

---

**TD02 - Temps Polynomial**

---

**Exercice 1.**PRIMES est dans NP<sup>1</sup>.

1. PRIMES est-il dans Co-NP ? dans P ?
2. Montrer qu'un entier  $n$  est premier si et seulement si il existe un nombre  $a$  dans  $[1, n - 1]$  tel que
  - $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$
  - $\forall q \in \mathbb{P} : q|(n - 1), a^{n-1/q} \not\equiv 1 \pmod{n}$
3. Avec cette définition, montrer que PRIMES est dans NP.

**Exercice 2.**Machines de Turing universelles<sup>2</sup>.

1. Rappeler le fonctionnement d'une machine de Turing universelle pour les machines à un ruban. (La machine universelle peut avoir plusieurs rubans)
2. Expliquer comment simuler une machine de Turing à  $k$  rubans sur une machine à un seul ruban en temps  $O(T^2)$ .
3. Expliquer comment simuler une machine de Turing à  $k$  rubans sur une machine à un seul ruban en temps  $O(T \cdot \log T)$ .

**Exercice 3.**Machine de Turing oblivious<sup>3</sup>.Une machine de Turing est dite oblivious si la position de la tête de lecture à l'instant  $i$  sur une entrée  $x$  ne dépend que de  $i$  et de  $|x|$ .

1. Montrer que tout langage dans  $\text{DTIME}(T(n))$  est reconnu par une machine oblivious fonctionnant en temps  $O(T(n)^2)$ .

---

1. On n'utilisera pas l'algorithme AKS pour répondre aux questions suivantes...  
2. La plus petite MTU a 2 états et 3 symboles.  
3. "Oublieuse", ou à lecture insensible aux données.