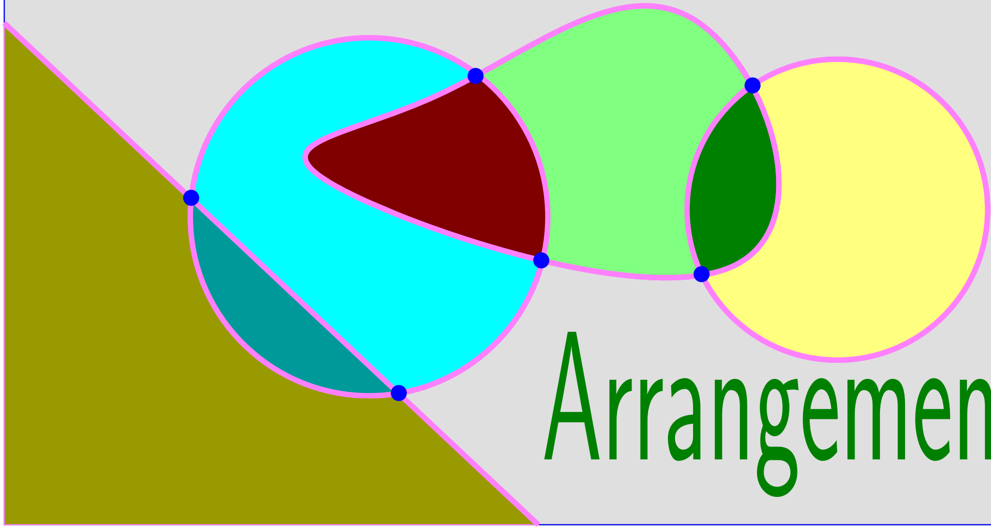
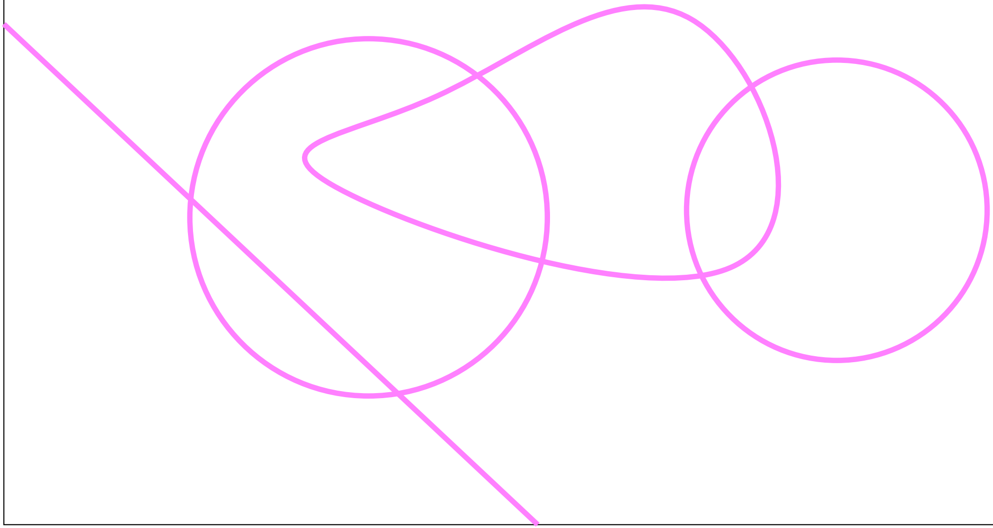
Géométrie algorithmique

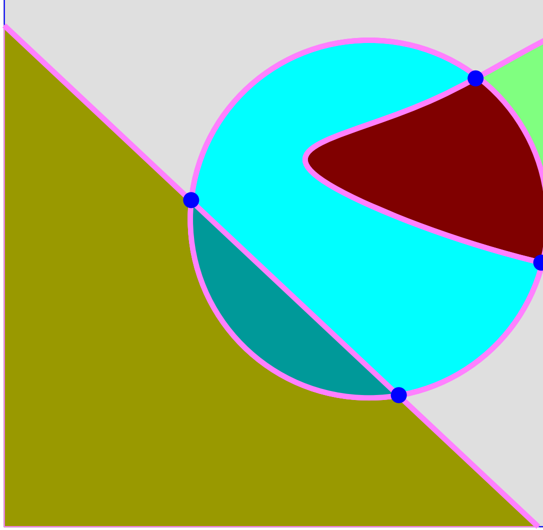


Arrangements

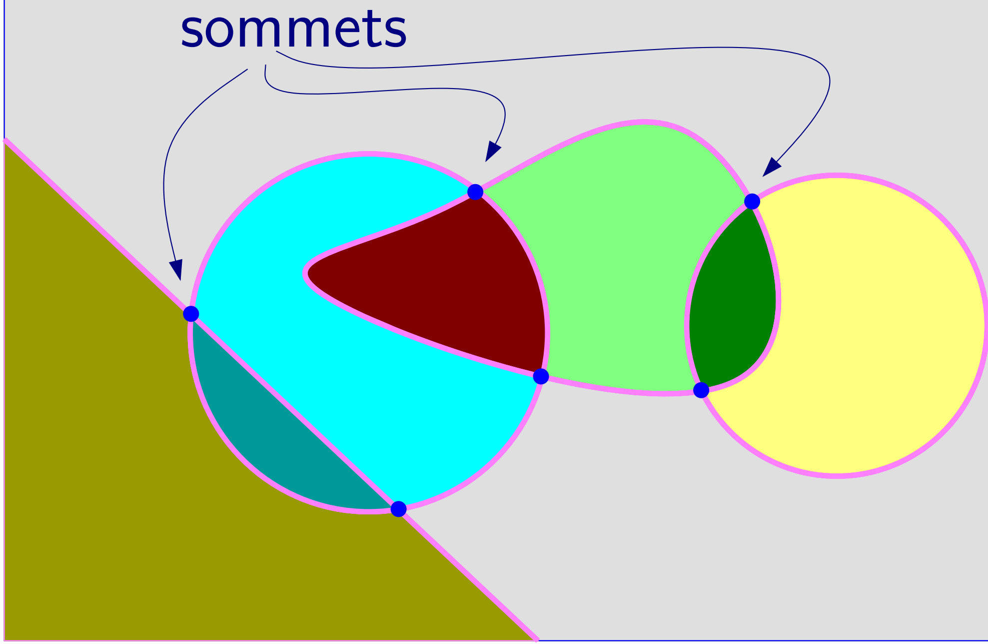
Arrangements



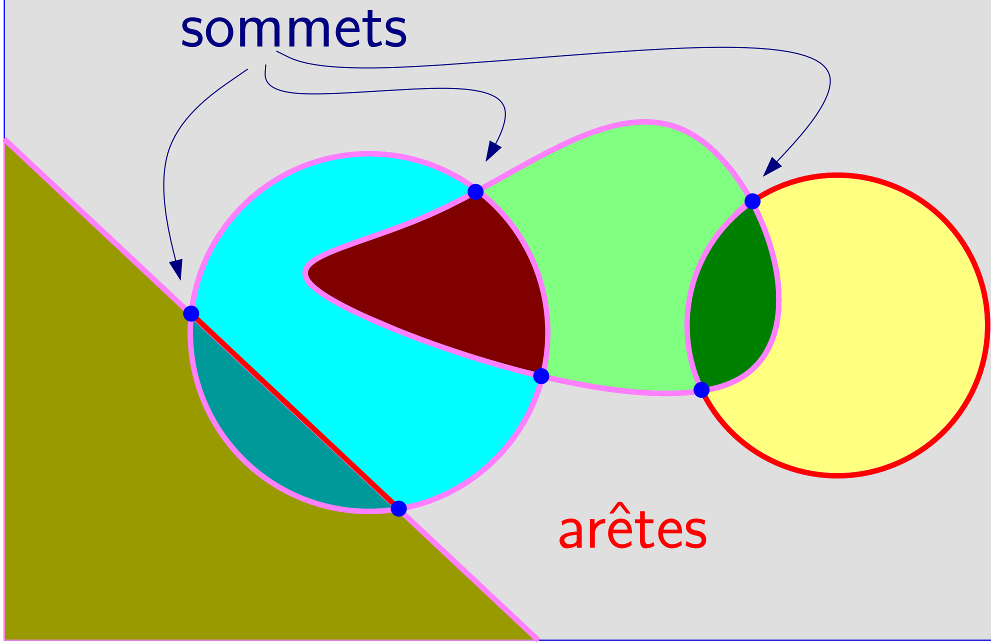
Arrangements



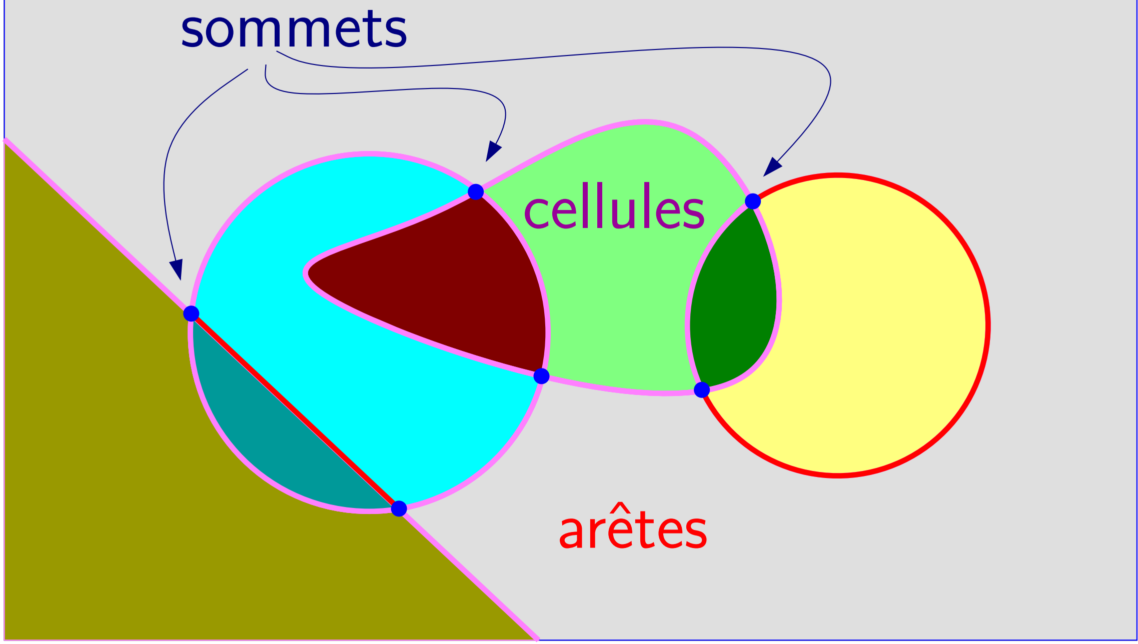
Arrangements



Arrangements



Arrangements du plan



Arrangements

Partition du plan

induite par un ensemble de courbes

Arrangements

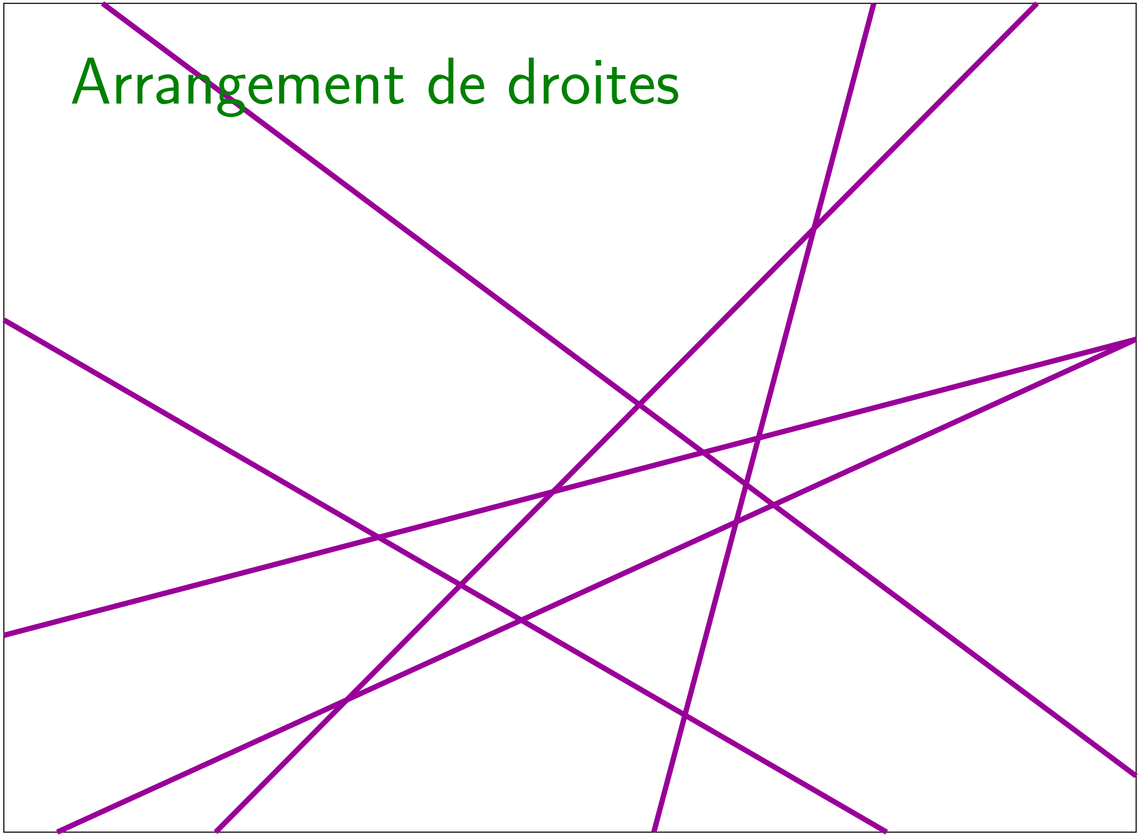
Partition du plan

induite par un ensemble de courbes

Partition de l'espace

induite par un ensemble d'hyper-surfaces

Arrangement de droites



Arrangement de droites

Nombre de sommets

Arrangement de droites

Nombre de sommets $$\frac{n(n-1)}{2}$$

Arrangement de droites

Nombre de sommets $\frac{n(n-1)}{2}$

Nombre d'arêtes

Arrangement de droites

Nombre de sommets $\frac{n(n-1)}{2}$

Nombre d'arêtes n^2

n par droite

Arrangement de droites

Nombre de sommets $\qquad \dfrac{n(n-1)}{2}$

Nombre d'arêtes

n par droite $\qquad n^2$

Nombre de faces

Arrangement de droites

Nombre de sommets $\boxed{\frac{n(n-1)}{2}}$

Nombre d'arêtes $\boxed{n^2}$

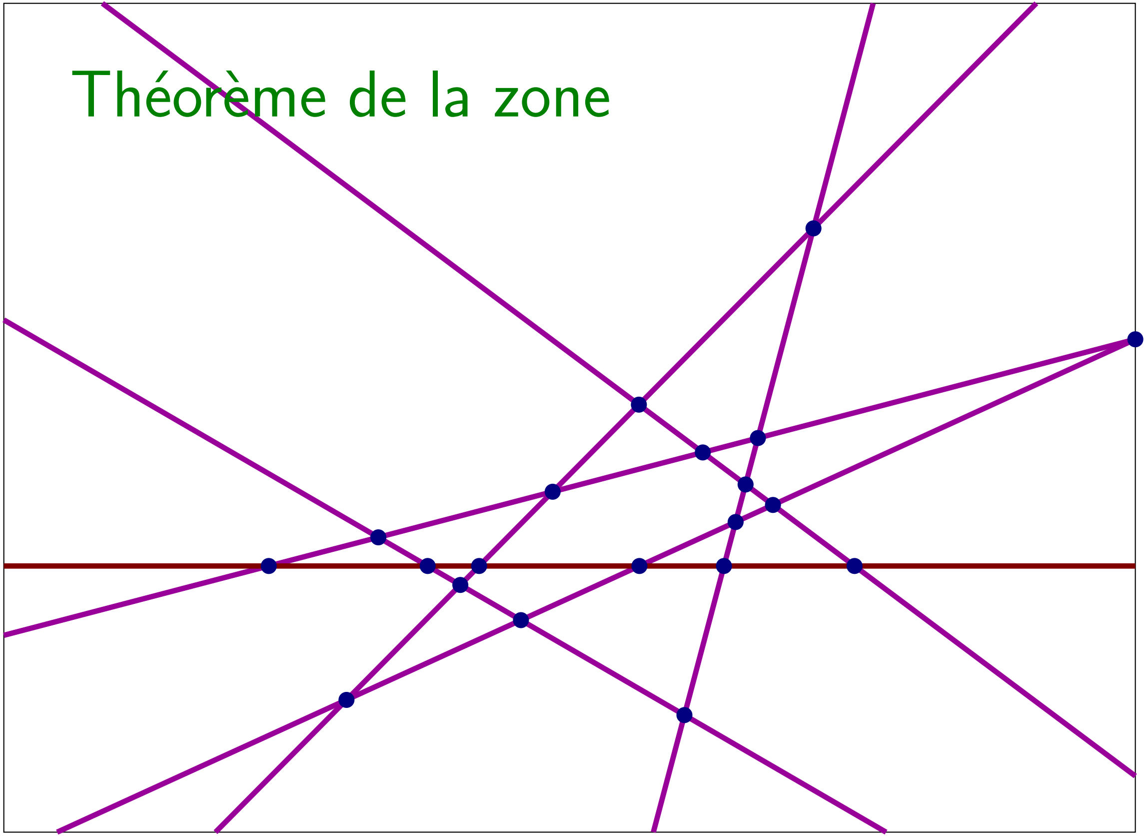
n par droite

Nombre de faces $2 + n^2 - \frac{n(n-1)}{2} - 1$

relation d'Euler

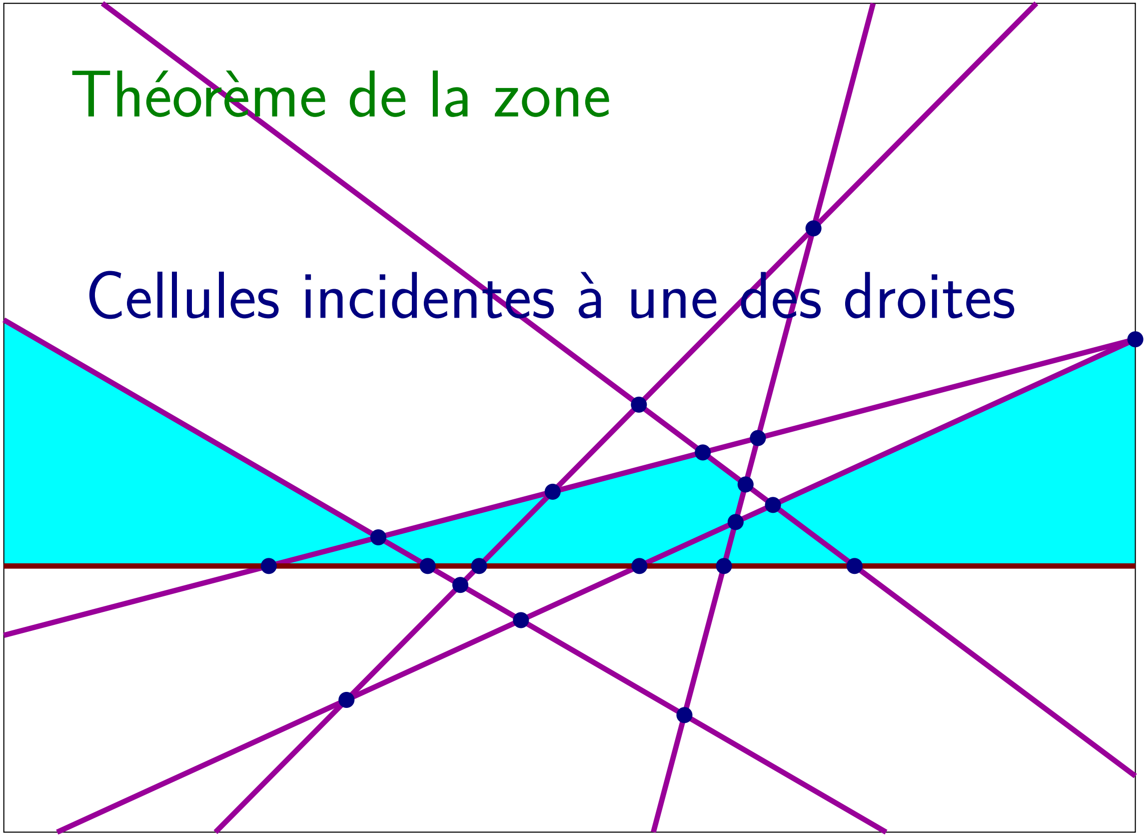
1 sommet à l'infini $\boxed{\frac{n^2+n+2}{2}}$

