Automates avancés - TD8

Exercice 1 Une grammaire hors-contexte est linéaire, si les parties droites des production contiennent au plus un non-terminal.

- Prouvez le lemme suivant : Si L est un langage linéaire, alors il existe une constante n telle que si un mot $w \in L$ a une taille supérieure ou égale à n, alors on peut écrire $w = uvxyz$ tel que $|uvyz| \leq n$, $|vy| \geq 1$ et pour tout $i \geq 0, uv^ixy^iz \in L$.

Exercice 2 Considérez le langage $L_1 = \{a^ib^ic^jd^j \mid i \geq 1 \wedge j \geq 1\}$

- Montrez que L_1 est un langage hors-contexte.
- Montrez que L_1 n'est pas un langage linéaire.

Exercice 3 Considérez le langage $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

- Montrez que L_2 est un langage hors-contexte.
- Montrez que L_2 n'est pas un langage linéaire.

Exercice 4 Montrez que si on autorise des expressions régulières dans la partie droite des productions d'une grammaire hors-contexte, on obtient toujours des langages hors-contextes. Par exemple, une production $A \rightarrow (B+C)^*aa^*$ est autorisée et peut être vu comme un nombre infini de productions $A \rightarrow a, A \rightarrow aa, \ldots, A \rightarrow Ba, A \rightarrow Baa, \ldots, A \rightarrow Ca, A \rightarrow Caa, \ldots, A \rightarrow BBa, A \rightarrow BCa, A \rightarrow CBa, A \rightarrow CCa, A \rightarrow BBaa, A \rightarrow BCaa$, etc.