosphère ?
- 1966 : Arnold : *Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits, Annales de l'Institut Fourier*. L'équation du mouvement d'un fluide parfait est analogue à celle qui décrit les géodésiques en courbure négative. Lien avec l'article d'Hadamard.
- R. Robert (2001) *L'effet papillon n'existe plus !* Gazette des Mathématiciens. Point de vue lagrangien vs. eulérien. Variables macroscopiques vs. microscopiques.

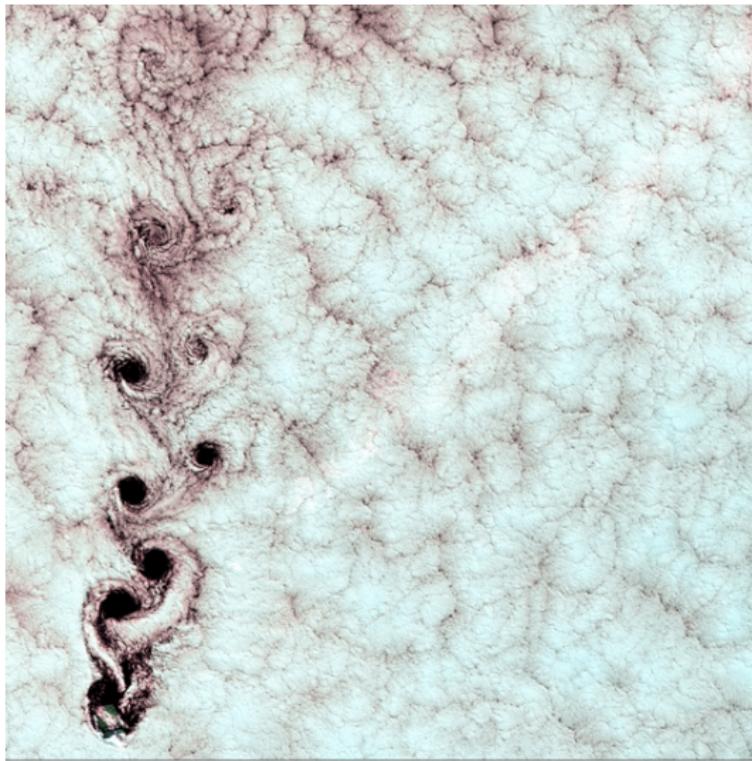
L'effet papillon existe-il vraiment ?

- Le modèle simplifié de Lorenz s'applique-t-il à l'atmosphère ?
- 1966 : Arnold : *Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits, Annales de l'Institut Fourier*. L'équation du mouvement d'un fluide parfait est analogue à celle qui décrit les géodésiques en courbure négative. Lien avec l'article d'Hadamard.
- R. Robert (2001) *L'effet papillon n'existe plus !* Gazette des Mathématiciens. Point de vue lagrangien vs. eulérien. Variables macroscopiques vs. microscopiques.

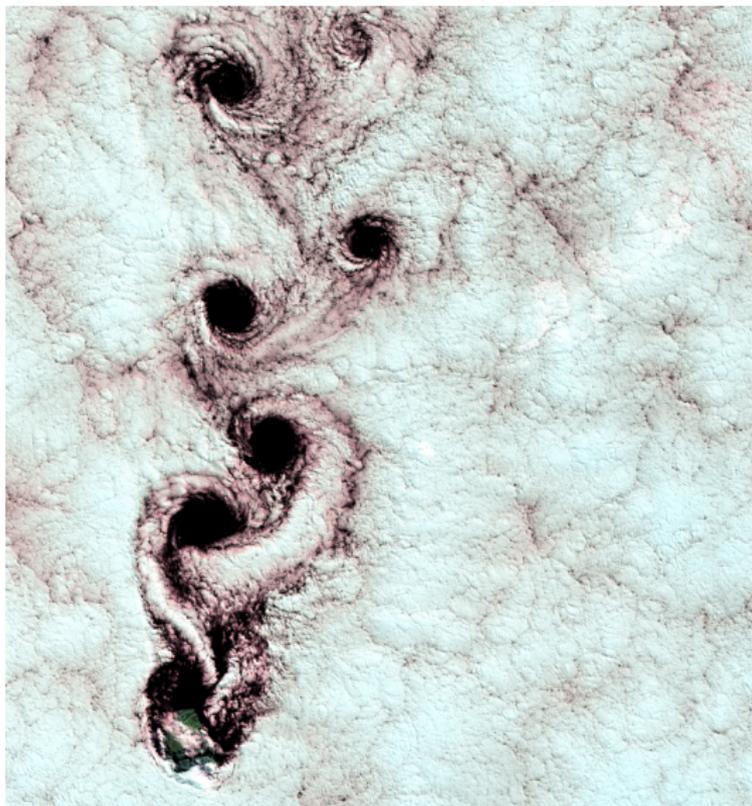
L'effet papillon existe-il vraiment ?