Théorème de la zone



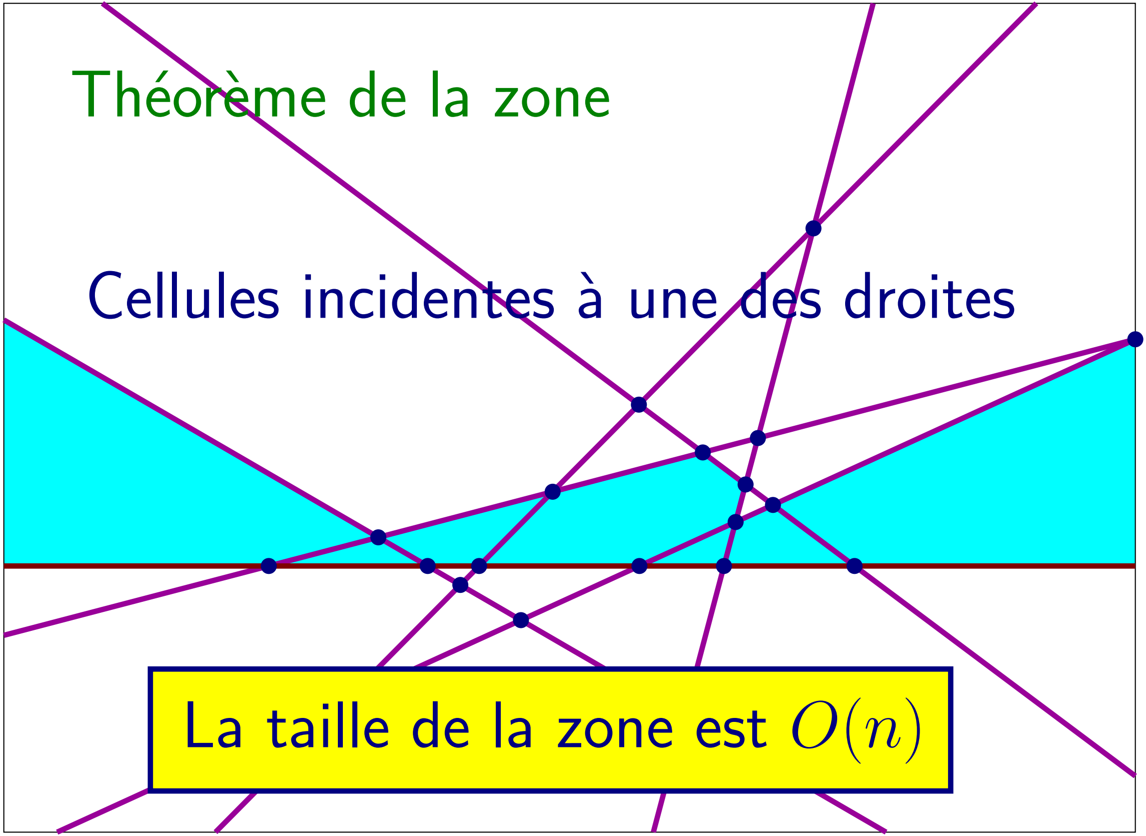
Théorème de la zone

Cellules incidentes à une des droites



Théorème de la zone

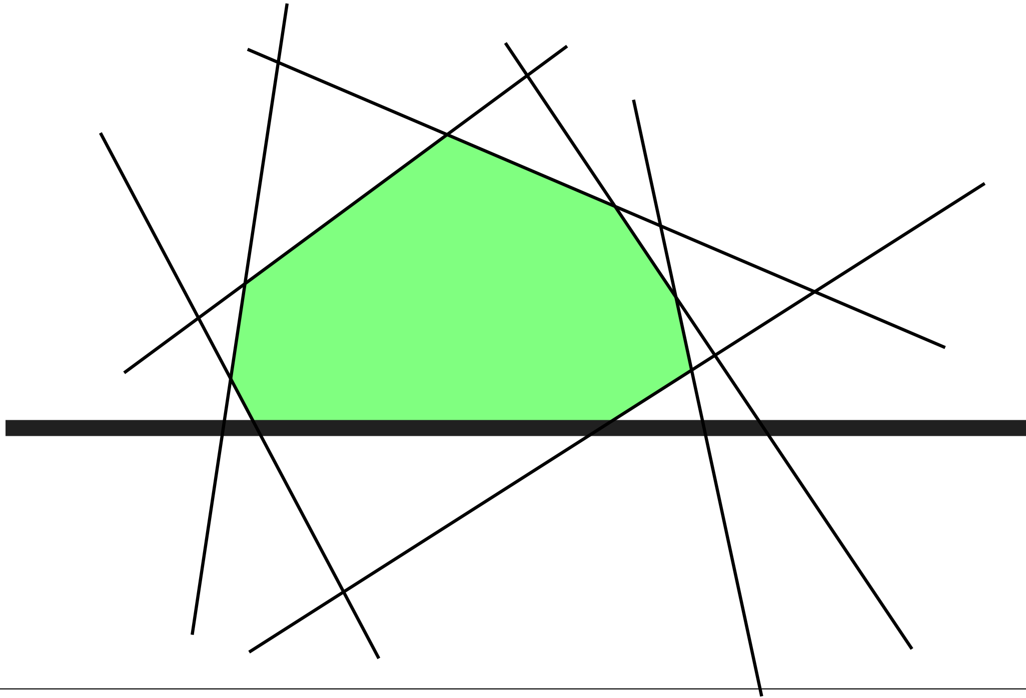
Cellules incidentes à une des droites



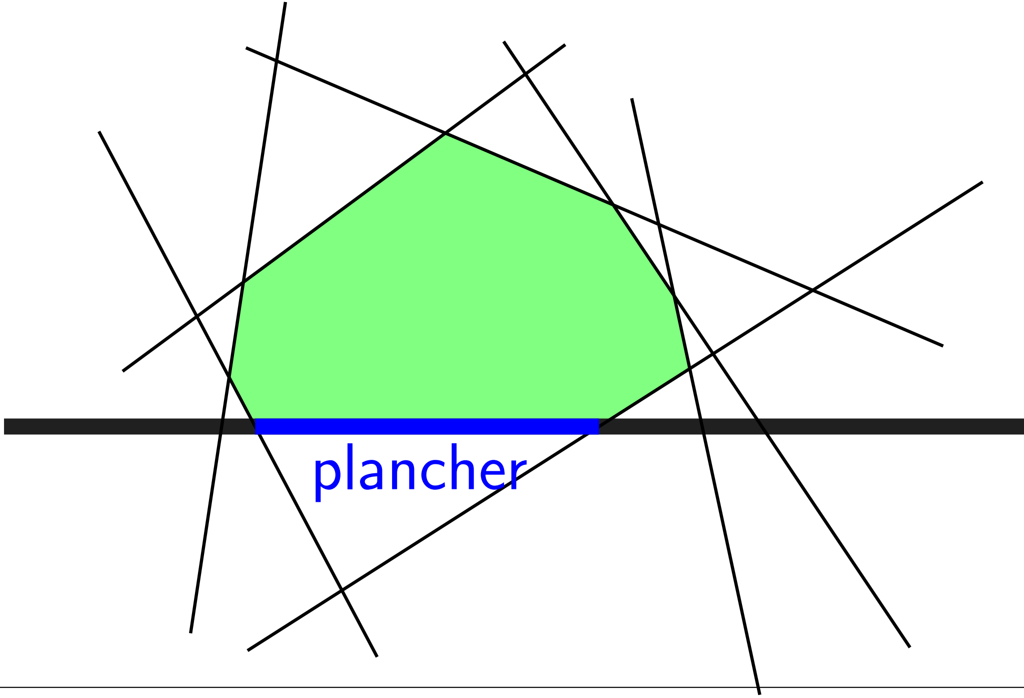
La taille de la zone est $O(n)$

Démonstration

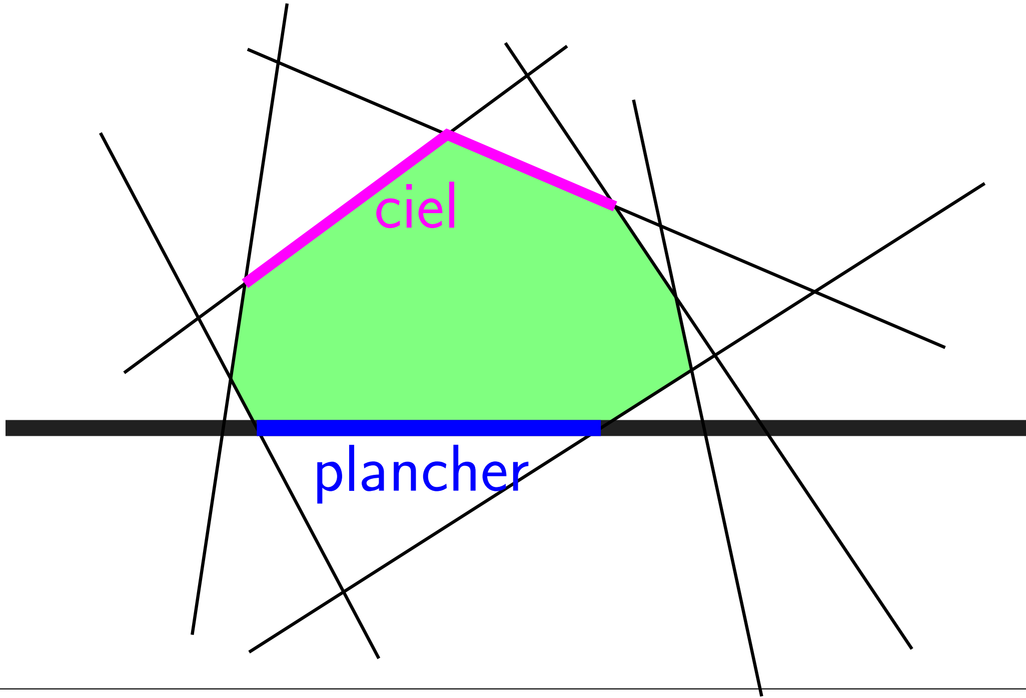
Démonstration



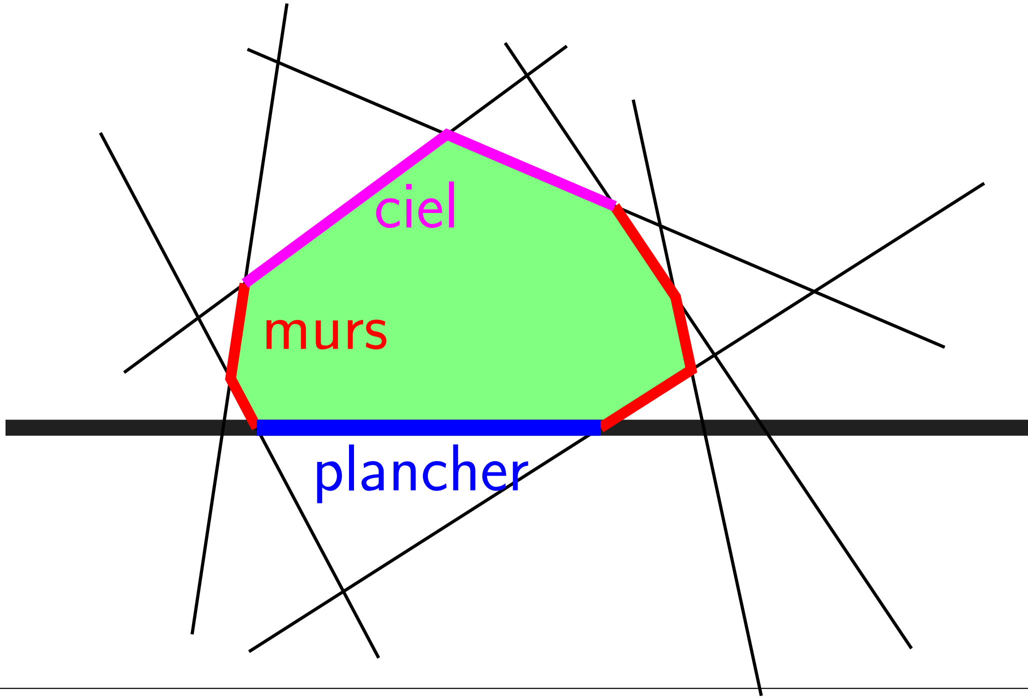
Démonstration



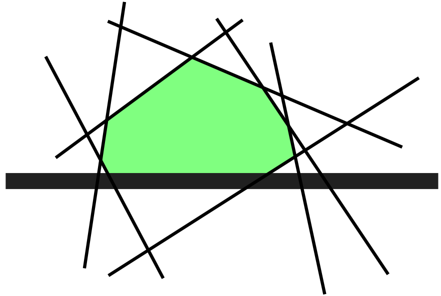
Démonstration



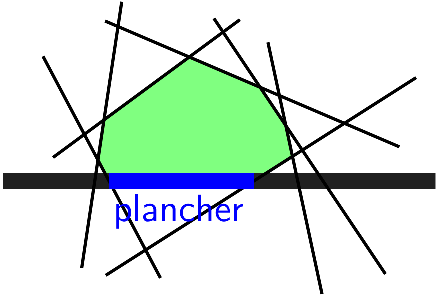
Démonstration



Démonstration

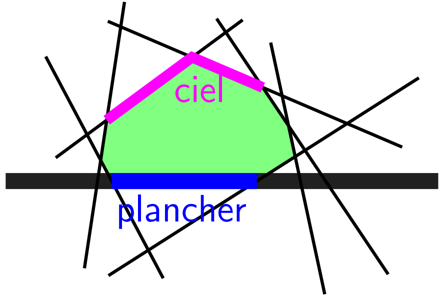


Démonstration



plancher 1 arête par face n

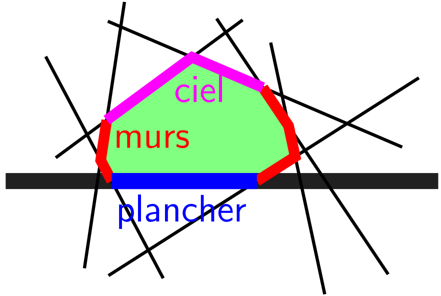
Démonstration



plancher 1 arête par face n

ciel 2 arêtes par face $2n$

Démonstration



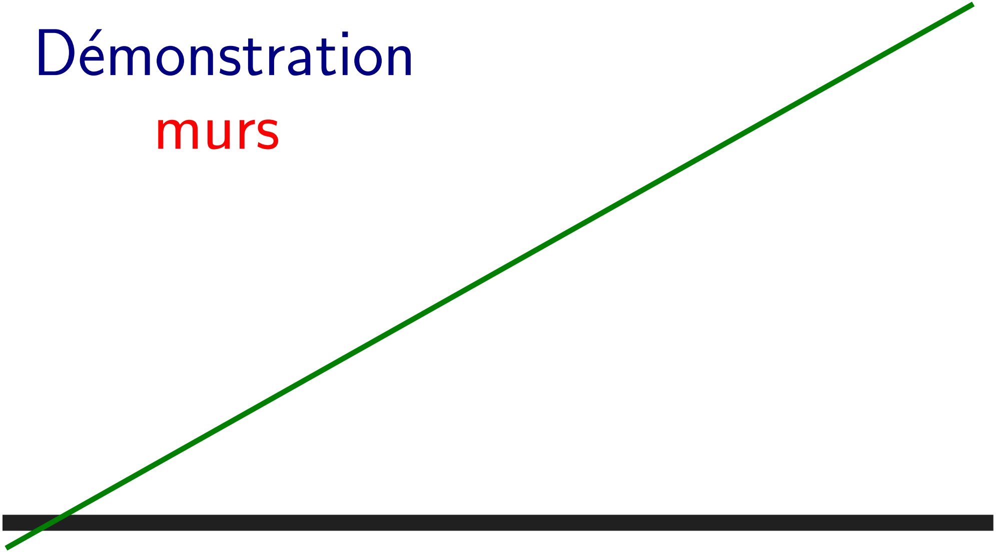
plancher 1 arête par face n

ciel 2 arêtes par face $2n$

murs ? arêtes par face

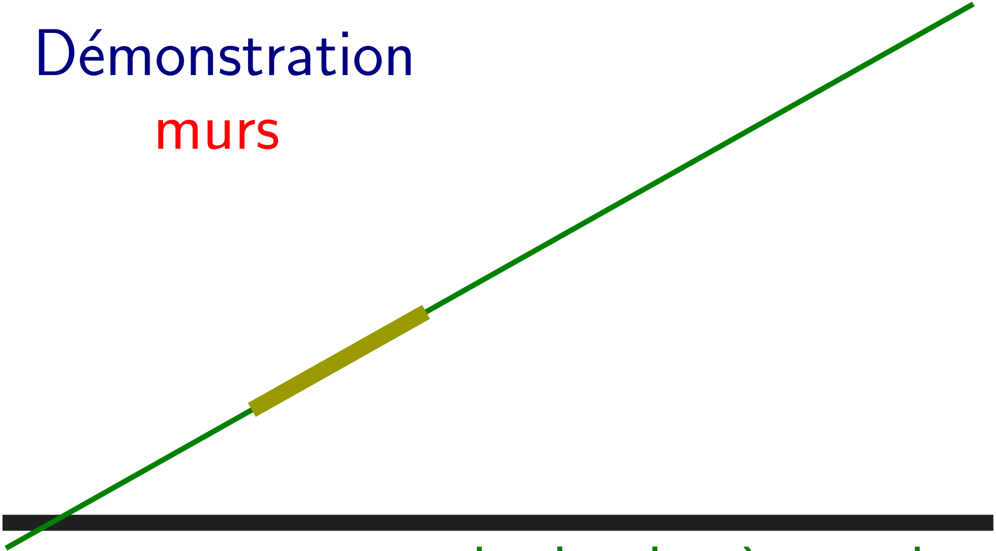
Démonstration

murs



Démonstration

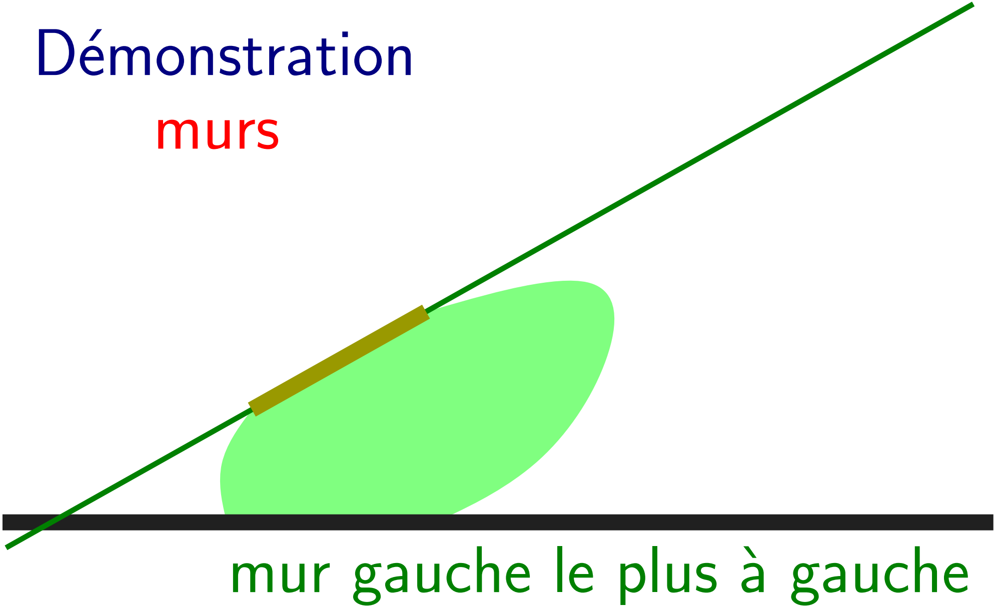
murs



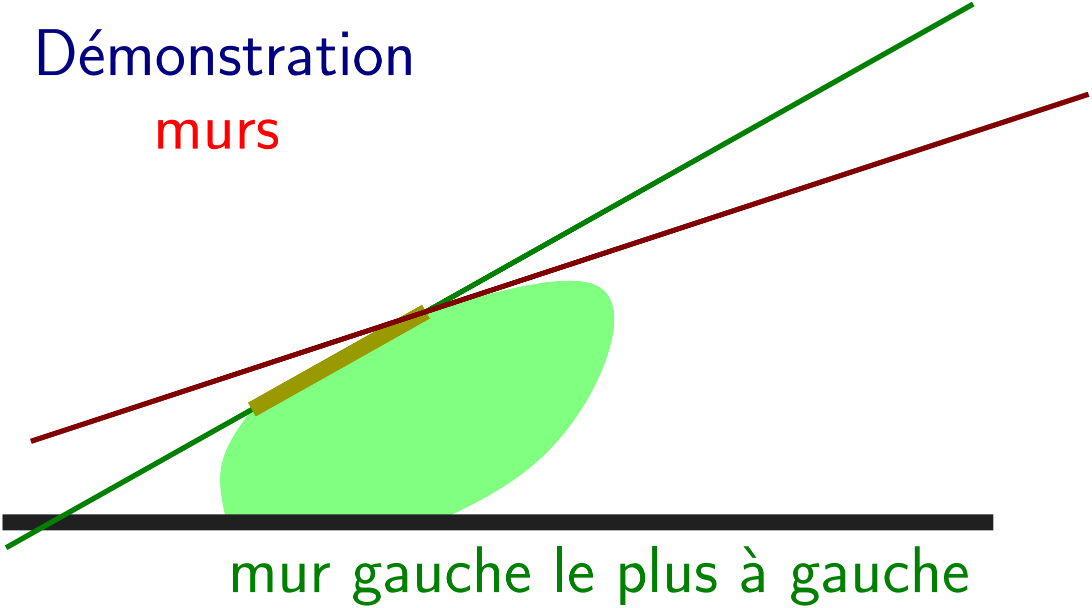
mur gauche le plus à gauche

Démonstration

murs

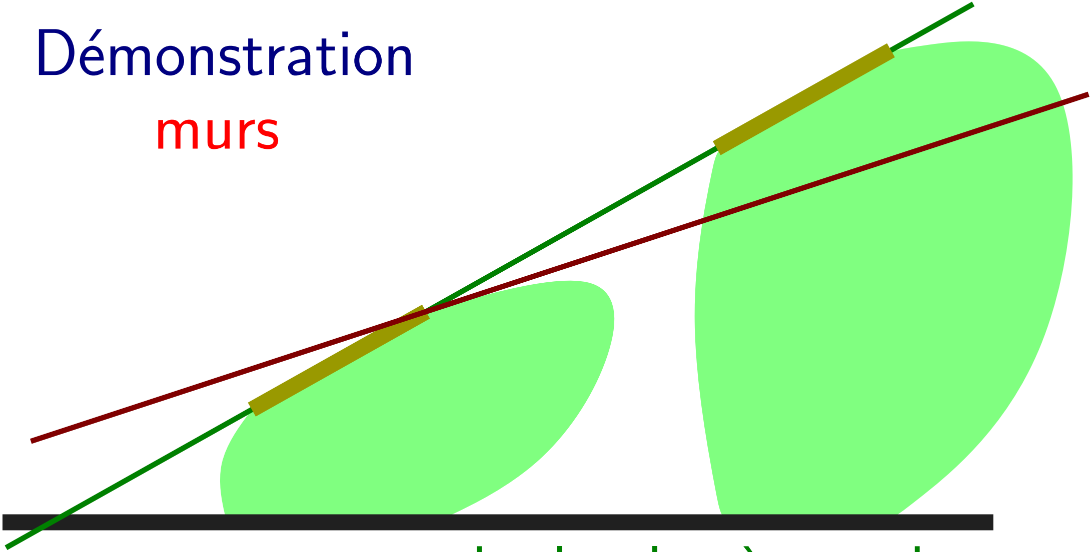


Démonstration



Démonstration

murs

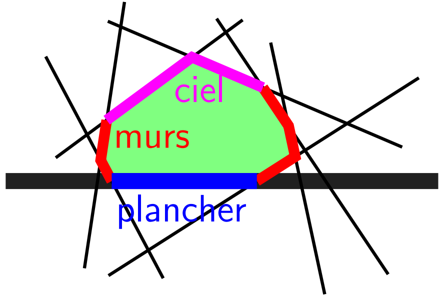


mur gauche le plus à gauche

pas d'autres murs gauches sur cette droite

Démonstration

$$O(n)$$



plancher	1 arête par face	n
ciel	2 arêtes par face	$2n$
murs	2 par droite	$2n-2$

Théorème de la zone

$$\boxed{\text{La taille de la zone est } O(n)}$$

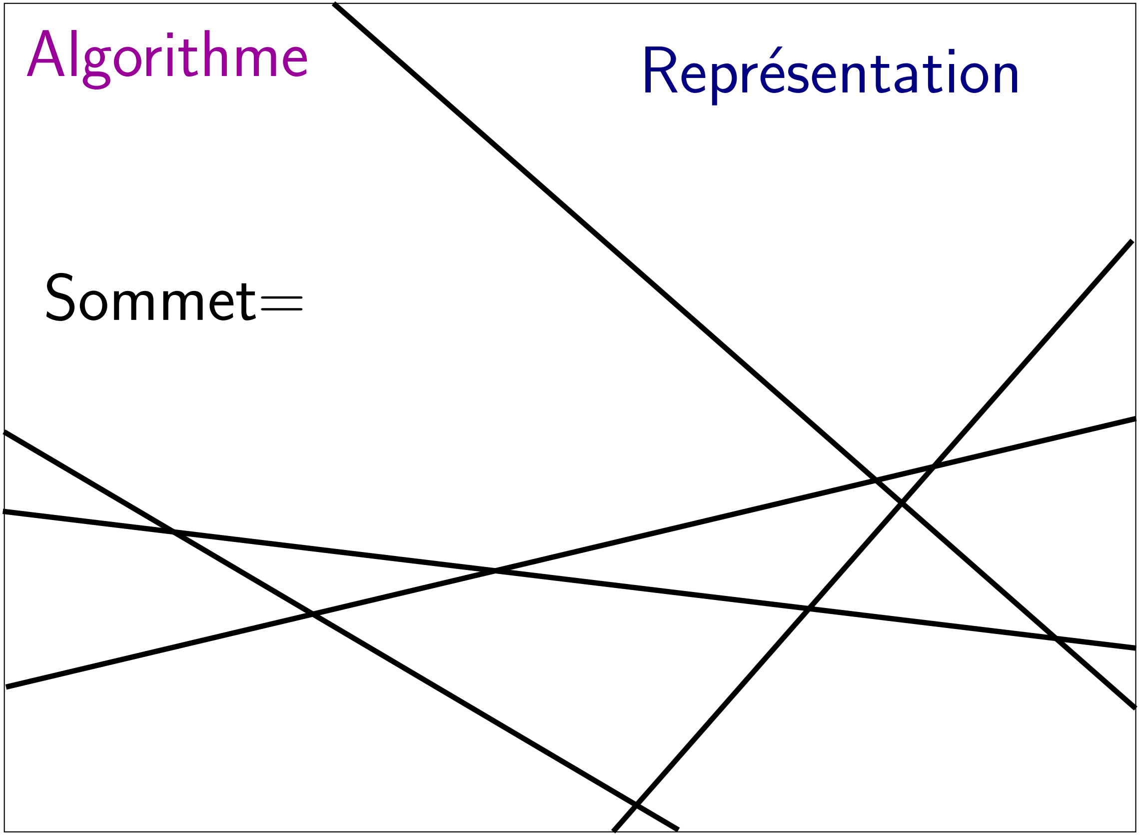
Théorème de la zone

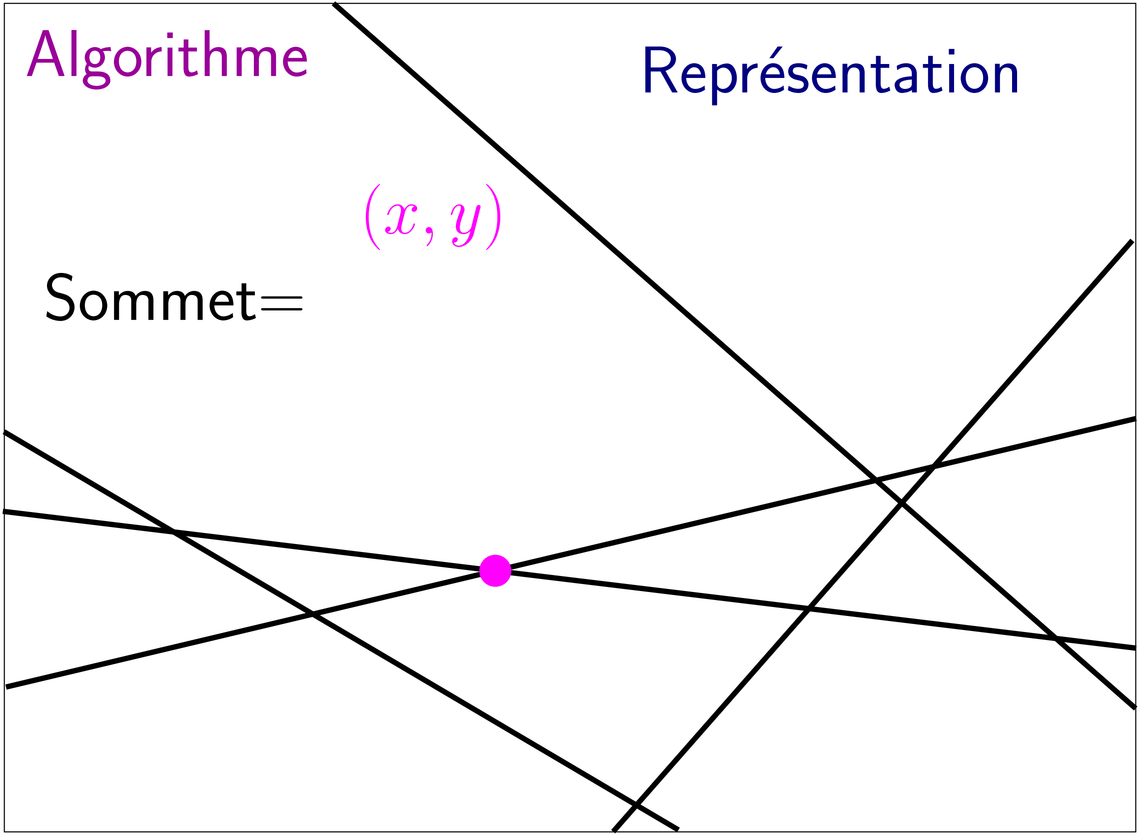
$\boxed{\text{La taille de la zone est } O(n)}$

