Récriture d'Ordre Supérieur

Jean-Pierre Jouannaud
École Polytechnique
91400 Palaiseau, France

email: jouannaud@lix.polytechnique.fr
http: //w^3.lix.polytechnique.fr/Labo/Jean-Pierre.Jouannaud

Project LogiCal, Pôle Commun de Recherche en Informatique du Plateau de Saclay, CNRS, École Polytechnique, INRIA, Université Paris-Sud.

December 20, 2004

Outline

1. Histoire et motivations
2. Calculs logiques

Histoire et motivations

Objectifs

- Formaliser les mathématiques [Hilbert, Gödel]
- Langage de la logique mathématique [Tarski, Church]
- Indécidabilité de la recherche de preuves au premier ordre [Gödel]
- Formalisation de la notion de fonction : le λ-calcul [Church]

Objectifs

- Formaliser les mathématiques [Hilbert, Gödel]
- Langage de la logique mathématique [Tarski, Church]
- Indécidabilité de la recherche de preuves au premier ordre [Gödel]
- Formalisation de la notion de fonction : le λ-calcul [Church]

Objectifs

- Formaliser les mathématiques [Hilbert, Gödel]
- Langage de la logique mathématique [Tarski, Church]
- Indécidabilité de la recherche de preuves au premier ordre [Gödel]
- Formalisation de la notion de fonction : le λ-calcul [Church]

Objectifs

- Formaliser les mathématiques [Hilbert, Gödel]
- Langage de la logique mathématique [Tarski, Church]
- Indécidabilité de la recherche de preuves au premier ordre [Gödel]
- Formalisation de la notion de fonction : le λ-calcul [Church]

Objectif : théorie décidables

- Théorie des réels [Tarski]
- Logique monadique du second ordre [Büchi, Rabin]
- Théorie des arbres étiquettés finis ou infinis [Mal'cev, Colmerauer, Comon, Maher]
- Mélange de théories convexes [Shostak, . . . , Ruess-Shankar]

Objectif : théorie décidables

- Théorie des réels [Tarski]
- Logique monadique du second ordre [Büchi, Rabin]
- Théorie des arbres étiquettés finis ou infinis [Mal'cev, Colmerauer, Comon, Maher]
- Mélange de théories convexes [Shostak, . . . , Ruess-Shankar]

Objectif : théorie décidables

- Théorie des réels [Tarski]
- Logique monadique du second ordre [Büchi, Rabin]
- Théorie des arbres étiquettés finis ou infinis [Mal'cev, Colmerauer, Comon, Maher]
- Mélange de théories convexes [Shostak, . . . , Ruess-Shankar]

Objectif : théorie décidables

- Théorie des réels [Tarski]
- Logique monadique du second ordre [Büchi, Rabin]
- Théorie des arbres étiquettés finis ou infinis [Mal'cev, Colmerauer, Comon, Maher]
- Mélange de théories convexes [Shostak, . . . , Ruess-Shankar]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\rightarrow}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\to}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\rightarrow}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\rightarrow}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\rightarrow}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\rightarrow}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Objectif : vérification de preuves

- Proof checking : $\lambda^{\rightarrow}$ [Church, Gentzen, Curry, Howard]
- Système T [Gödel]
- Polymorphisme [Girard]
- Constructeurs de types [Système F, Girard]
- Types dépendents [De Bruiyn]
- Calcul des construction [Coquand-Huet]
- Calcul des constructions inductives [Coquand-Paulin]

Sous produit : programmation fonctionnelle

- ML [Milner]
- Indécidabilité de l'inférence de type polymorphe [Kfoury, Tiuryn, Wells]
- Typage des enregistrements [Mitchel, Rémy]
- Modules pour ML [Leroy, Lilibridge]
- Contraintes de typage[Pottier]

Sous produit : programmation fonctionnelle

- ML [Milner]
- Indécidabilité de l'inférence de type polymorphe [Kfoury, Tiuryn, Wells]
- Typage des enregistrements [Mitchel, Rémy]
- Modules pour ML [Leroy, Lilibridge]
- Contraintes de typage[Pottier]

Sous produit : programmation fonctionnelle

- ML [Milner]
- Indécidabilité de l'inférence de type polymorphe [Kfoury, Tiuryn, Wells]
- Typage des enregistrements [Mitchel, Rémy]
- Modules pour ML [Leroy, Lilibridge]
- Contraintes de typage[Pottier]

Sous produit : programmation fonctionnelle

- ML [Milner]
- Indécidabilité de l'inférence de type polymorphe [Kfoury, Tiuryn, Wells]
- Typage des enregistrements [Mitchel, Rémy]
- Modules pour ML [Leroy, Lilibridge]
- Contraintes de typage[Pottier]

