

P-RAM

1 Sélection dans une liste

▷ **Question 1** Soit L une liste contenant n objets coloriés soit en bleu, soit en rouge. Concevoir un algorithme EREW efficace qui sépare les éléments bleus des éléments rouges (c'est-à-dire qui construit une nouvelle liste ne contenant que les éléments bleus).

2 Recherche des racines dans une forêt

On donne ici un autre exemple de problème pour la séparation des modèles EREW et CREW. Soit \mathcal{F} une forêt d'arbres binaires. Chaque nœud i d'un arbre est associé à un processeur $P(i)$ et possède un pointeur vers son père $pere(i)$. On va chercher des algorithmes EREW et CREW pour que chaque nœud connaisse la racine de son arbre (notée $racine(i)$), et ainsi prouver l'intérêt des lectures concurrentes.

▷ **Question 2** Donner un algorithme P-RAM CREW pour que chaque nœud détermine $racine(i)$. Démontrer que l'algorithme proposé n'utilise que des lectures concurrentes et déterminer sa complexité.

3 Procédure mystère

On définit les deux opérateurs suivants pour un tableau $A = [a_0, a_1, \dots, a_{n-1}]$ de n entiers :

- $PRESCAN(A)$ renvoie le tableau $[0, a_0, a_0 + a_1, a_0 + a_1 + a_2, \dots, a_0 + a_1 + \dots + a_{n-2}]$
- $SCAN(A)$ renvoie le tableau $[a_0, a_0 + a_1, a_0 + a_1 + a_2, \dots, a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1}]$

Nous avons vu en cours comment réaliser ces opérateurs en temps $O(\log n)$ sur une P-RAM EREW.

▷ **Question 3** Étant donné un tableau de booléens $Flags$, que fait la procédure suivante ?

```

SPLIT( $A, Flags$ )
   $I_{down} \leftarrow PRESCAN(not(Flags))$ 
   $I_{up} \leftarrow n - REVERSE(SCAN(REVERSE(Flags)))$ 
  Pour  $i = 1$  to  $n$  en parallèle Si  $Flags(i)$ 
     $Index[i] \leftarrow I_{up}[i]$  Sinon
       $Index[i] \leftarrow I_{down}[i]$ 
   $Result \leftarrow PERMUTE(A, Index)$ 
  Renvoyer  $Result$ 

```

Les noms des différentes fonctions sont relativement intuitifs ; en particulier, $REVERSE$ renverse le tableau, et $PERMUTE(A, Index)$ réordonne le tableau A selon la permutation $Index$. L'horrible expression $REVERSE(SCAN(REVERSE(Flags)))$ effectue simplement un $SCAN$ à partir de la fin du tableau $Flags$, dont les éléments sont considérés comme des entiers.

Voici un exemple d'utilisation :

$$\begin{array}{rcl}
 A & = & [\quad 5 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \quad 4 \quad 2 \quad 7 \quad 2 \quad] \\
 Flags & = & [\quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad] \\
 I_{down} & = & [\quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \boxed{0} \quad \boxed{1} \quad 2 \quad \boxed{2} \quad] \\
 I_{up} & = & [\quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{5} \quad \boxed{6} \quad 7 \quad 7 \quad \boxed{7} \quad 8 \quad] \\
 Index & = & [\quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 0 \quad 1 \quad 7 \quad 2 \quad] \\
 Result & = & [\quad 4 \quad 2 \quad 2 \quad 5 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \quad 7 \quad]
 \end{array}$$

Quel est le coût de la fonction $SPLIT$?

On considère la procédure MYSTÈRE suivante :

```
MYSTÈRE(A, Number_Of_Bits) Pour  $i = 0$  to  
Number_Of_bits - 1  
     $\hat{bit}(i) \leftarrow$  tableau indiquant si le  $i$ -ème bit des  
    éléments de  $A$  est à 1  
     $A \leftarrow$  SPLIT( $A, \hat{bit}(i)$ )
```

- ▷ **Question 4** Faire tourner la procédure sur $A = [5, 7, 3, 1, 4, 2, 7, 2]$ avec $Number_Of_Bits = 3$.
- ▷ **Question 5** Que fait la procédure MYSTÈRE ?
- ▷ **Question 6** Avec des entrées de taille $O(\log n)$ bits, quelle est la complexité avec n processeurs ? Et avec seulement p processeurs ? Quelles sont les valeurs de p les plus intéressantes ?