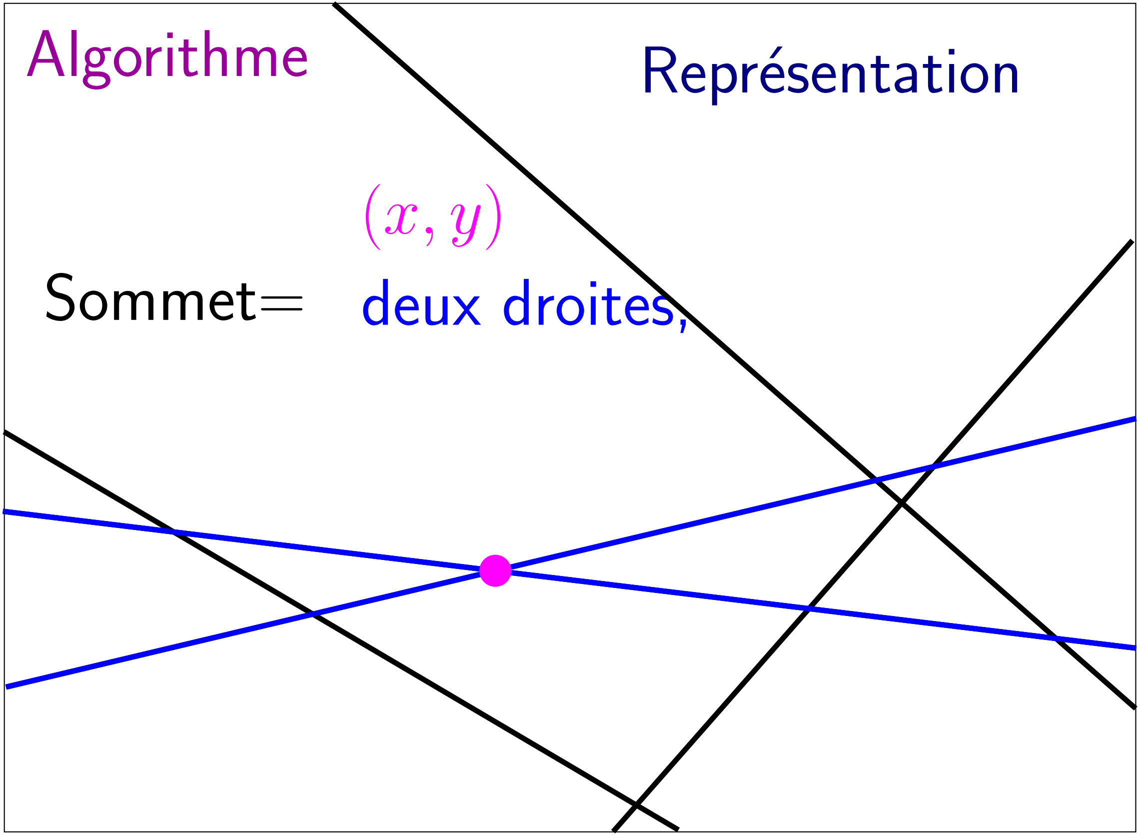
Arrangement d'hyperplans

La taille de la zone est $O(n^{d-1})$

Algorithme


Algorithme
Représentation
Sommet=


Algorithme
Représentation
(x, y)
Sommet=


Algorithme
Représentation
(x, y)
Sommet= deux droites,

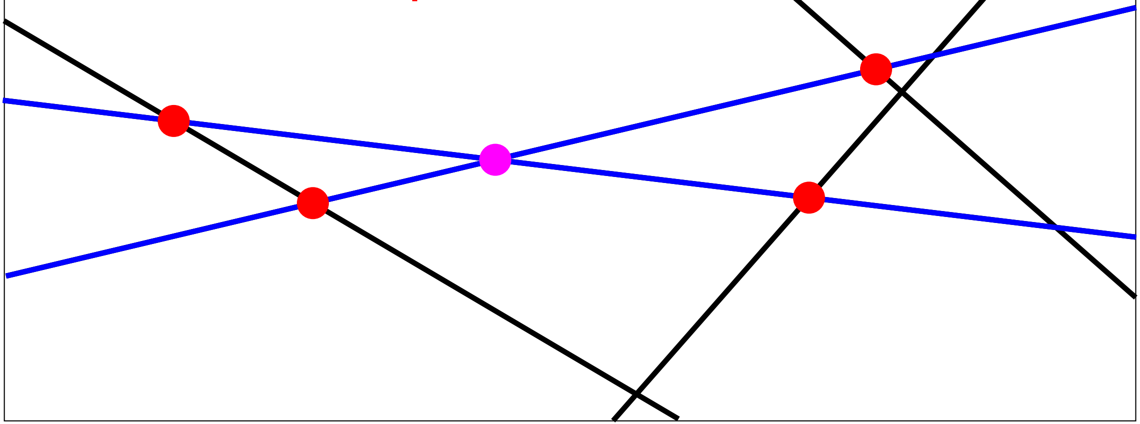
Algorithme

Représentation

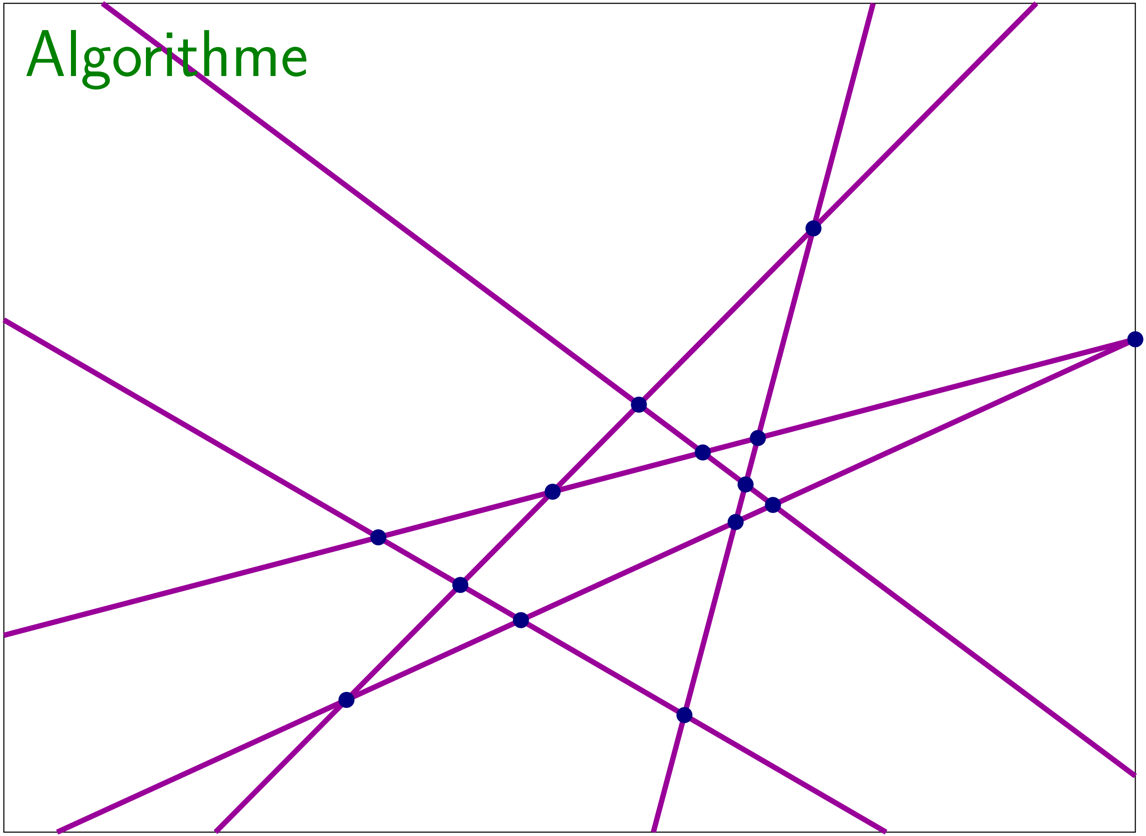
Sommet $=$ (x, y)