Sous produit : programmation fonctionnelle

- ML [Milner]
- Indécidabilité de l'inférence de type polymorphe [Kfoury, Tiuryn, Wells]
- Typage des enregistrements [Mitchel, Rémy]
- Modules pour ML [Leroy, Lilibridge]
- Contraintes de typage[Pottier]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Objectif : recherche de preuves

- Résolution [Herbrand, Robinson]
- Paramodulation [Wos]
- Récriture [Knuth]
- Résolution et paramodulation orientées [Lankford]
- Incorporation de procédures de décision [Shostak]
- Résolution d'ordre supérieur [Huet]
- Résolution et paramodulation contraintes [Kirchner-Rusinowitch]

Sous produit : programmation logiue

- Programmer en logique des clauses de Horn [Colmerauer]
- Programmer en logique des clauses de Harrops [Miller]
- Programmer en logique contrainte [Colmerauer]
- Contraintes de typage en programmation logique [Myhill]

Sous produit : programmation logiue

- Programmer en logique des clauses de Horn [Colmerauer]
- Programmer en logique des clauses de Harrops [Miller]
- Programmer en logique contrainte [Colmerauer]
- Contraintes de typage en programmation logique [Myhill]

Sous produit : programmation logiue

- Programmer en logique des clauses de Horn [Colmerauer]
- Programmer en logique des clauses de Harrops [Miller]
- Programmer en logique contrainte [Colmerauer]
- Contraintes de typage en programmation logique [Myhill]

Sous produit : programmation logiue

- Programmer en logique des clauses de Horn [Colmerauer]
- Programmer en logique des clauses de Harrops [Miller]
- Programmer en logique contrainte [Colmerauer]
- Contraintes de typage en programmation logique [Myhill]

Calculs logiques aujourd'hui

Calculs d'aujourd'hui

- Internalisation des procédures de décision de Shostak dans la logique [PVS, Shankar]
- La récriture d'expressions d'ordre supérieur [Isabelle, Nipkow]
- Introduction des types de données gardés dans CC [Coq, Coquand-Paulin-Gimenez]
- Internalisation de règles d'ordre supérieur dans CC [CAC, Bianchi-Jouannaud-Okada]
- Internalisation de la notion de module dans CC [Coq, Chrzaszcz]
- Déduction modulo [Dowek]

Calculs d'aujourd'hui

- Internalisation des procédures de décision de Shostak dans la logique [PVS, Shankar]
- La récriture d'expressions d'ordre supérieur [Isabelle, Nipkow]
- Introduction des types de données gardés dans CC [Coq, Coquand-Paulin-Gimenez]
- Internalisation de règles d'ordre supérieur dans CC [CAC, Bianchi-Jouannaud-Okada]
- Internalisation de la notion de module dans CC [Coq, Chrzaszcz]
- Déduction modulo [Dowek]

Calculs d'aujourd'hui

- Internalisation des procédures de décision de Shostak dans la logique [PVS, Shankar]
- La récriture d'expressions d'ordre supérieur [Isabelle, Nipkow]
- Introduction des types de données gardés dans CC [Coq, Coquand-Paulin-Gimenez]
- Internalisation de règles d'ordre supérieur dans CC [CAC, Bianchi-Jouannaud-Okada]
- Internalisation de la notion de module dans CC [Coq, Chrzaszcz]
- Déduction modulo [Dowek]

Calculs d'aujourd'hui

- Internalisation des procédures de décision de Shostak dans la logique [PVS, Shankar]
- La récriture d'expressions d'ordre supérieur [Isabelle, Nipkow]
- Introduction des types de données gardés dans CC [Coq, Coquand-Paulin-Gimenez]
- Internalisation de règles d'ordre supérieur dans CC [CAC, Bianchi-Jouannaud-Okada]
- Internalisation de la notion de module dans CC [Coq, Chrzaszcz]
- Déduction modulo [Dowek]

Calculs d'aujourd'hui

- Internalisation des procédures de décision de Shostak dans la logique [PVS, Shankar]
- La récriture d'expressions d'ordre supérieur [Isabelle, Nipkow]
- Introduction des types de données gardés dans CC [Coq, Coquand-Paulin-Gimenez]
- Internalisation de règles d'ordre supérieur dans CC [CAC, Bianchi-Jouannaud-Okada]
- Internalisation de la notion de module dans CC [Coq, Chrzaszcz]
- Déduction modulo [Dowek]

