



FIG. 1 – Cube connecté en cycle de taille 3.

Réseaux d'interconnexion

1 Tores, hypercubes et arbres binaires

▷ **Question 1** Quelles différences peut-on trouver entre un hypercube de dimension 6 et un tore 3D de taille $4 \times 4 \times 4$?

▷ **Question 2** Peut-on plonger un arbre binaire complet à $2^n - 1$ sommets dans une grille 2D de taille $r \times r$ à déterminer ?

2 Cycles connectés en cube

Un réseau $CCC(m)$ est obtenu en remplaçant chaque processeur d'un hypercube de dimension m par un anneau de m processeurs, et en connectant chaque processeur de l'anneau dans une dimension de l'hypercube (voir figure 1).

▷ **Question 3** Quel est le nombre de processeurs de $CCC(m)$? Donner une définition formelle de $CCC(m)$ et une majoration simple de son diamètre.

▷ **Question 4** Montrer que le diamètre de $CCC(m)$ est exactement $D = 2m - 2 + \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ si $m > 3$, et est égal à 6 si $m = 3$.

3 Transposition d'une matrice

On veut concevoir un algorithme parallèle pour la transposition d'une matrice $n \times n$. On suppose la matrice stockée de manière distribuée dans les processeurs. On supposera que les différents liens de communication sont bidirectionnels et peuvent être utilisés de manière simultanée.

▷ **Question 5** Proposer une solution sur un anneau de p processeurs et donner sa complexité (on suppose que la distribution est monodimensionnelle).

▷ **Question 6** Proposer une solution sur une grille torique de $p = q \times q$ processeurs et donner sa complexité (on suppose que la distribution est bidimensionnelle).

▷ **Question 7** Proposer une solution sur un hypercube de $p = 2^{2k}$ processeurs et donner sa complexité (on suppose que la distribution est bidimensionnelle).

4 REM

Un Réseau Échange-Mélange (REM) avec $p = 2^r$ processeurs est défini comme suit :

(i) numéroté les processeurs de 0 à $p - 1$ et les écrire en binaire sur r bits :

$$q = b_{r-1}b_{r-2} \dots b_2b_1b_0 \text{ avec } b_i \in \{0, 1\} \text{ pour } 0 \leq i \leq r - 1$$

(ii) pour $q = b_{r-1}b_{r-2} \dots b_2b_1b_0$, définir :

$$\begin{aligned} \text{rot}(q) &= b_0b_{r-1}b_{r-2} \dots b_2b_1 \\ \text{exch}(q) &= b_{r-1}b_{r-2} \dots b_2b_1(1 - b_0) \end{aligned}$$

(iii) pour tout q , $0 \leq q \leq p - 1$, relier q à $\text{rot}(q)$ et à $\text{exch}(q)$ par des arcs orientés.

▷ **Question 8** Dessiner un REM à 2^4 processeurs (en regroupant les nœuds par paires, puis par motif).

▷ **Question 9** Proposer un algorithme de routage d'un processeur à un autre dans un REM. Quel est le diamètre d'un REM à 2^r processeurs ?