deux droites,

4 pointeurs sur des sommets

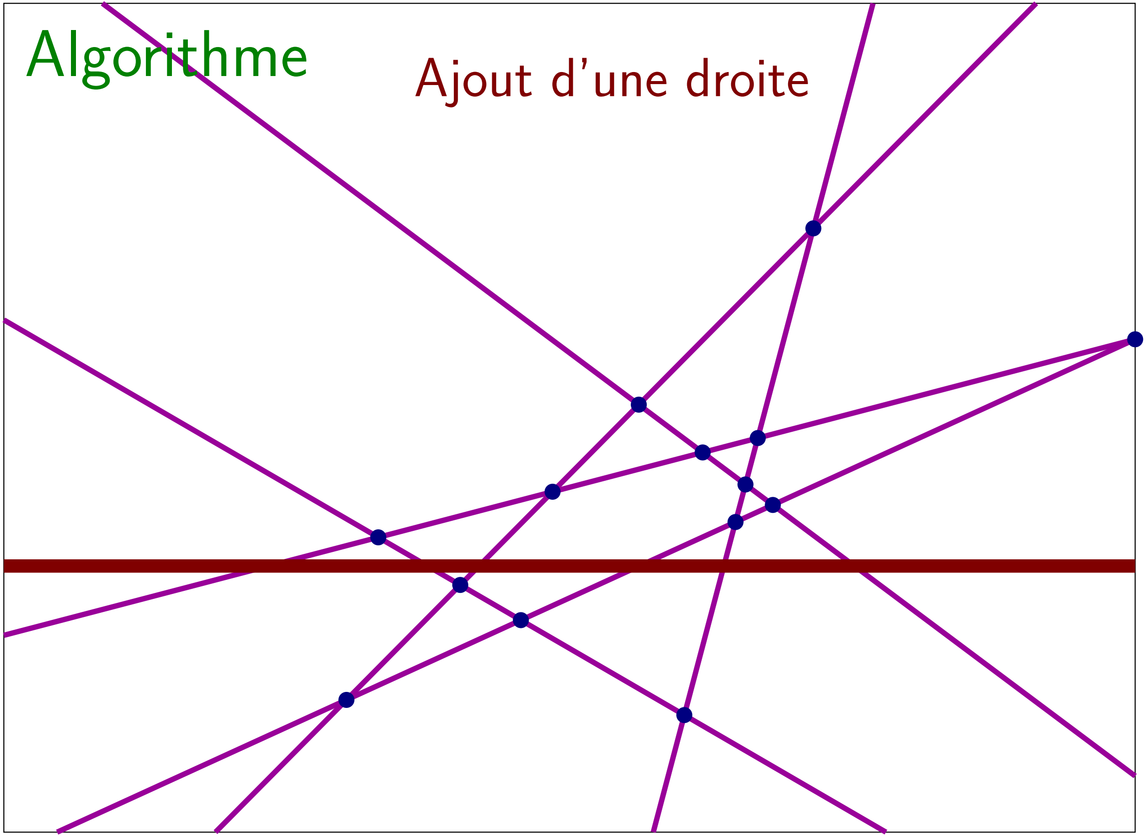


Algorithme



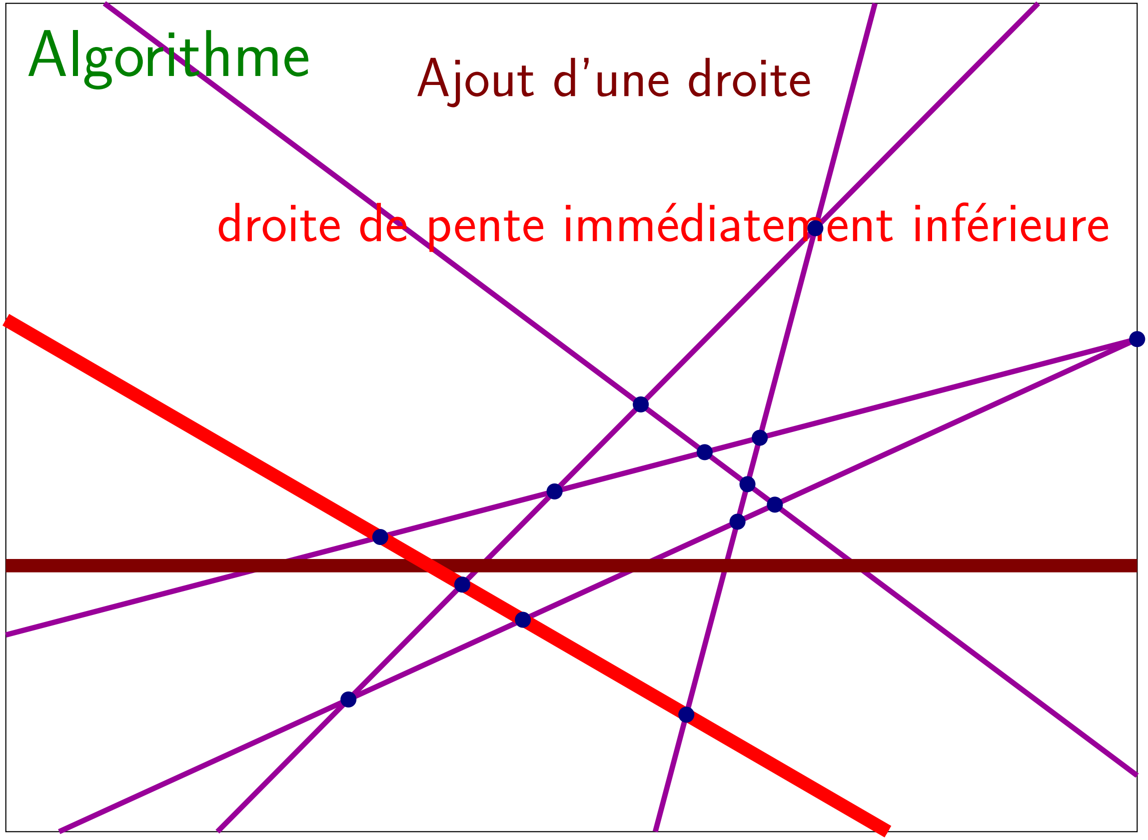
Algorithme

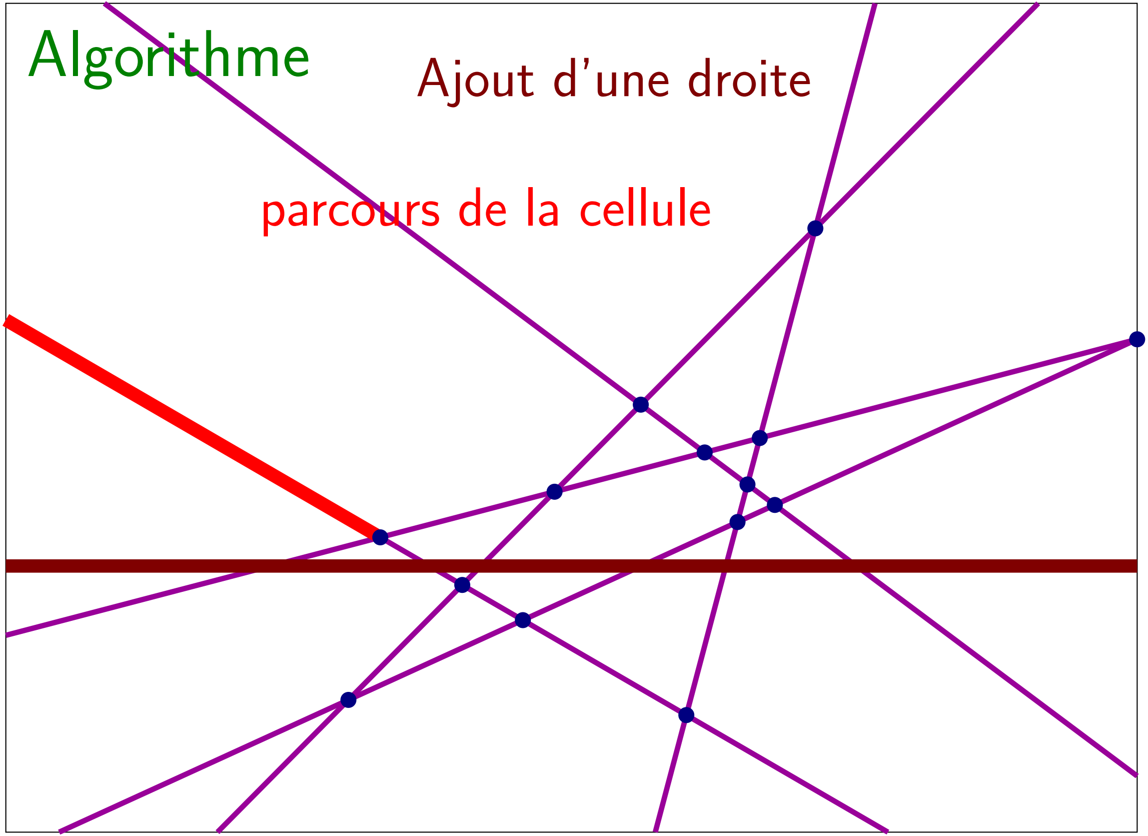
Ajout d'une droite



Algorithme

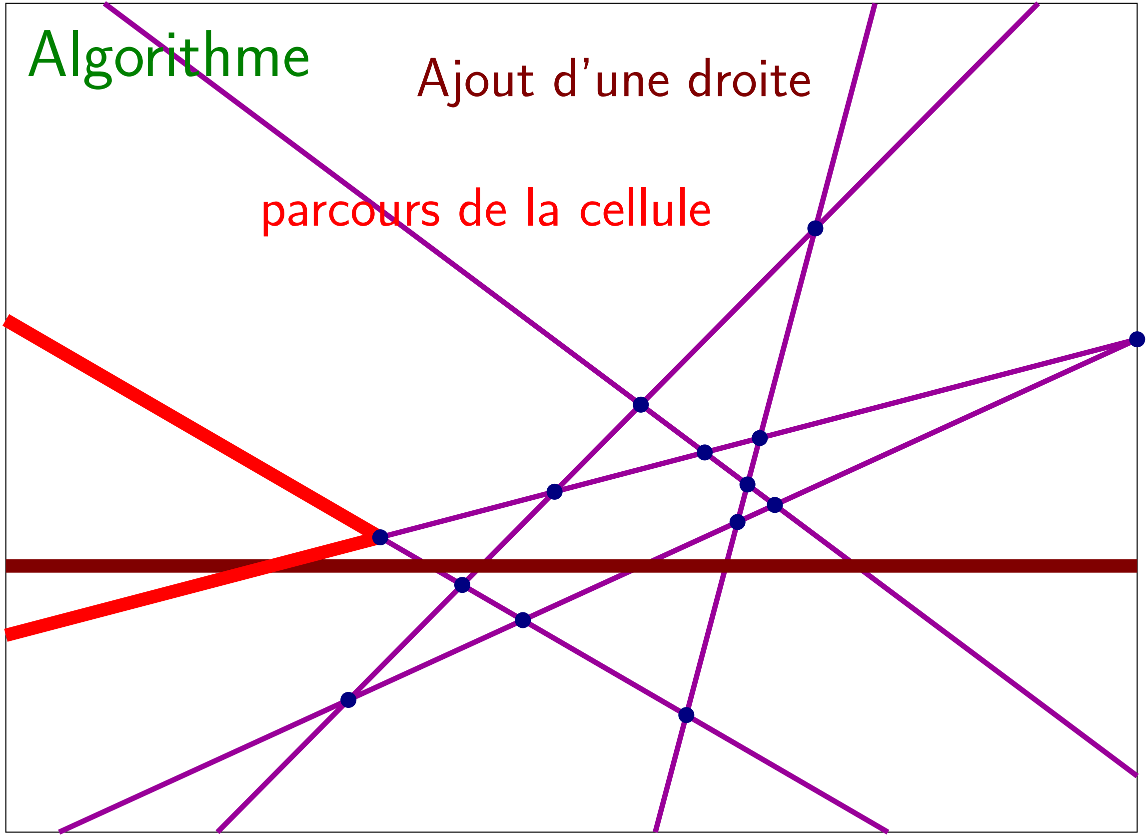
Ajout d'une droite




Algorithme
Ajout d'une droite
parcours de la cellule

Algorithme

Ajout d'une droite

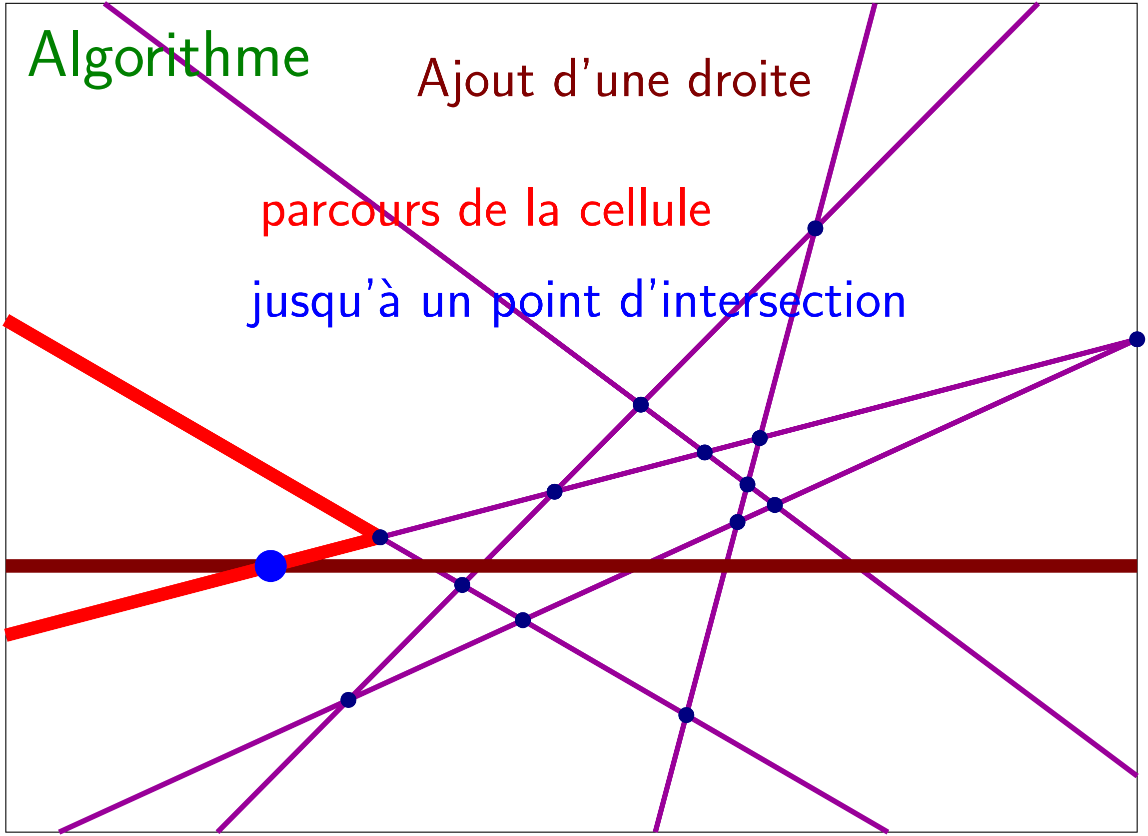


Algorithme

Ajout d'une droite

parcours de la cellule

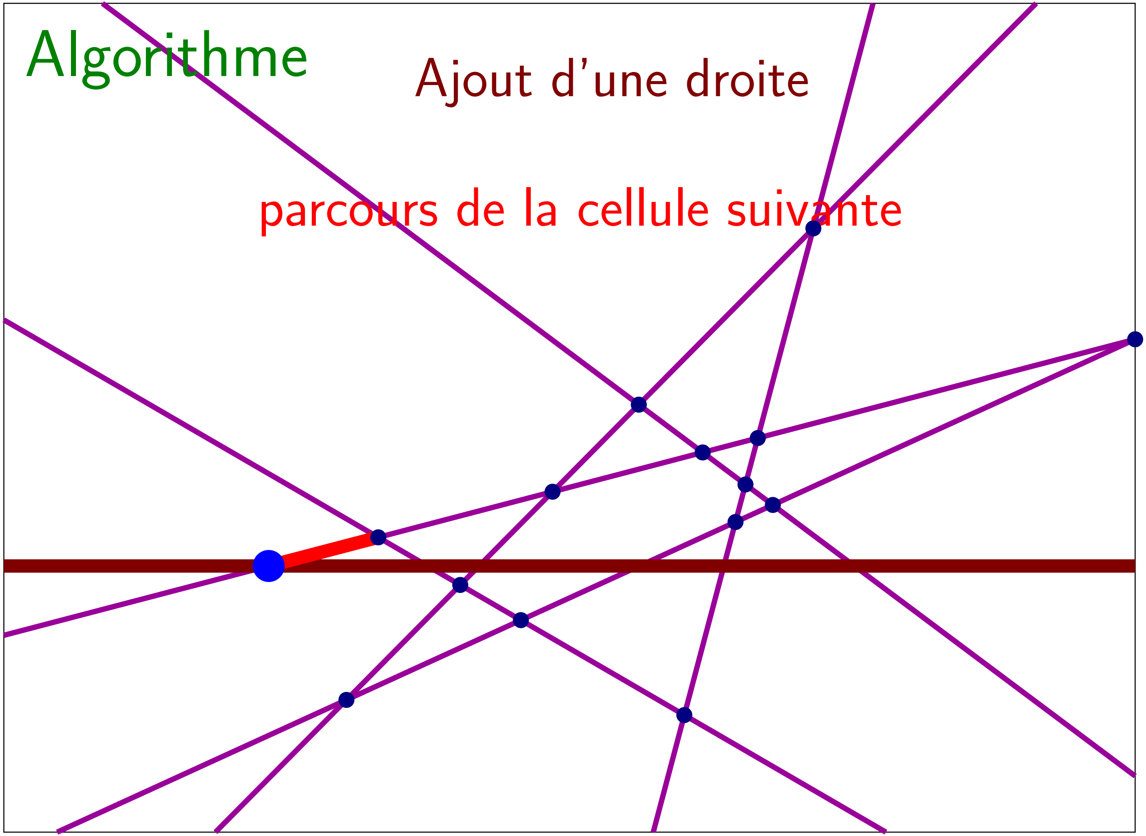
jusqu'à un point d'intersection



Algorithme

Ajout d'une droite

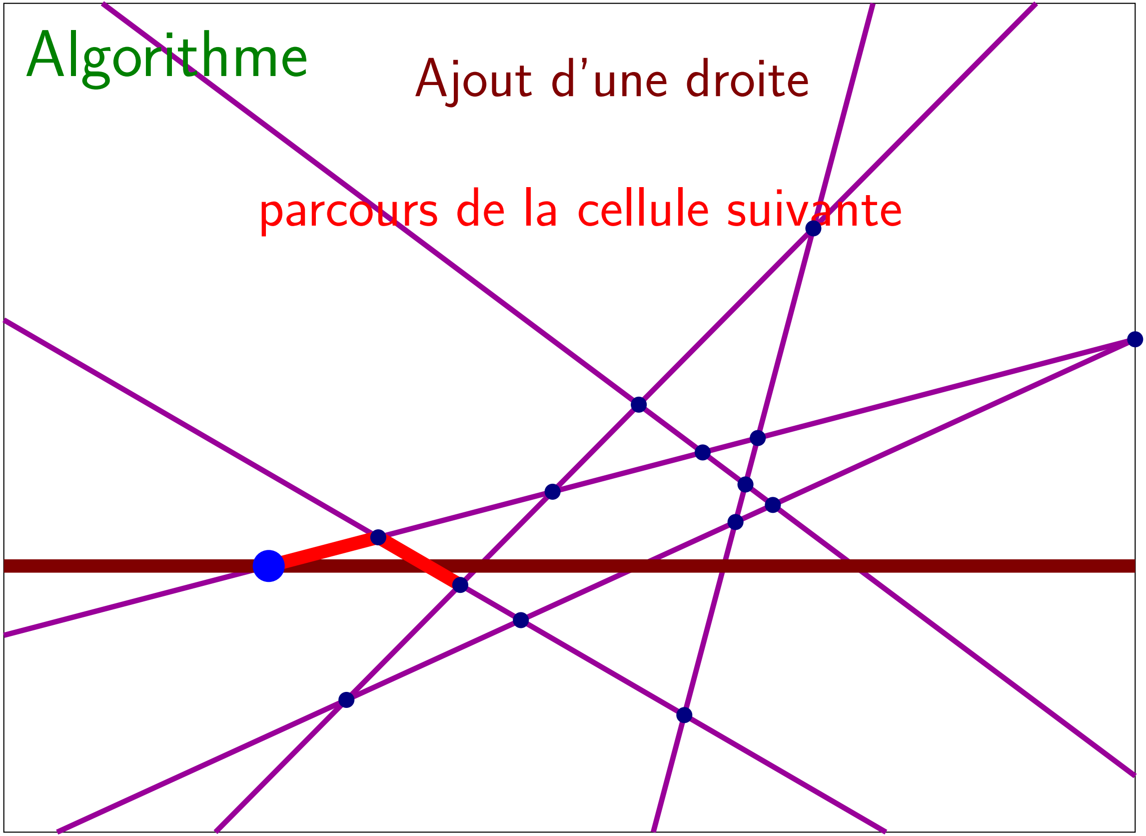
parcours de la cellule suivante