Calculs d'aujourd'hui

- Internalisation des procédures de décision de Shostak dans la logique [PVS, Shankar]
- La récriture d'expressions d'ordre supérieur [Isabelle, Nipkow]
- Introduction des types de données gardés dans CC [Coq, Coquand-Paulin-Gimenez]
- Internalisation de règles d'ordre supérieur dans CC [CAC, Bianchi-Jouannaud-Okada]
- Internalisation de la notion de module dans CC [Coq, Chrzaszcz]
- Déduction modulo [Dowek]

Récritures d'hier

Récriture par filtrage simple [Knuth-Bendix]

- Donnée : un ensemble R de règles
- Récriture simple : $s \xrightarrow[l \to r \in R]{p} t$ si $s|_p = l\sigma$ and $t = s[r\sigma]_p$
- Joignabilité de (u, v) : $u \xrightarrow[R]{*} w \xleftarrow[R]{*} v$
- Church-Rosser : $s \xleftrightarrow[R]{*} t$ ssi (s, t) est joignable
- Terminaison simple : $\longrightarrow_R$ termine.
- Paire critique simple : $(r\sigma, l\sigma[d\sigma]_p)$ est une paire critique de $g \to d$ sur $l \to r$ à p si σ est unificateur principal de $l|_p = g$
- Si R termine, Church-Rosser est équivalente à la joignabilité des paires critiques simples.

Récriture de classes d'équivalences [Lankford]

- Ensembles R de règles et S d'équations
- Récriture de classes : $s \xrightarrow[RS]{} t$ si $s \xleftrightarrow[S]{*} u \xrightarrow[R]{} t$
- S-joignabilité : $s \xrightarrow[RS]{*} v \xleftrightarrow[S]{*} w \xleftarrow[RS]{*} t$
  S-joignabilité forte de (s,t) : $s \xrightarrow[R]{} u$ et (u,t) est S-joinable
- CR : $s \xleftrightarrow[R\cup S]{*} t$ ssi (s,t) est joignable
- Terminaison de $\longrightarrow_{RS}$
- Si $\longrightarrow_{RS}$ termine, alors la récriture de classes est Church-Rosser si les paires critiques simples de R sont S-joignables et celles de R avec S le sont fortement.

Récriture modulo par filtrage simple [Huet]

- Ensemble R de règles et S d'équations
- Récriture simple
- S-joignabilité : $s \xrightarrow[R]{*} v \xleftrightarrow[S]{*} w \xleftarrow[R]{*} t$
- CR : $s \longleftrightarrow^{*}_{R \cup S} t$ ssi (s, t) est S-joignable.
- Terminaison de $\longrightarrow_{RS}$
- Si R modulo S termine, R est linéaire gauche et S est linéaire bilatère, la propriété CR est équivaqlente à la joignabilité des paires critiques de R et de R avec S

Récriture modulo par filtrage modulo [Stickel]

- Ensembles R de règles et S d'équations
- Récriture modulo : $s \xrightarrow[l \to r \in R_S]{p} t$ si $s|_p \xleftrightarrow[S]{*} l\sigma$ and $t = s[r\sigma]_p$
- S-joignabilité : $s \xrightarrow[R_S]{*} v \xleftrightarrow[S]{*} w \xleftarrow[R_S]{*} t$
- CR : $s \longleftrightarrow^{*}_{R \cup S} t$ ssi (s, t) est S-joignable.
- S-Paires critiques : S-unification complète.
- $(g = d \in S)$-extension de $(l \to r \in R)$ si $l|_p = g$ est unifiable modulo S : $g[l]_p \to g[r]_p$
- Si $\xrightarrow[RS]{}$ termine et R est clos par extension, la propriété CR est équivalente à la S-joignabilité des S-paires critiques de R.

Récriture modulo par filtrage combiné [Jouannaud-Kirchner]

- Ensemble S d'équations, R_l de règles linéaires, R_{nl} de règles non-linéaires
- Récriture simple pour les règles linéaires, modulo S pour les non-linéaires
- Church-Rosser : idem
- Terminaison modulo S, paires critiques simples de R_l et modulo de R_{nl}, extensions de R_{nl}
- Si R termine modulo S, les classes de S sont finies et R_{nl} est clos par extension, la propriété CR se réduit à la confluence des paires critiques modulo de R_{nl}, des paires critiques simples de R_l et de R_l avec S.