- Le modèle simplifié de Lorenz s'applique-t-il à l'atmosphère ?
- 1966 : Arnold : *Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits, Annales de l'Institut Fourier*. L'équation du mouvement d'un fluide parfait est analogue à celle qui décrit les géodésiques en courbure négative. Lien avec l'article d'Hadamard.
- R. Robert (2001) *L'effet papillon n'existe plus !* Gazette des Mathématiciens. Point de vue lagrangien vs. eulérien. Variables macroscopiques vs. microscopiques.

L'effet papillon existe-il vraiment ?



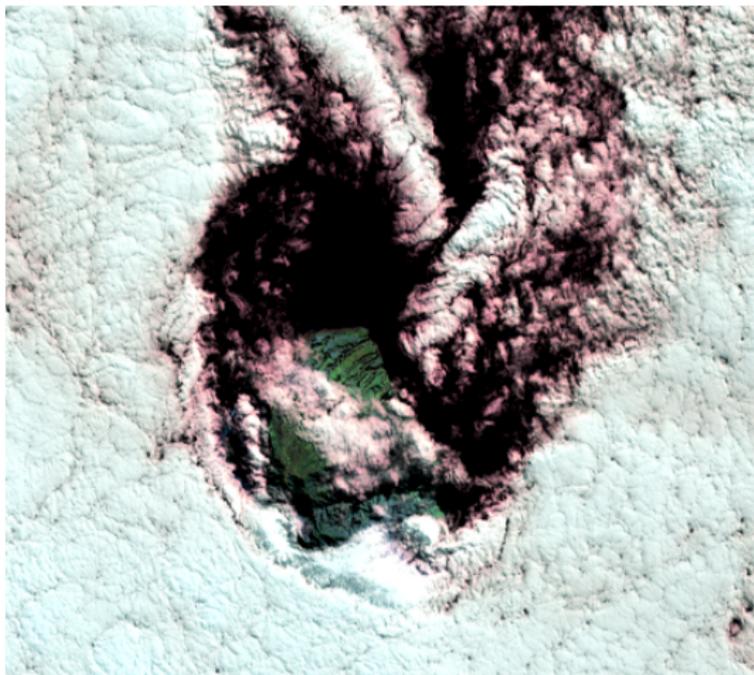
L'effet papillon existe-il vraiment ?



L'effet papillon existe-il vraiment ?



L'effet papillon existe-il vraiment ?



L'effet papillon se manifeste par

- Une **sensibilité aux conditions initiales** : une modification mineure peut changer de manière importante déroulement du futur.
- Une **insensibilité aux conditions initiales** : la fréquence d'apparition des événements futurs, mesurée sur de grandes périodes de temps, ne dépend pas des conditions initiales.

L'effet papillon se manifeste par

- Une **sensibilité aux conditions initiales** : une modification mineure peut changer de manière importante déroulement du futur.
- Une **insensibilité aux conditions initiales** : la fréquence d'apparition des événements futurs, mesurée sur de grandes périodes de temps, ne dépend pas des conditions initiales.

L'effet papillon se manifeste par

- Une **sensibilité aux conditions initiales** : une modification mineure peut changer de manière importante déroulement du futur.
- Une **insensibilité aux conditions initiales** : la fréquence d'apparition des événements futurs, mesurée sur de grandes périodes de temps, ne dépend pas des conditions initiales.

L'effet papillon se manifeste par

- Une **sensibilité aux conditions initiales** : une modification mineure peut changer de manière importante déroulement du futur.
- Une **insensibilité aux conditions initiales** : la fréquence d'apparition des événements futurs, mesurée sur de grandes périodes de temps, ne dépend pas des conditions initiales.

Cet effet est-il présent en météorologie ? est-il courant en biologie ? dans les phénomènes naturels ?

tout s'opère, parce qu'à force de temps tout se rencontre, & que dans la libre étendue des espaces & dans la succession continue du mouvement, toute matière est remuée, toute forme donnée, toute figure imprimée; ainsi tout se rapproche ou s'éloigne, tout s'unit ou se fuit, tout se combine ou s'oppose, tout se produit ou se détruit par des forces relatives ou contraires, qui seules sont constantes, & se balançant sans se nuire, animent l'Univers & en font un théâtre de scènes toujours nouvelles, & d'objets sans cesse renaissans.