Algorithme

Ajout d'une droite

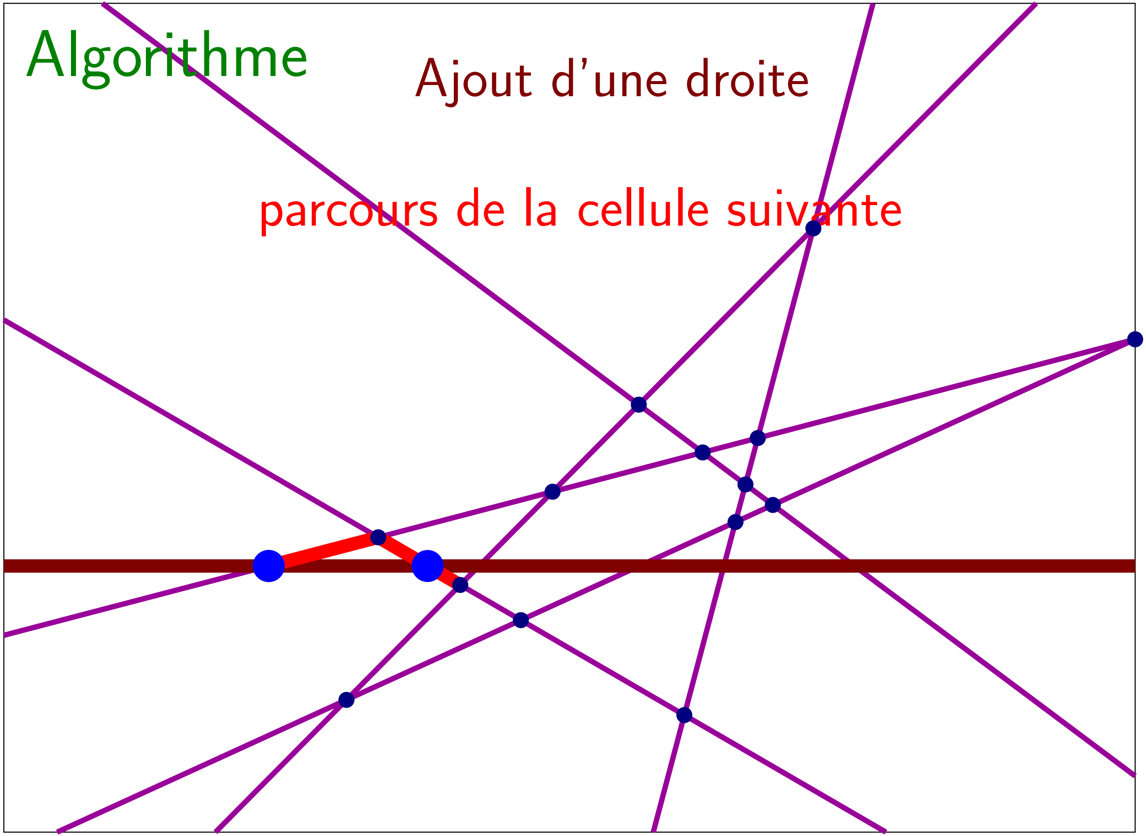
parcours de la cellule suivante



Algorithme

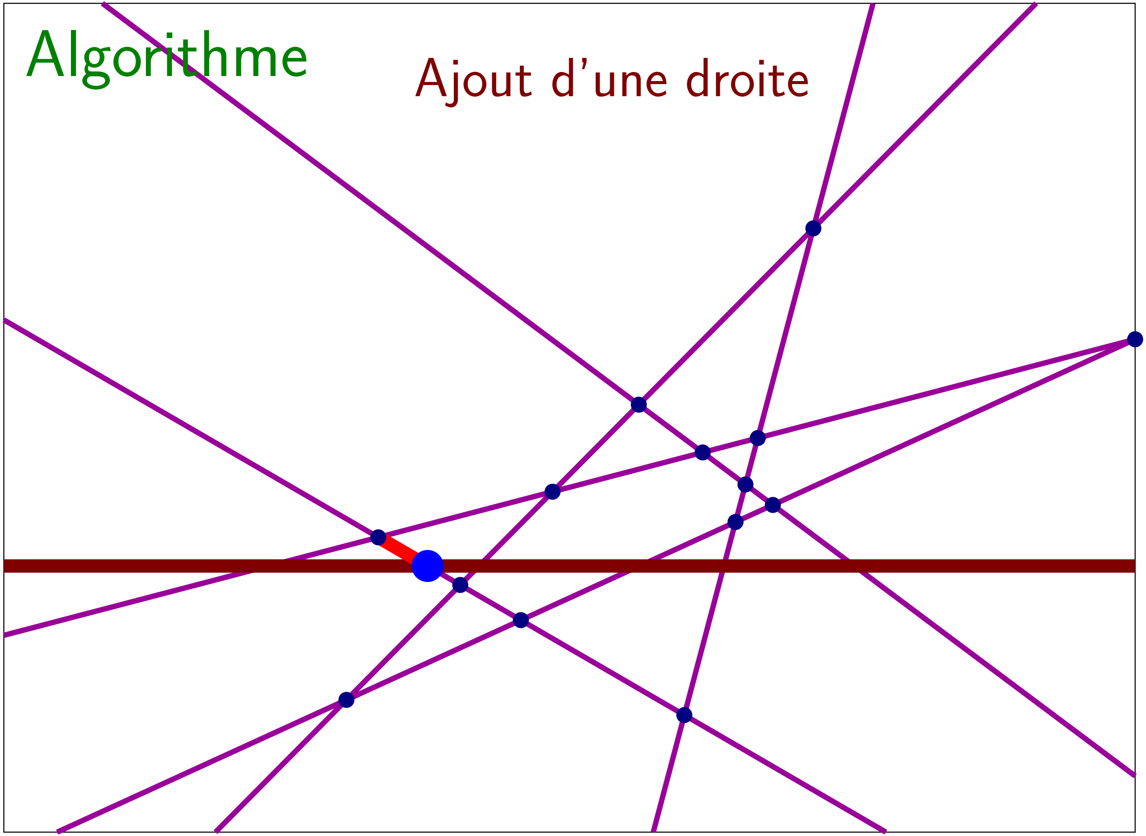
Ajout d'une droite

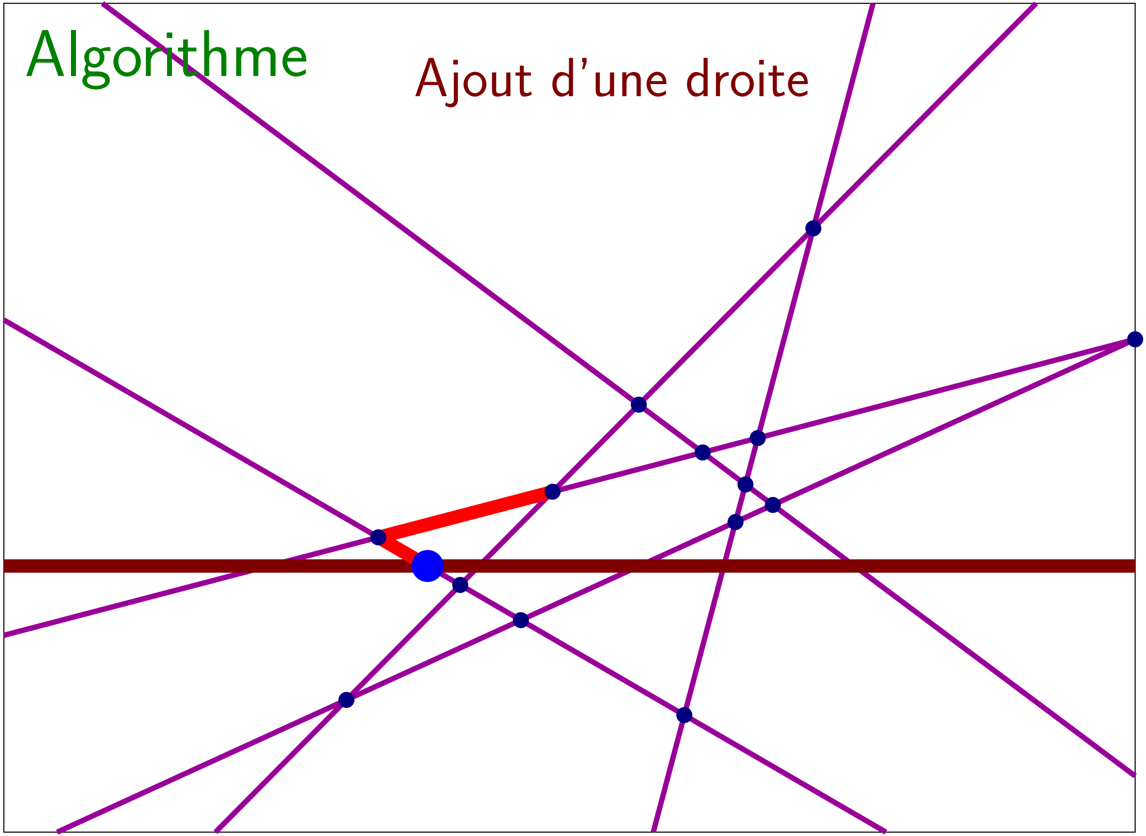
parcours de la cellule suivante



Algorithme

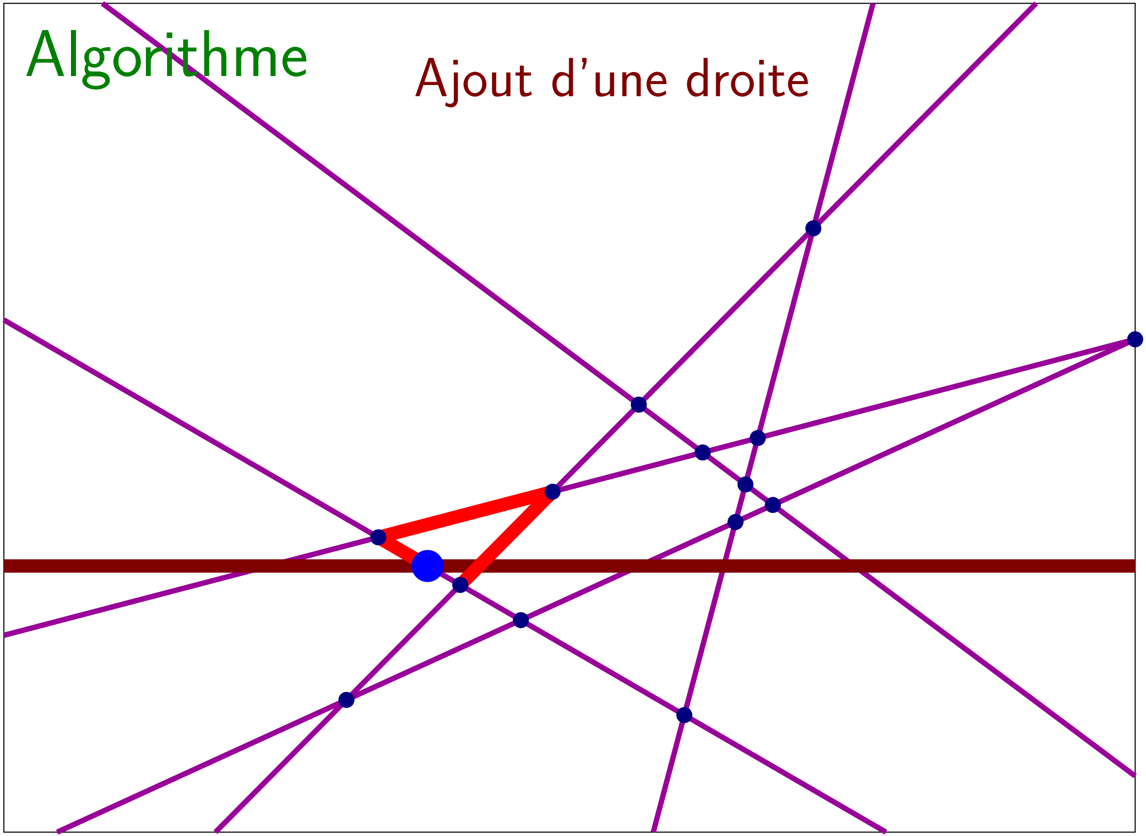
Ajout d'une droite




Algorithme
Ajout d'une droite

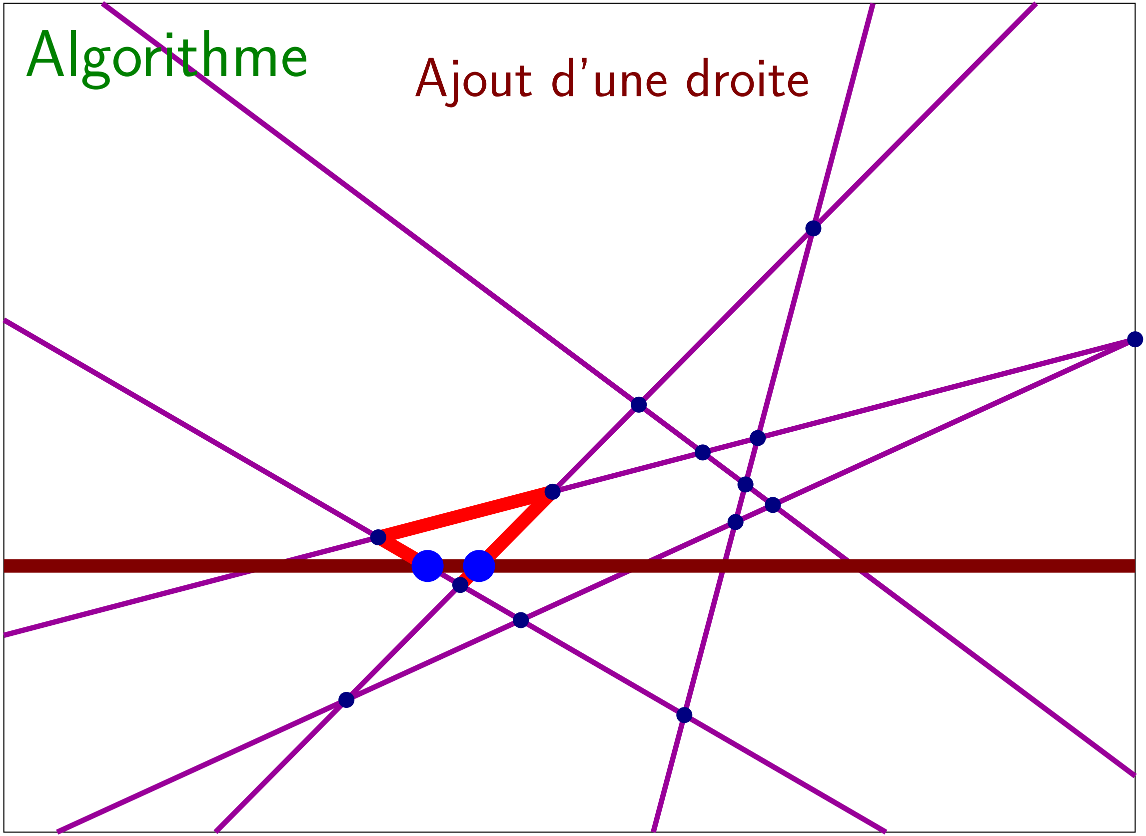
Algorithme

Ajout d'une droite



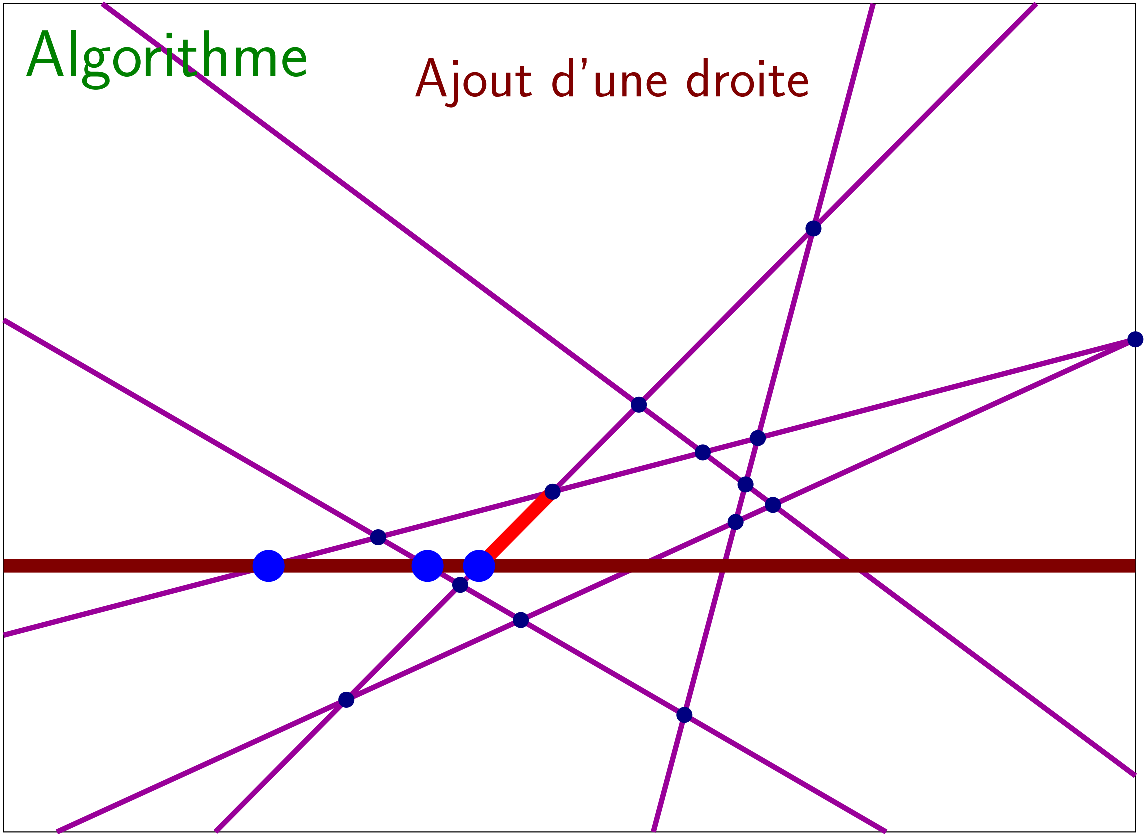
Algorithme

Ajout d’une droite



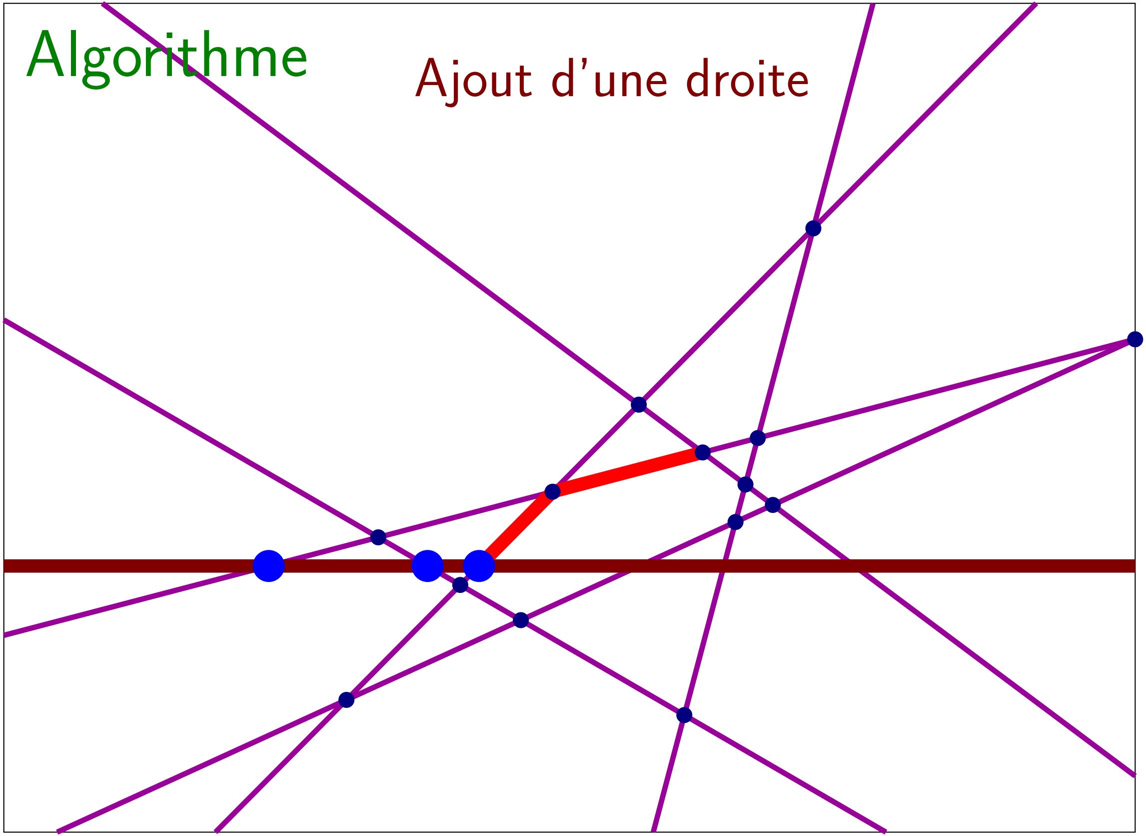
Algorithme

Ajout d'une droite

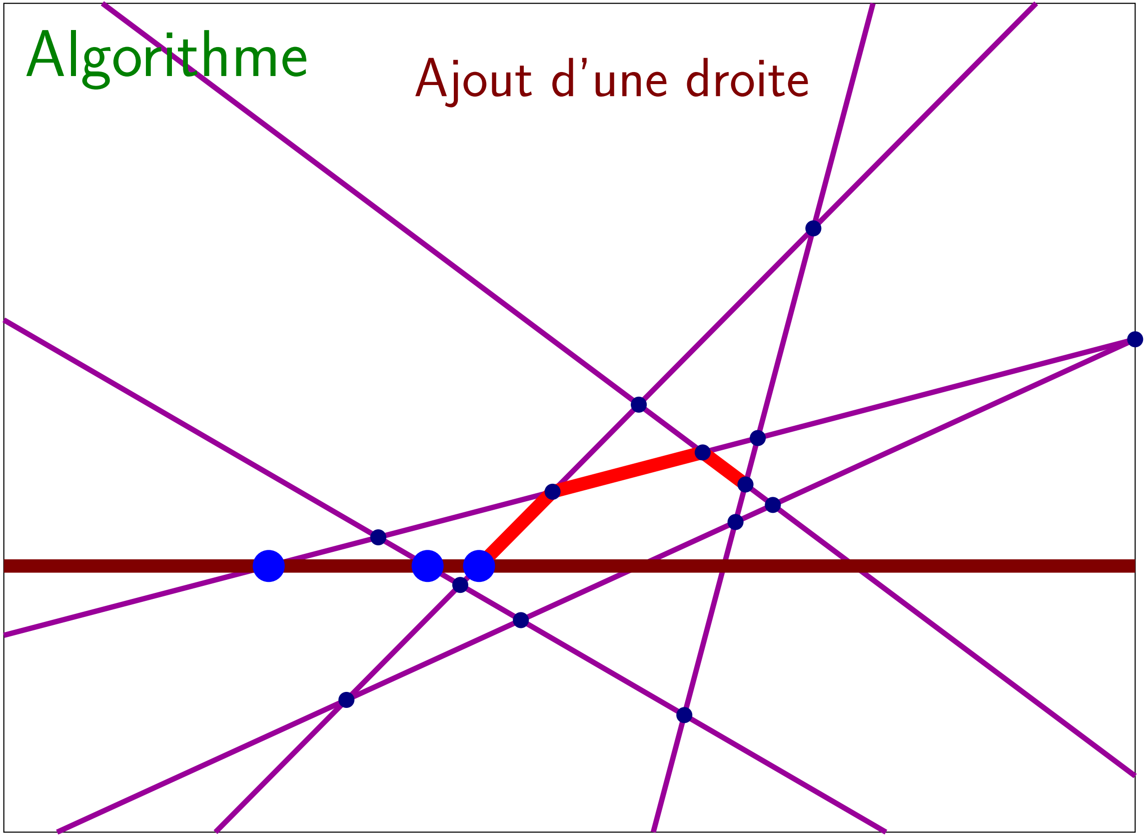


Algorithme