Récriture normalisée [Marché]

- Ensemble R de règles, et S de règles Church-Rosser modulo AC.
- Récriture normalisée $\quad s \xrightarrow[R_{S\downarrow}]{p} t$ si $s{\downarrow_{S_{AC}}}|_p =_{AC} l\sigma$ and $t = s[r\sigma]_p$
- Joignabilité : $u \xrightarrow[R_{S\downarrow}]{*} \xrightarrow[S_{AC}]{*} \xleftrightarrow[AC]{*} \xleftarrow[S_{AC}]{*} \xleftarrow[R_{S\downarrow}]{*} v$
- CR : $s \longleftrightarrow^*_{R\cup S\cup AC} t$ ssi (s, t) est joignable
- Terminaison de $R \cup S$ modulo AC
  Paires critiques modulo AC de R
  Paires normales de R pour S_{AC}
- La propriété CR se réduit à la confluence des paires critiques et des paires normales.

Récritures conditionnelles

- Récriture conditionnelle [Bergstra-Klop, Kaplan]. Clauses de Horn sur le prédicat d'égalité.
- Récriture conditionnelle avec appartenance [Bouhoula-Jouannaud-Meseguer]. Clauses de Horn sur les prédicats d'égalité et d'appartenance à des ensembles reconnaissables de termes.

4 formalismes dont l'objectif est de coder d'autres calculs pour étudier leur métathéorie.

- Combinatory reduction systems [Klop]

$$app(abs(\lambda x.X(x)), Y) \to X(Y)$$

- Ajout de récriture 1er ordre à $\lambda^{\to}$ [Tannen]

$$\left\{ \begin{array}{c} @(\lambda x.u, v) \to v\{x \mapsto v\}, \\ x + 0 \to x,\ x + S(y) \to S(x+y) \end{array} \right\}$$

- Substitutions explicites [Abadi-Currien-Levy]

$$@(\lambda x.u, v) = u \uparrow \{x \mapsto v\}$$

- Le ρ-calcul [Cirstea-Kirchner]

$$\rho\{x + S(y) \to S(x+y)\}.S(S(0) + S(S(0)))$$

4 formalismes dont l'objectif est de coder d'autres calculs pour étudier leur métathéorie.

- Combinatory reduction systems [Klop]

$$app(abs(\lambda x.X(x)), Y) \to X(Y)$$

- Ajout de récriture 1er ordre à $\lambda^{\to}$ [Tannen]

$$\left\{ \begin{array}{c} @(\lambda x.u, v) \to v\{x \mapsto v\}, \\ x + 0 \to x,\ x + S(y) \to S(x + y) \end{array} \right\}$$

- Substitutions explicites [Abadi-Currien-Levy]

$$@(\lambda x.u, v) = u \uparrow \{x \mapsto v\}$$

- Le ρ-calcul [Cirstea-Kirchner]

$$\rho\{x + S(y) \to S(x + y)\}.S(S(0) + S(S(0)))$$

4 formalismes dont l'objectif est de coder d'autres calculs pour étudier leur métathéorie.

- Combinatory reduction systems [Klop]

$$app(abs(\lambda x.X(x)), Y) \to X(Y)$$

- Ajout de récriture 1er ordre à $\lambda^{\to}$ [Tannen]

$$\left\{ \begin{array}{c} @(\lambda x.u, v) \to v\{x \mapsto v\}, \\ x + 0 \to x,\ x + S(y) \to S(x+y) \end{array} \right\}$$

- Substitutions explicites [Abadi-Currien-Levy]

$$@(\lambda x.u, v) = u \uparrow \{x \mapsto v\}$$

- Le ρ-calcul [Cirstea-Kirchner]

$$\rho\{x + S(y) \to S(x+y)\}.S(S(0) + S(S(0)))$$

4 formalismes dont l'objectif est de coder d'autres calculs pour étudier leur métathéorie.

- Combinatory reduction systems [Klop]

$$app(abs(\lambda x.X(x)), Y) \to X(Y)$$

- Ajout de récriture 1er ordre à $\lambda^{\to}$ [Tannen]

$$\left\{ \begin{array}{c} @(\lambda x.u, v) \to v\{x \mapsto v\}, \\ x + 0 \to x,\ x + S(y) \to S(x + y) \end{array} \right\}$$

- Substitutions explicites [Abadi-Currien-Levy]

$$@(\lambda x.u, v) = u \uparrow \{x \mapsto v\}$$

- Le ρ-calcul [Cirstea-Kirchner]

$$\rho\{x + S(y) \to S(x + y)\}.S(S(0) + S(S(0)))$$

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}_{\forall}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}_{\forall}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles en λ-calcul

- $\lambda^{\rightarrow}$ [Tannen : modularité de la confluence pour des règles de 1er ordre]
- $\lambda^{\forall}$ [Gallier-Tannen, Okada : modularité de la terminaison]
- Dans CC [Barbanera]
- Dans $\lambda^{\forall}$ [Jouannaud-Okada : modularité de la terminaison pour le schéma général]
- Dans CC [Barbanera-Fernandez-Geuvers]
- Dans CC [Blanqui-Jouannaud-Okada : modularité du schéma de clôture]
- Dans CC [Blanqui : règles sur les types]
- Dans $\lambda_{\forall}^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO]
- Dans CC [Waluckiewicz : HORPO]

Règles d'ordre supérieur

- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Nipkow : définition de la récriture modulo $\beta\eta$ et lemme des paires critiques]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : ordres de récriture d'ordre supérieur modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : confluence de la récriture normale abstraite]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : récriture d'ordre supérieure modulo $\beta\eta$ avec arités]

Règles d'ordre supérieur

- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Nipkow : définition de la récriture modulo $\beta\eta$ et lemme des paires critiques]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : ordres de récriture d'ordre supérieur modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : confluence de la récriture normale abstraite]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : récriture d'ordre supérieure modulo $\beta\eta$ avec arités]

Règles d'ordre supérieur

- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Nipkow : définition de la récriture modulo $\beta\eta$ et lemme des paires critiques]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : ordres de récriture d'ordre supérieur modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : confluence de la récriture normale abstraite]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : récriture d'ordre supérieure modulo $\beta\eta$ avec arités]

Règles d'ordre supérieur

- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Nipkow : définition de la récriture modulo $\beta\eta$ et lemme des paires critiques]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : ordres de récriture d'ordre supérieur modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : confluence de la récriture normale abstraite]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : récriture d'ordre supérieure modulo $\beta\eta$ avec arités]

Règles d'ordre supérieur

- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Nipkow : définition de la récriture modulo $\beta\eta$ et lemme des paires critiques]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : ordres de récriture d'ordre supérieur modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio : HORPO modulo $\beta\eta$]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : confluence de la récriture normale abstraite]
- Dans $\lambda^{\rightarrow}$ [Jouannaud-Rubio-VanRaamsdonk : récriture d'ordre supérieure modulo $\beta\eta$ avec arités]

Calcul des constructions avec

- modules,
- Récriture d'ordre supérieur sur les objets et les types, si besoin conditionnelle avec appartenance
- filtrage simple, modulo $\beta\eta$, modulo AC
- procédures de décision à la Shostak [Bianchi-Jouannaud-Strub]

Calcul des constructions avec

- modules,
- Récriture d'ordre supérieur sur les objets et les types, si besoin conditionnelle avec appartenance
- filtrage simple, modulo $\beta\eta$, modulo AC
- procédures de décision à la Shostak [Bianchi-Jouannaud-Strub]

Calcul des constructions avec

- modules,
- Récriture d'ordre supérieur sur les objets et les types, si besoin conditionnelle avec appartenance
- filtrage simple, modulo $\beta\eta$, modulo *AC*
- procédures de décision à la Shostak [Bianchi-Jouannaud-Strub]

Calcul de demain

Calcul des constructions avec

- modules,
- Récriture d'ordre supérieur sur les objets et les types, si besoin conditionnelle avec appartenance
- filtrage simple, modulo $\beta\eta$, modulo *AC*
- procédures de décision à la Shostak [Bianchi-Jouannaud-Strub]

Problèmes à résoudre

- Modularité de la terminaison,
- Réduction de la confluence aux paires critiques des règles,
- Flitrage et unification de “patterns” polymorphes/dépendants modulo $\beta\eta + AC$,
- Ordres récursif sur les constructions
- Compilation de la réduction

Problèmes à résoudre

- Modularité de la terminaison,
- Réduction de la confluence aux paires critiques des règles,
- Flitrage et unification de “patterns” polymorphes/dépendants modulo $\beta\eta + AC$,
- Ordres récursif sur les constructions
- Compilation de la réduction

Problèmes à résoudre

- Modularité de la terminaison,
- Réduction de la confluence aux paires critiques des règles,
- Flitrage et unification de “patterns” polymorphes/dépendants modulo $\beta\eta + AC$,
- Ordres récursif sur les constructions
- Compilation de la réduction

Problèmes à résoudre

- Modularité de la terminaison,
- Réduction de la confluence aux paires critiques des règles,
- Flitrage et unification de “patterns” polymorphes/dépendants modulo $\beta\eta + AC$,
- Ordres récursif sur les constructions
- Compilation de la réduction

Problèmes à résoudre

- Modularité de la terminaison,
- Réduction de la confluence aux paires critiques des règles,
- Flitrage et unification de “patterns” polymorphes/dépendants modulo $\beta\eta + AC$,
- Ordres récursif sur les constructions
- Compilation de la réduction