Ajout d'une droite

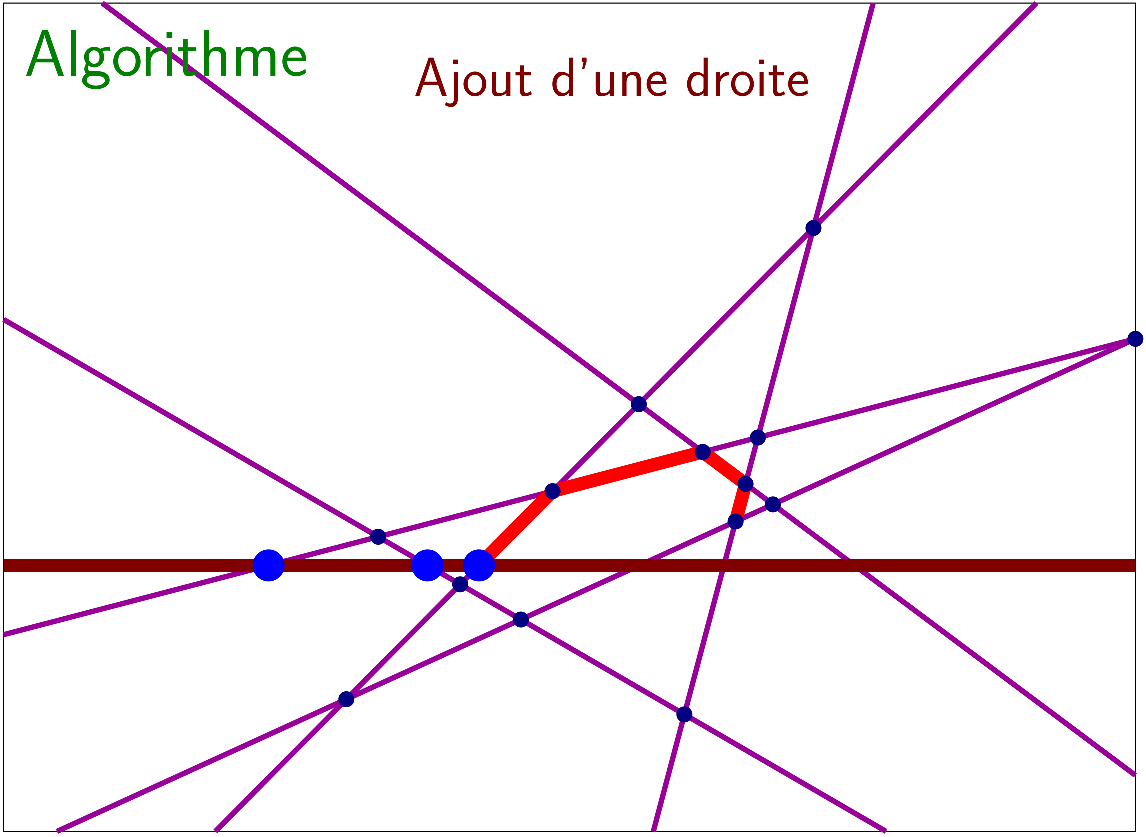


Algorithme



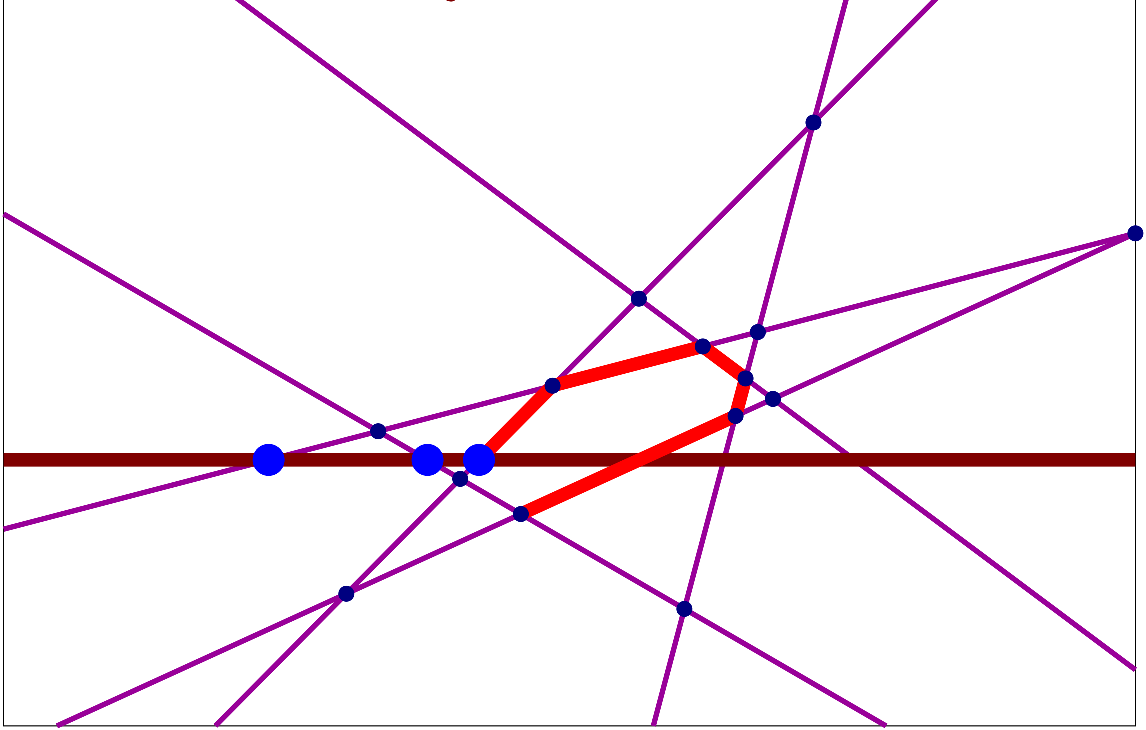
Algorithme

Ajout d'une droite



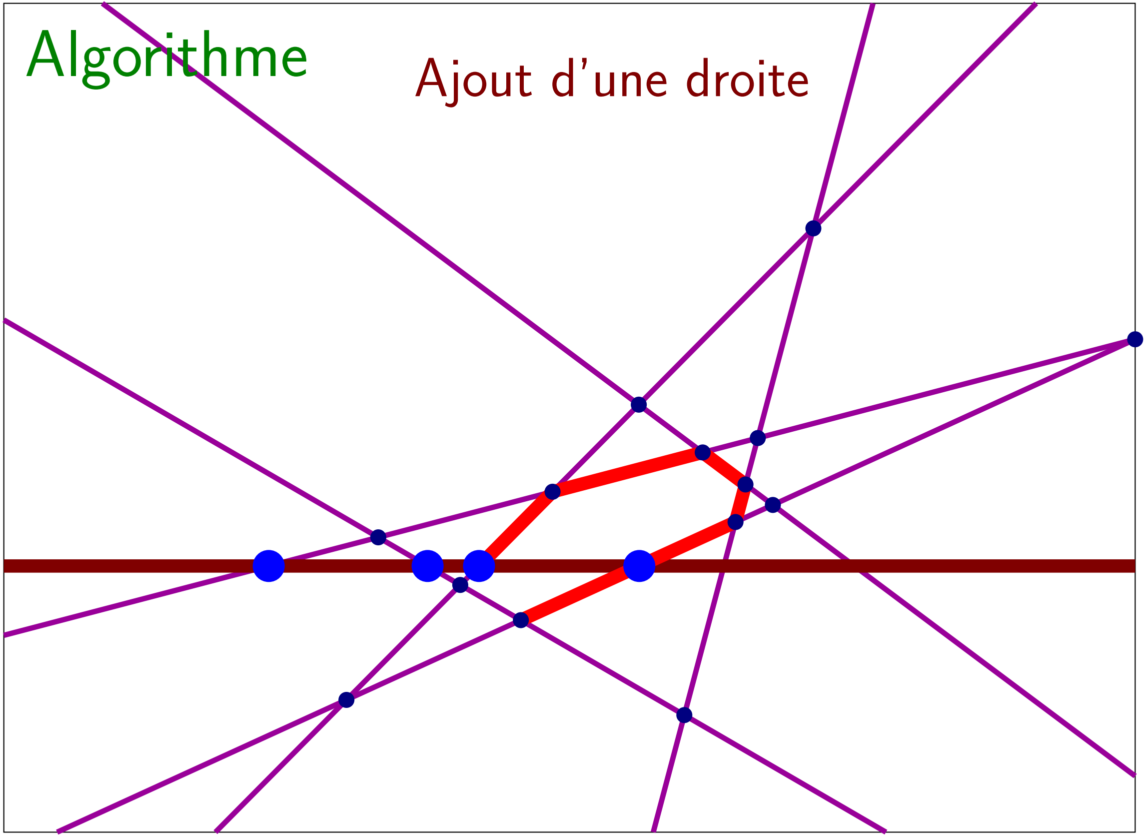
Algorithme

Ajout d'une droite



Algorithme

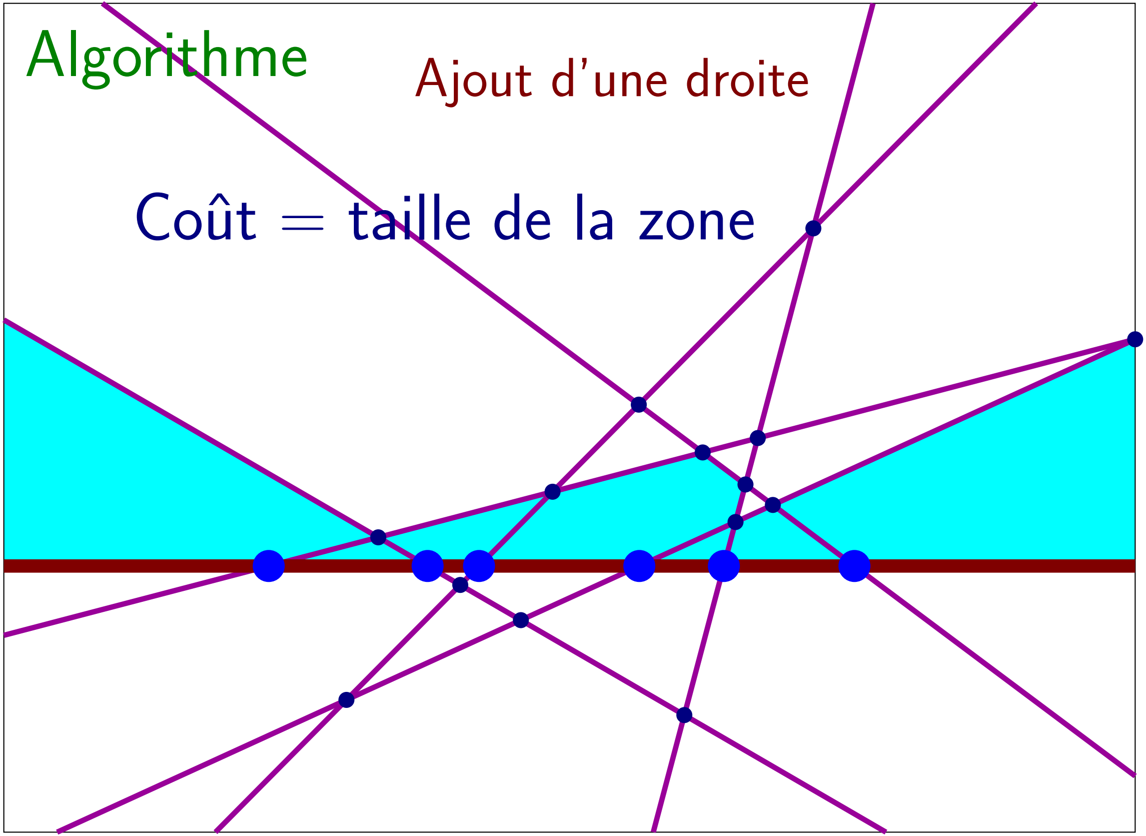
Ajout d'une droite



Algorithme

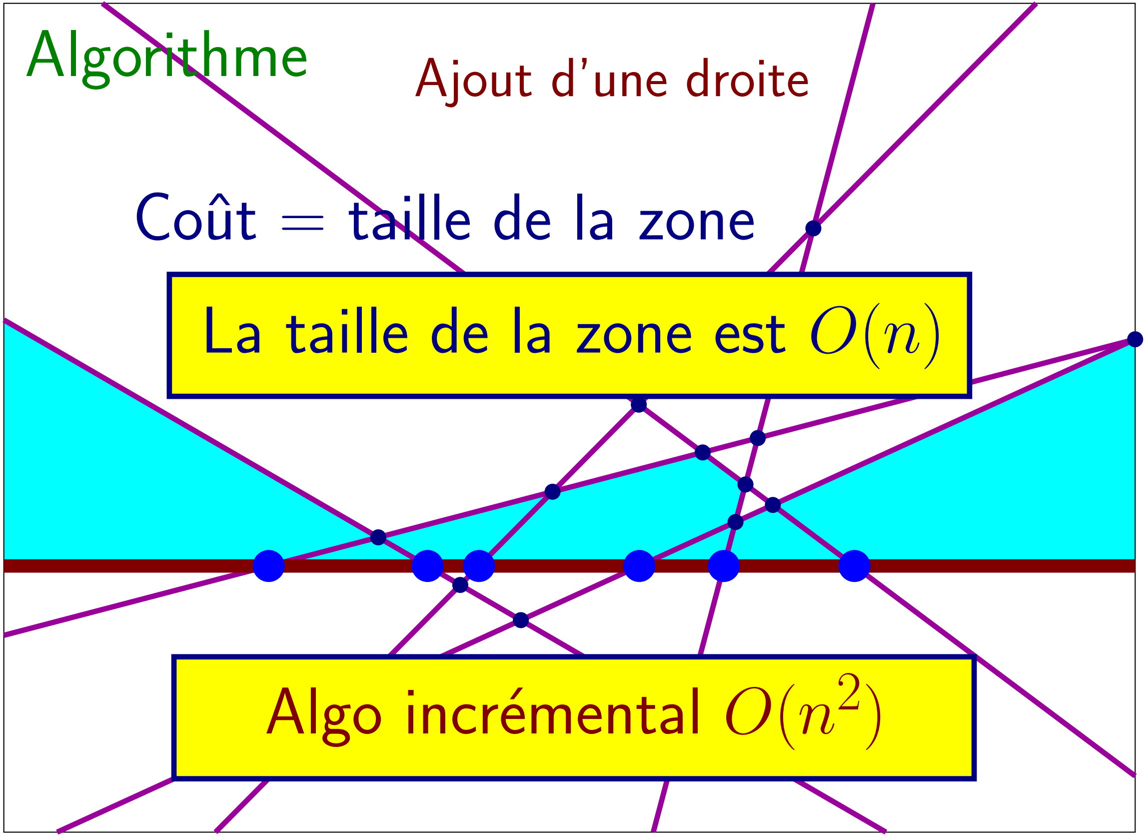
Ajout d'une droite

Coût $=$ taille de la zone



Algorithme

Ajout d'une droite



Coût $=$ taille de la zone

La taille de la zone est $O(n)$

Algo incrémental $O(n^2)$

Arrangement d'hyperplans

La taille de la zone est $O(n^{d-1})$

Arrangement d'hyperplans

La taille de la zone est $O(n^{d-1})$

$\boxed{\text{Algo incrémental } O(n^d)}$

Arrangement de segments

algorithme de Bentley-Ottmann

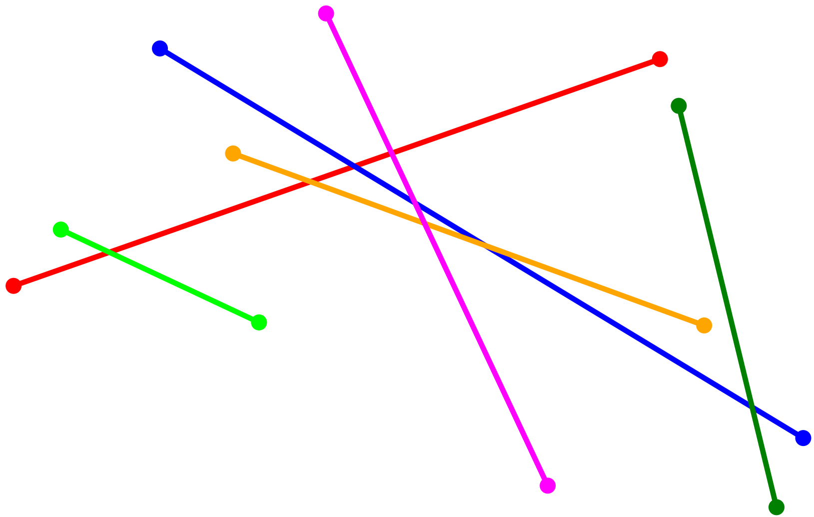
balayage par une droite verticale

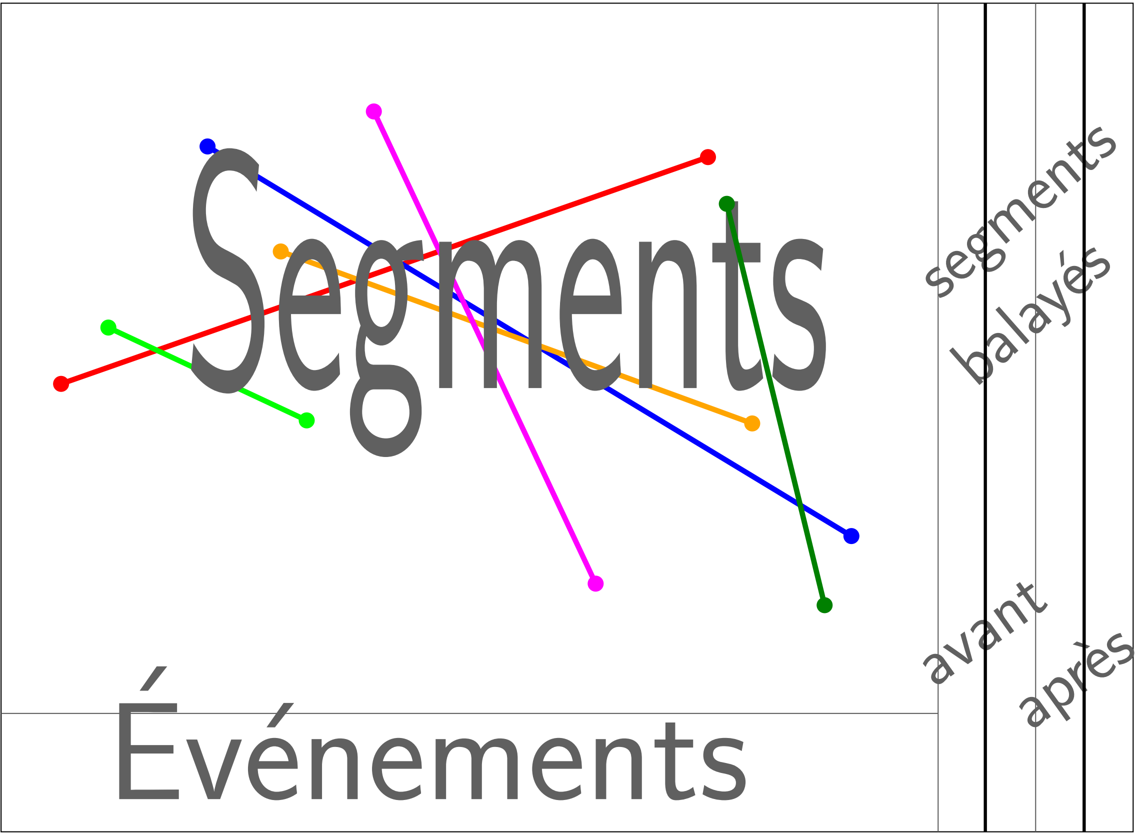
Arrangement de segments

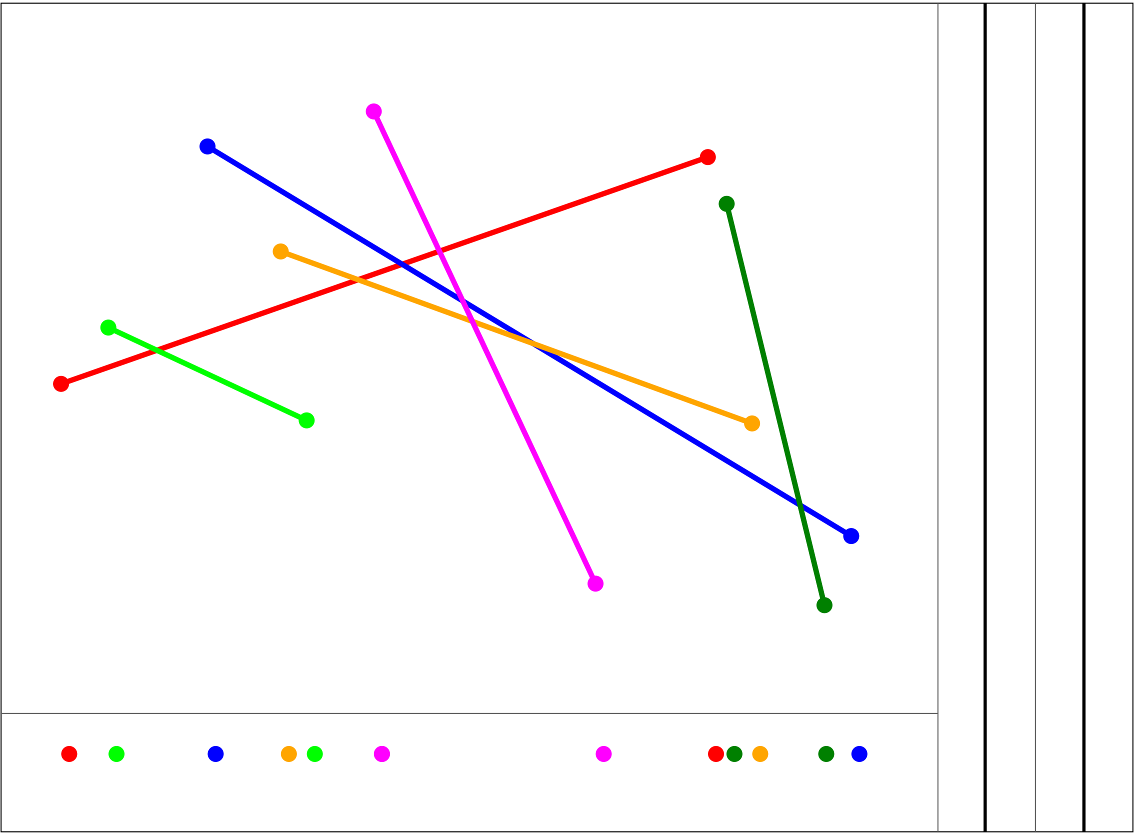
algorithme de Bentley-Ottmann

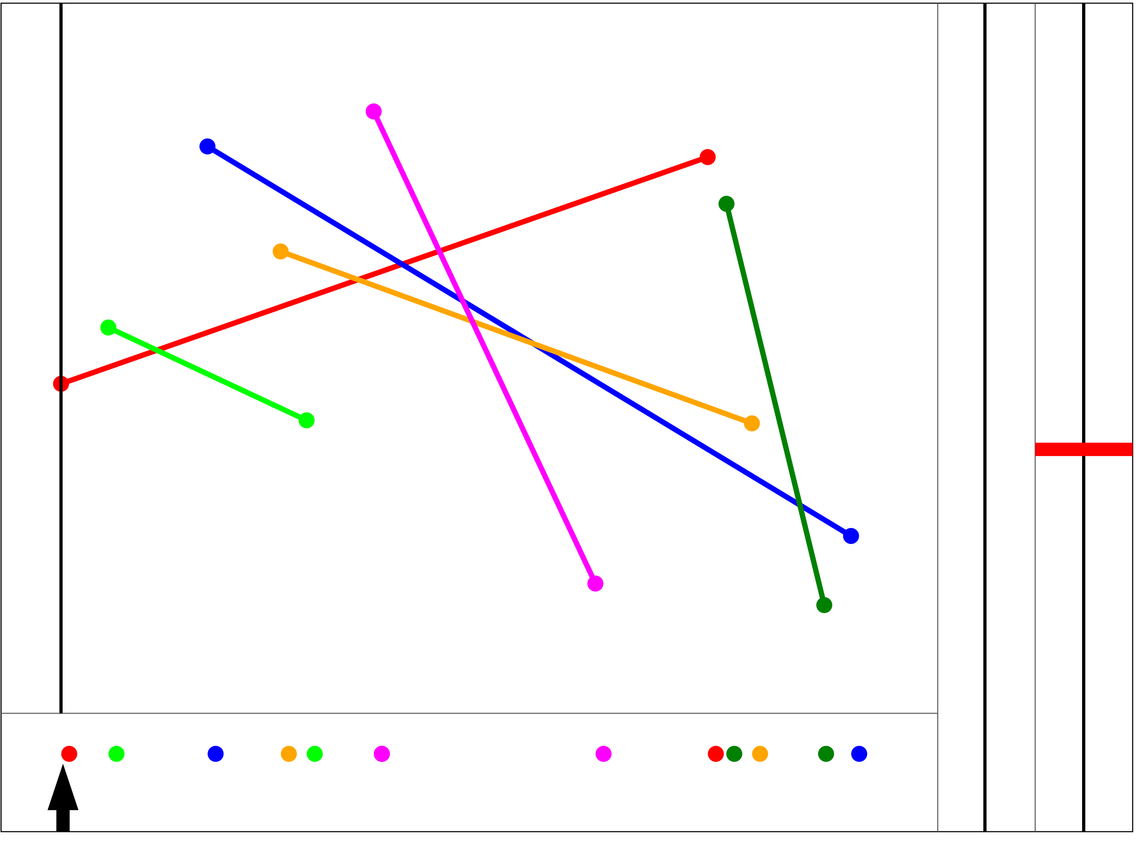
balayage par une droite verticale

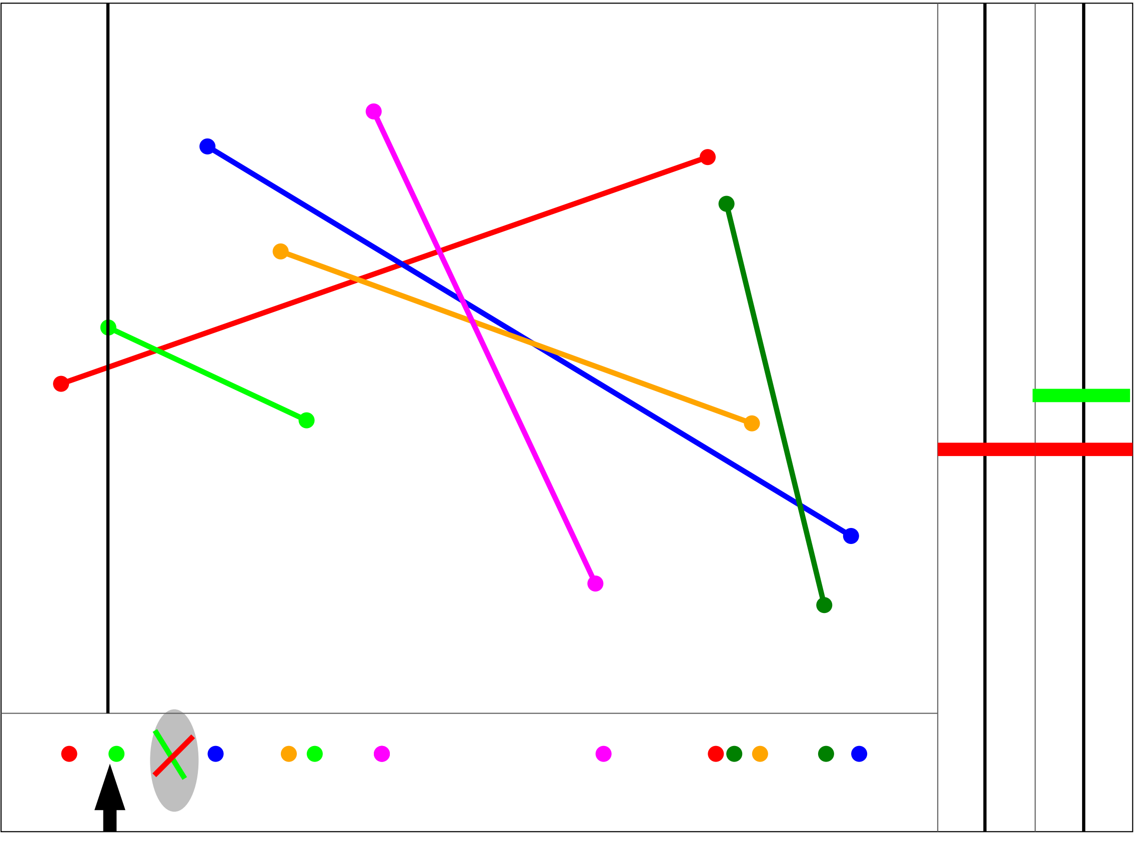
événements

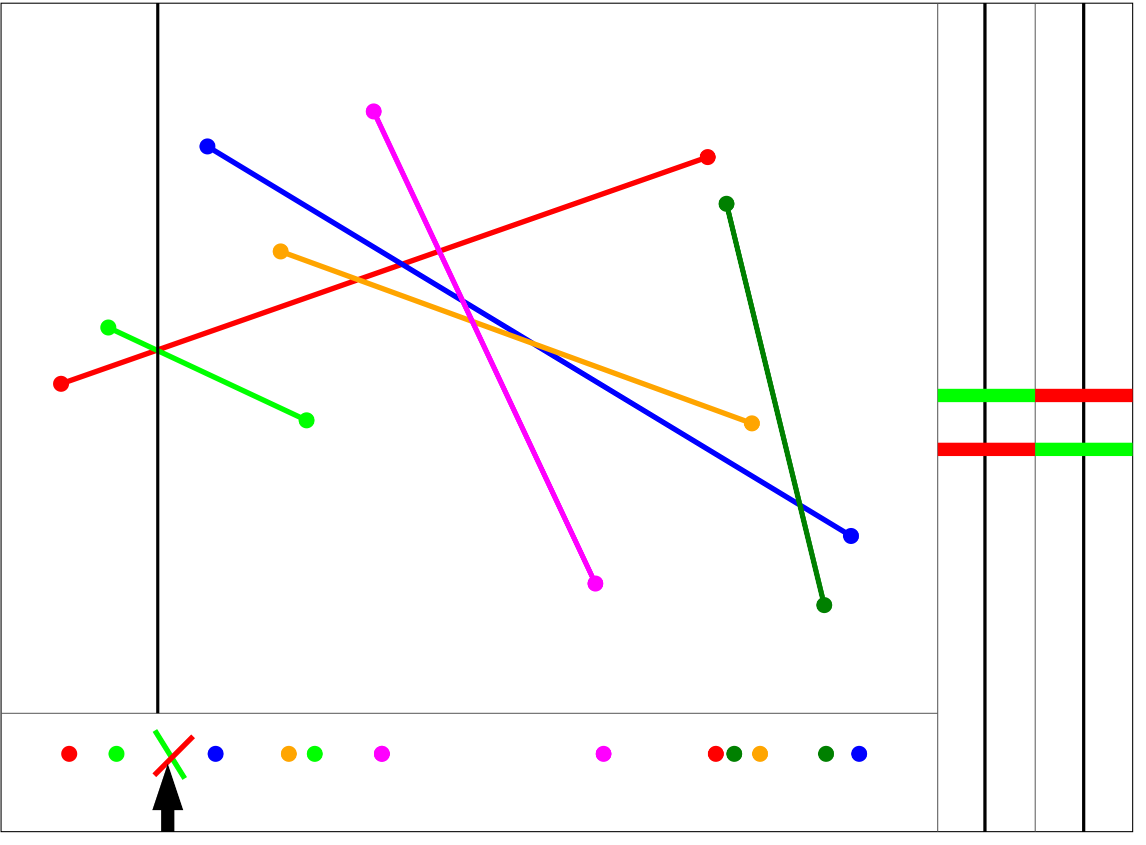


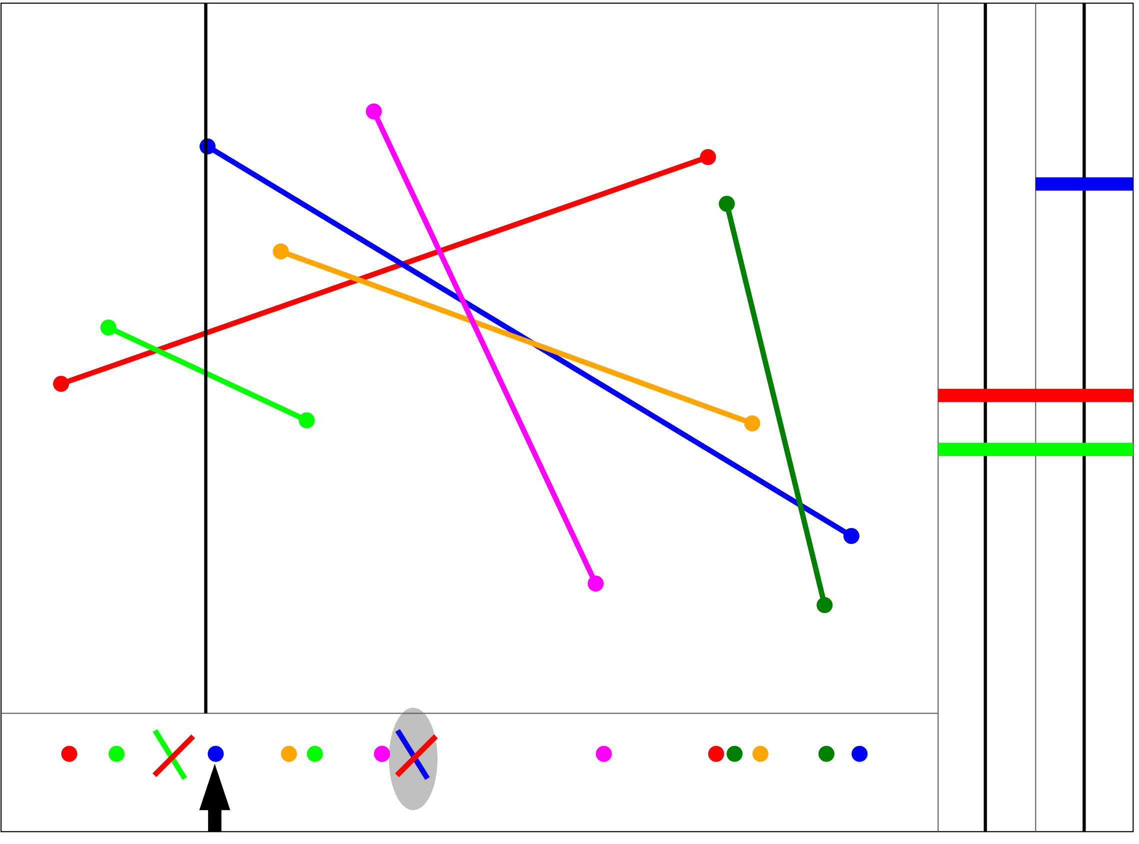

Segments
Événements
segments balayés
avant
après

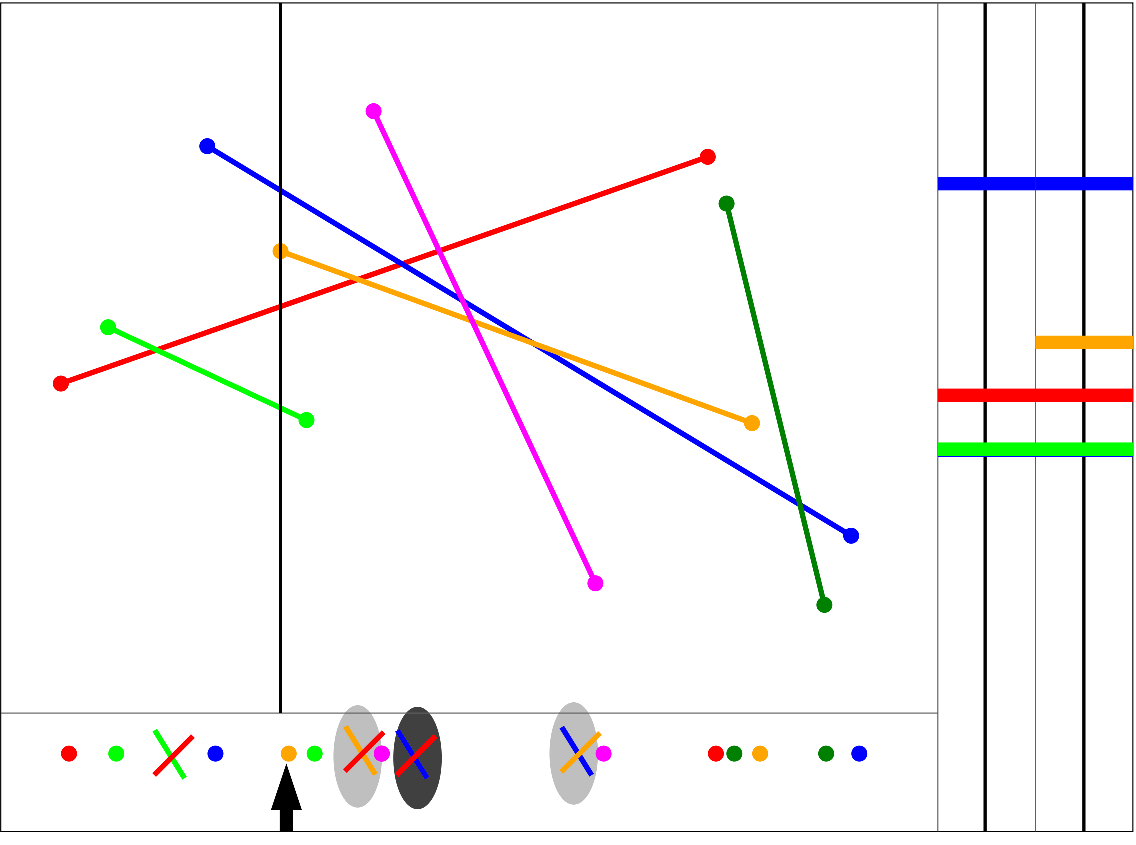


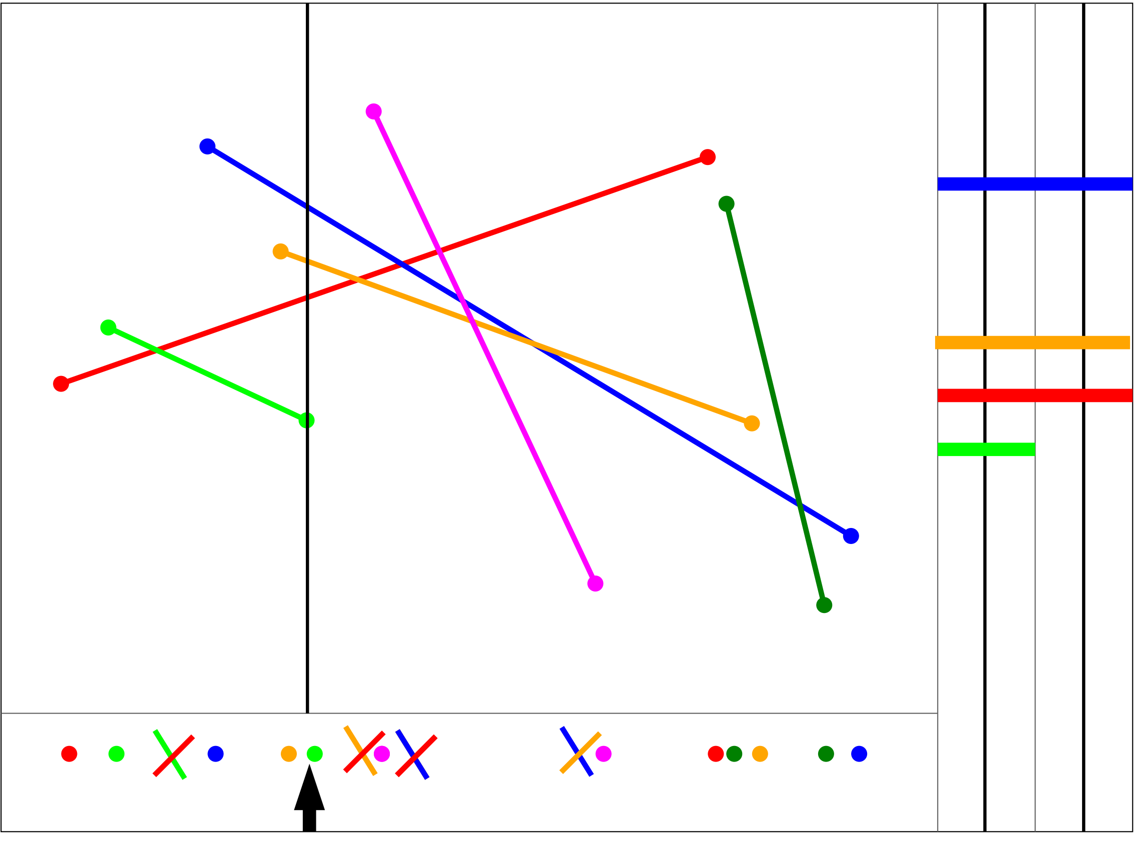


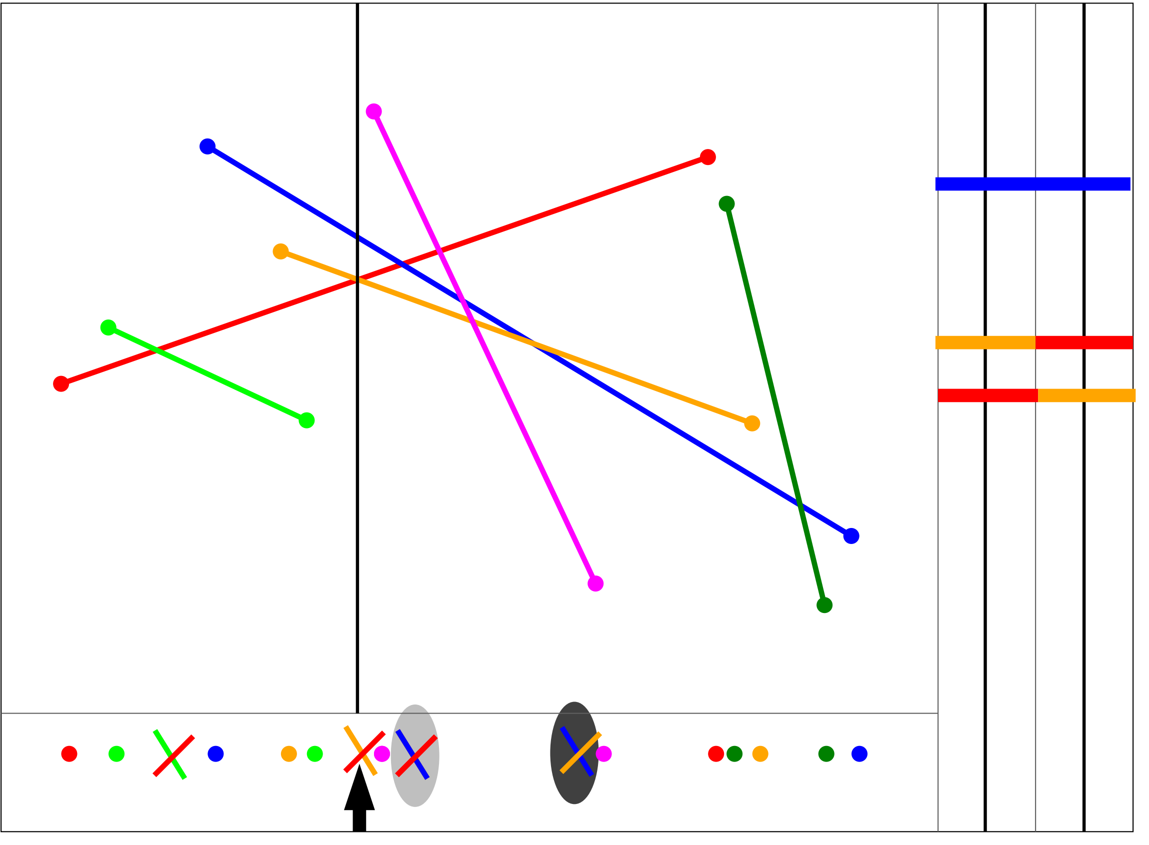


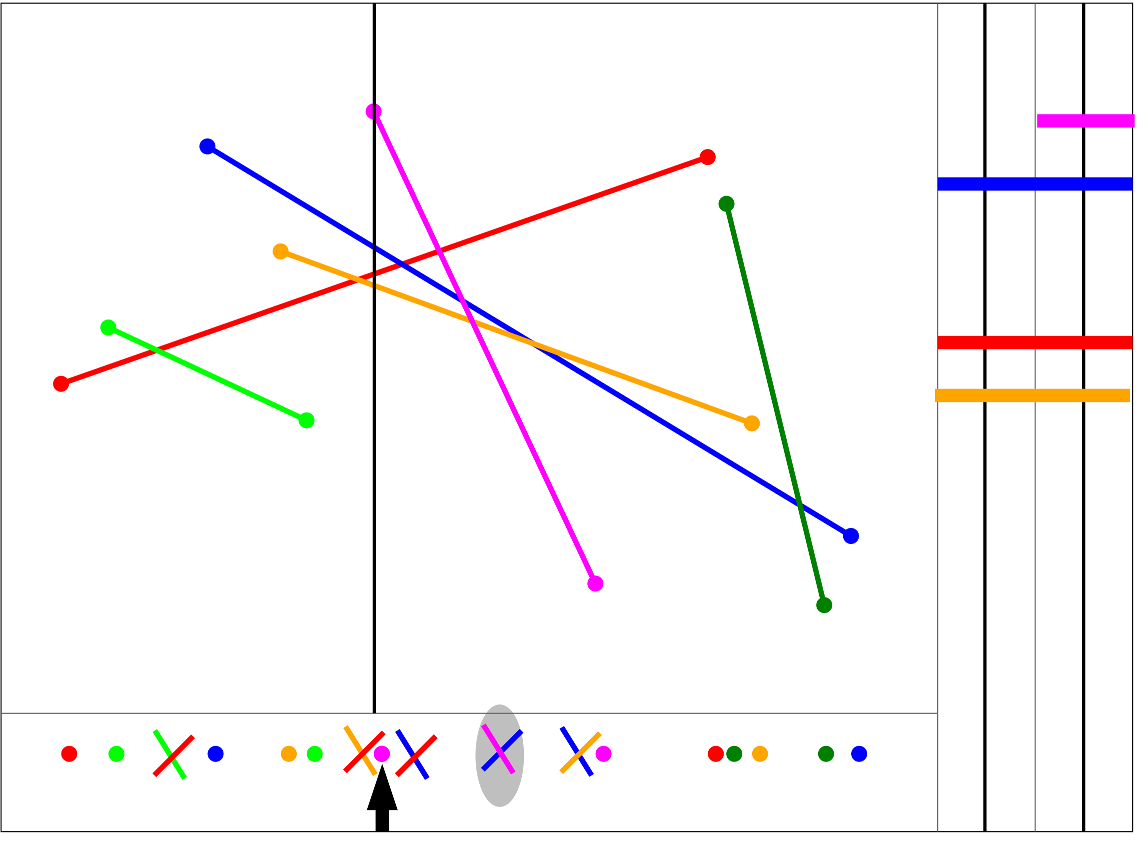


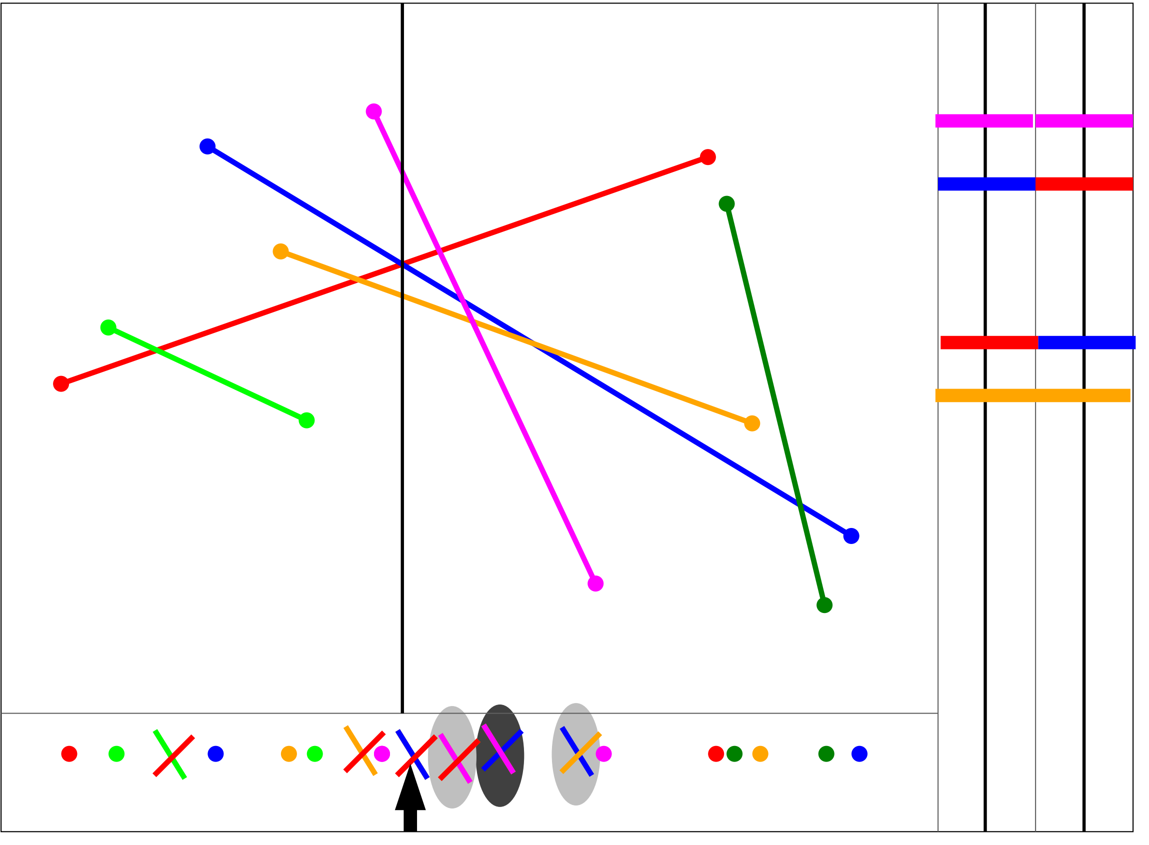


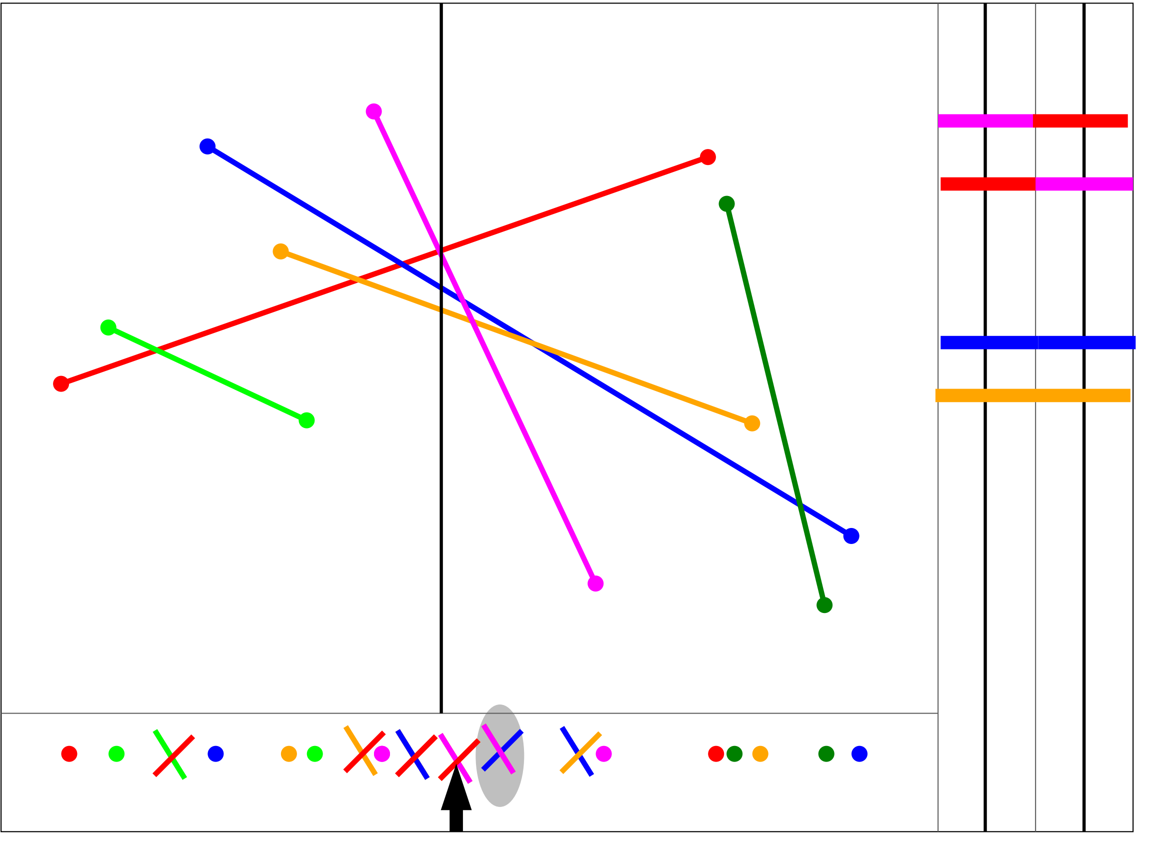


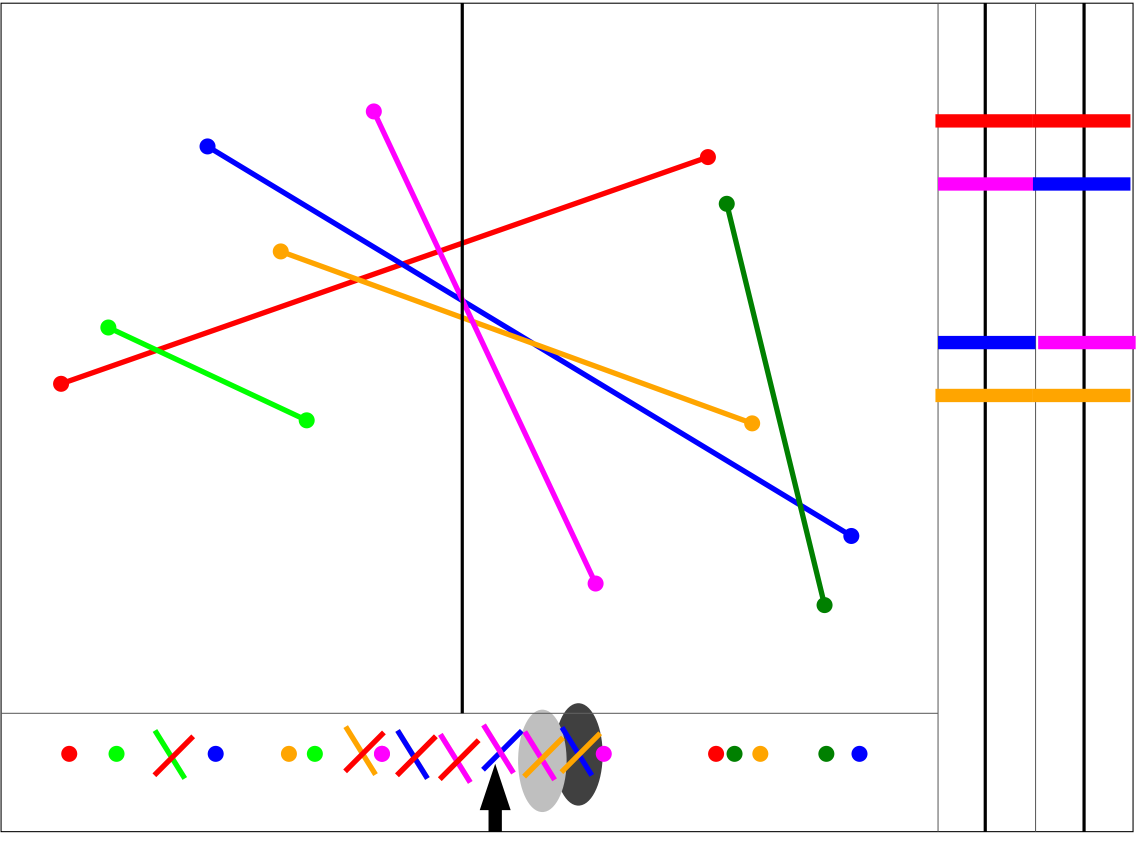


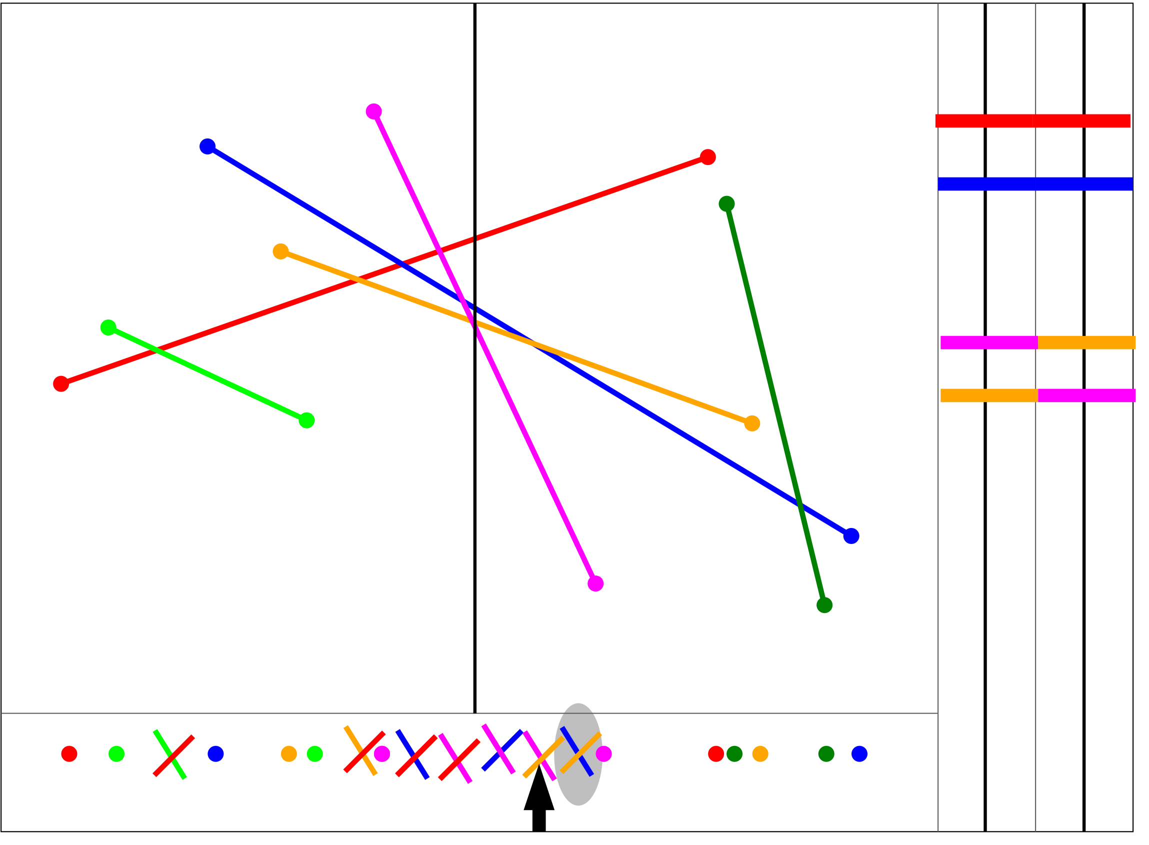


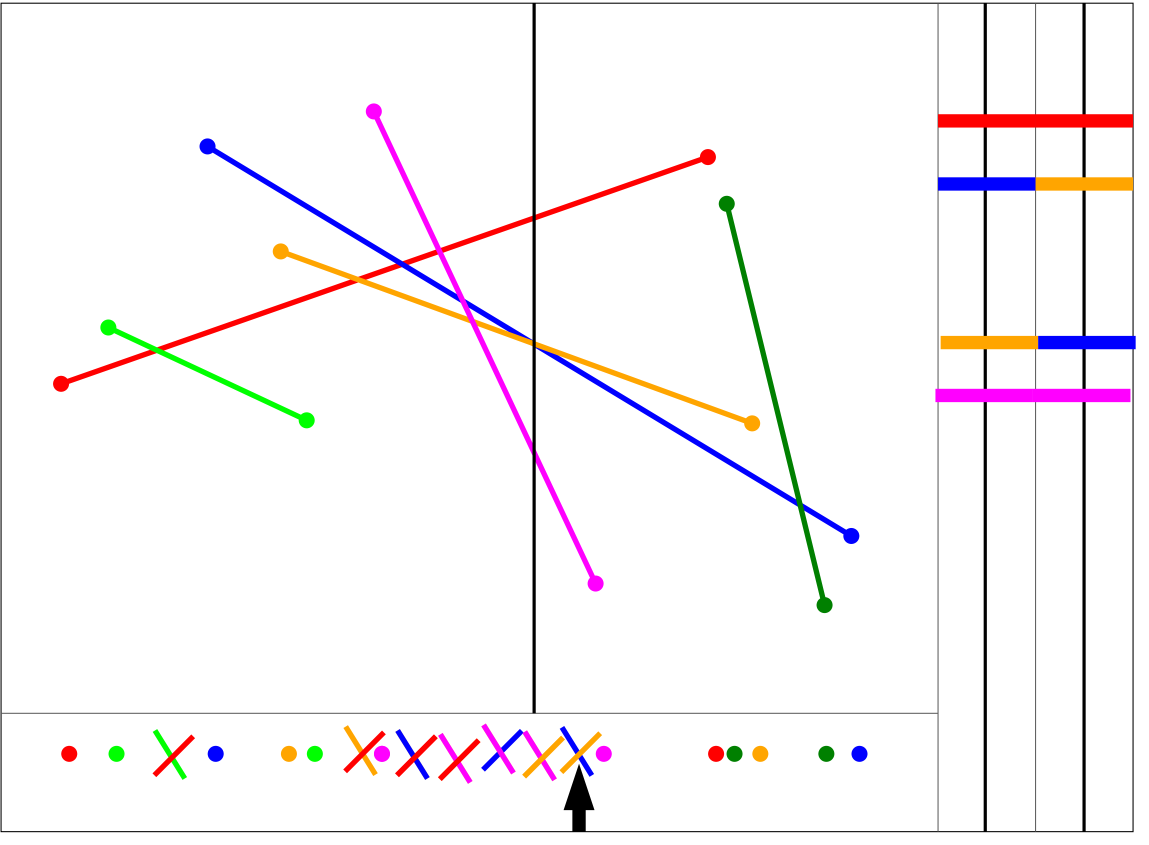


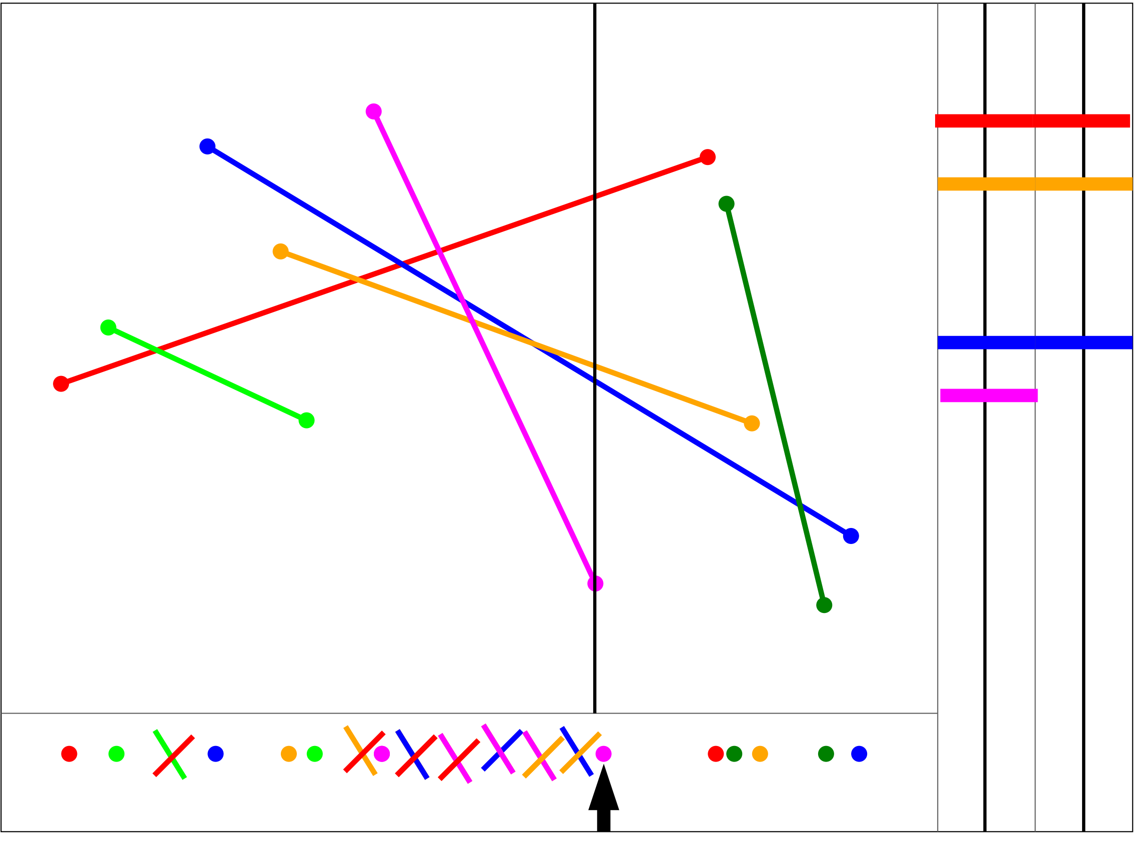


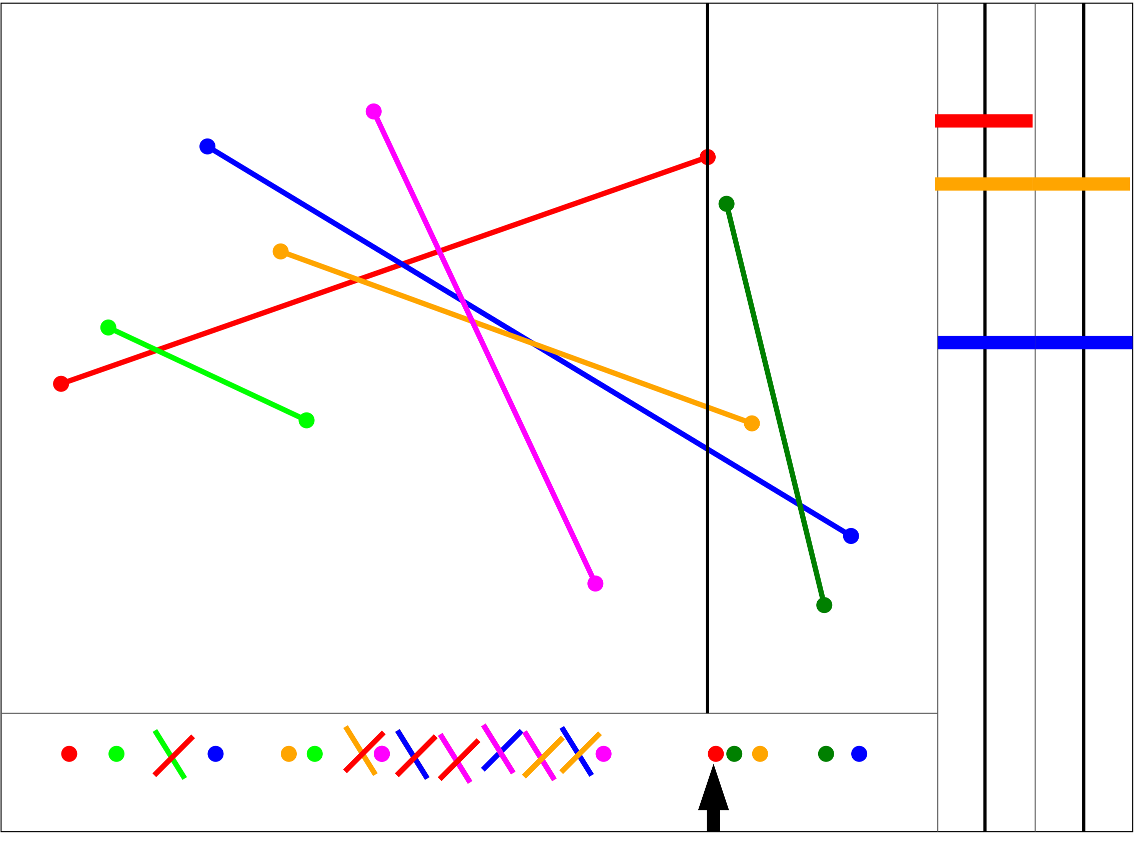


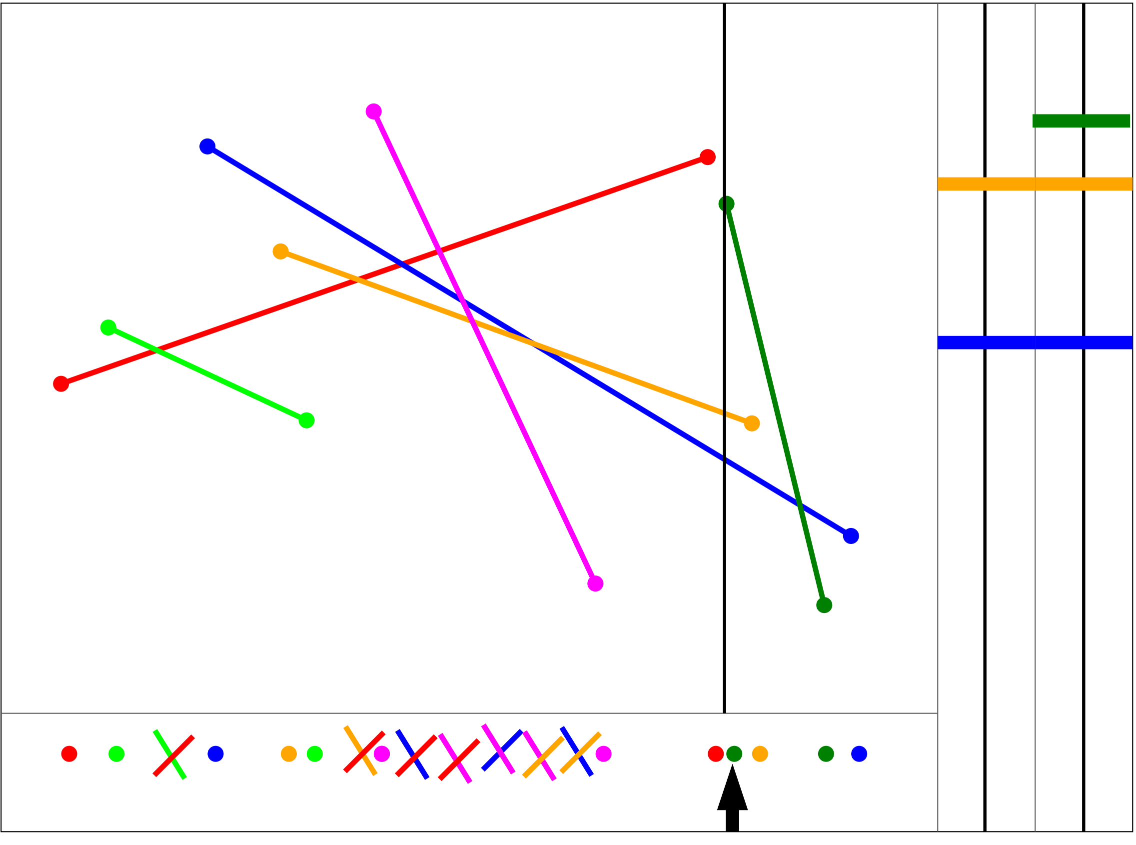


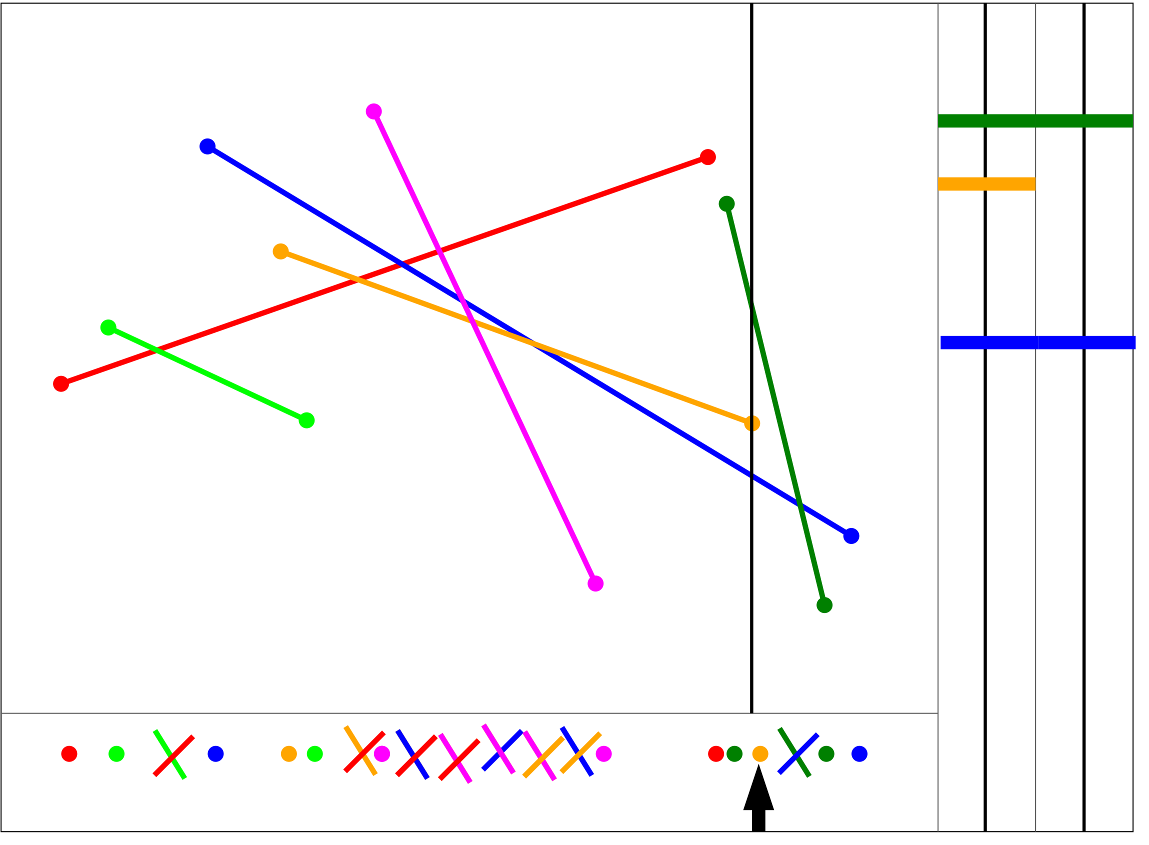


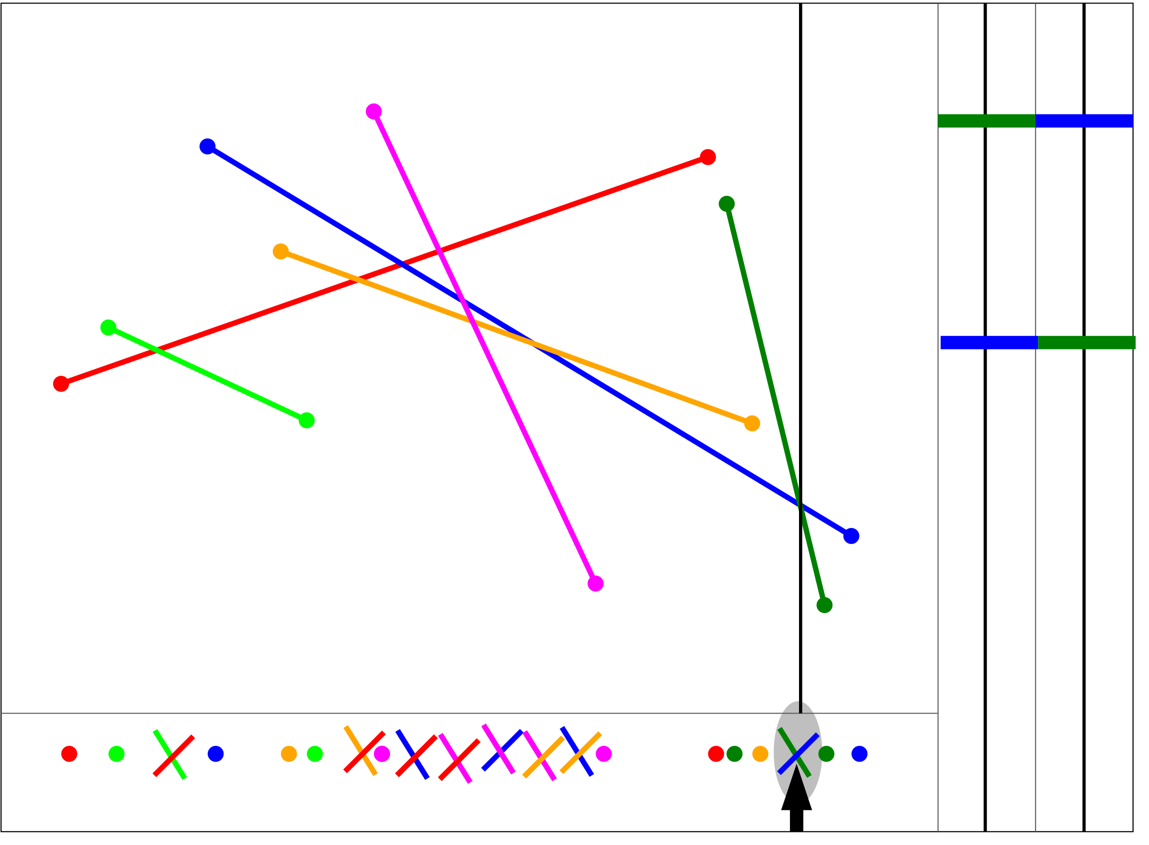


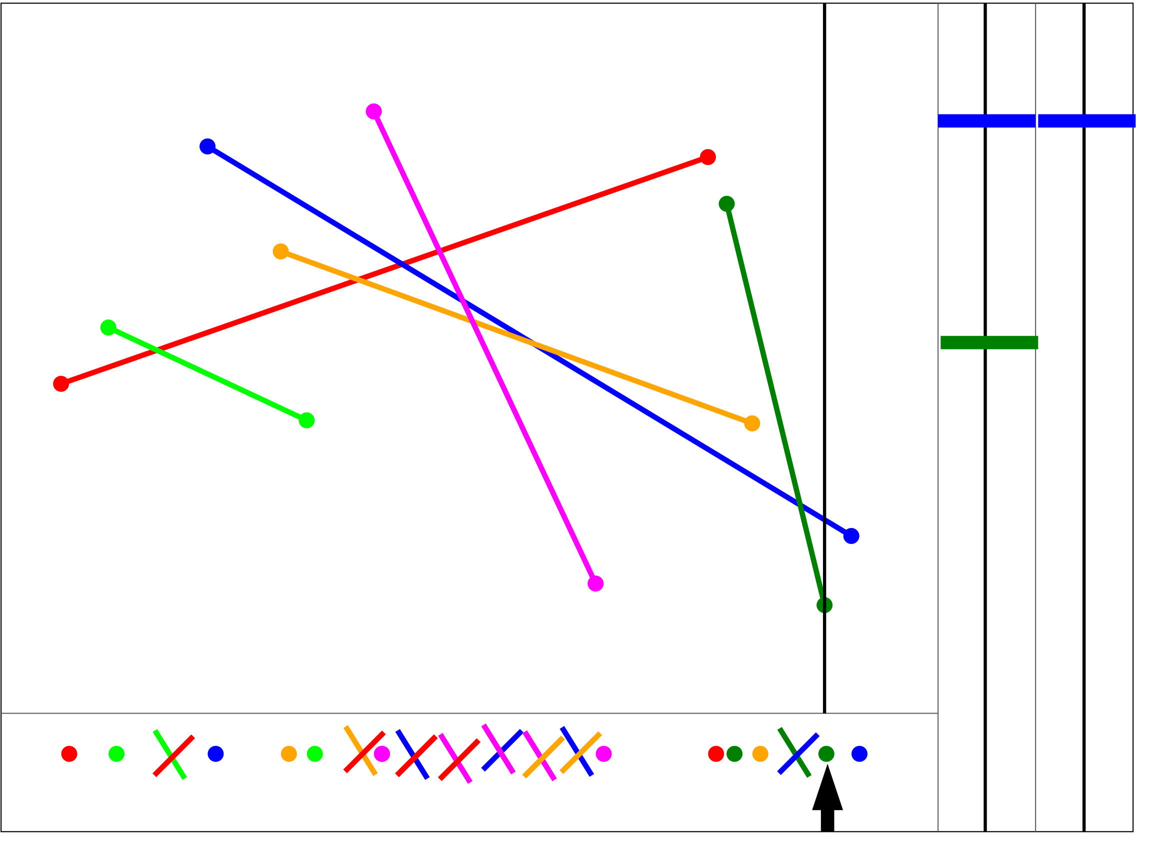


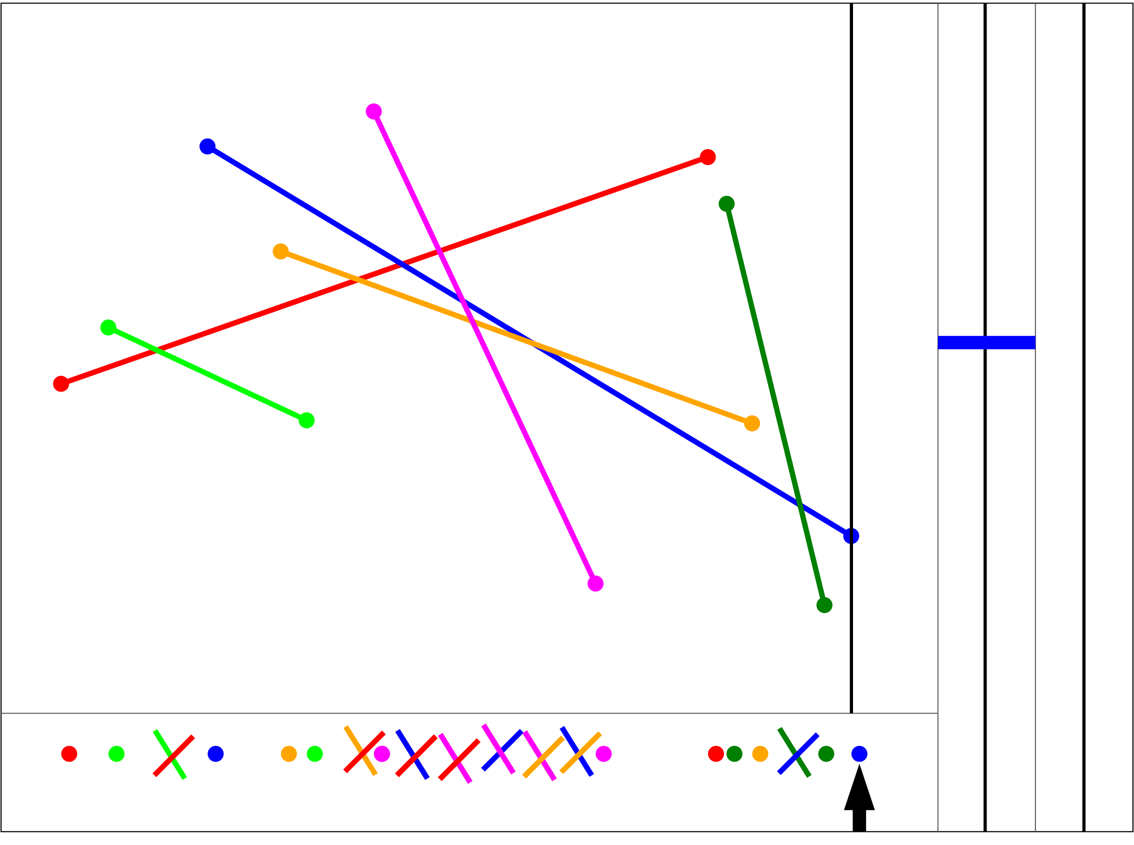


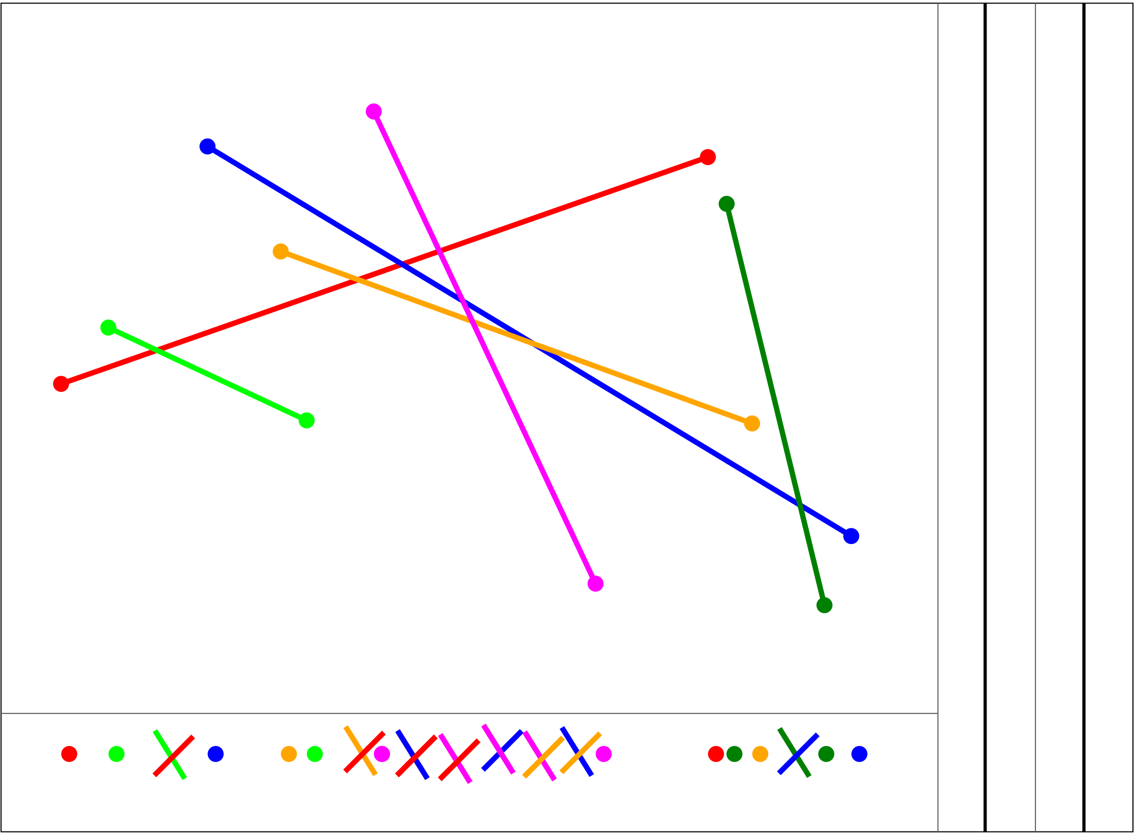




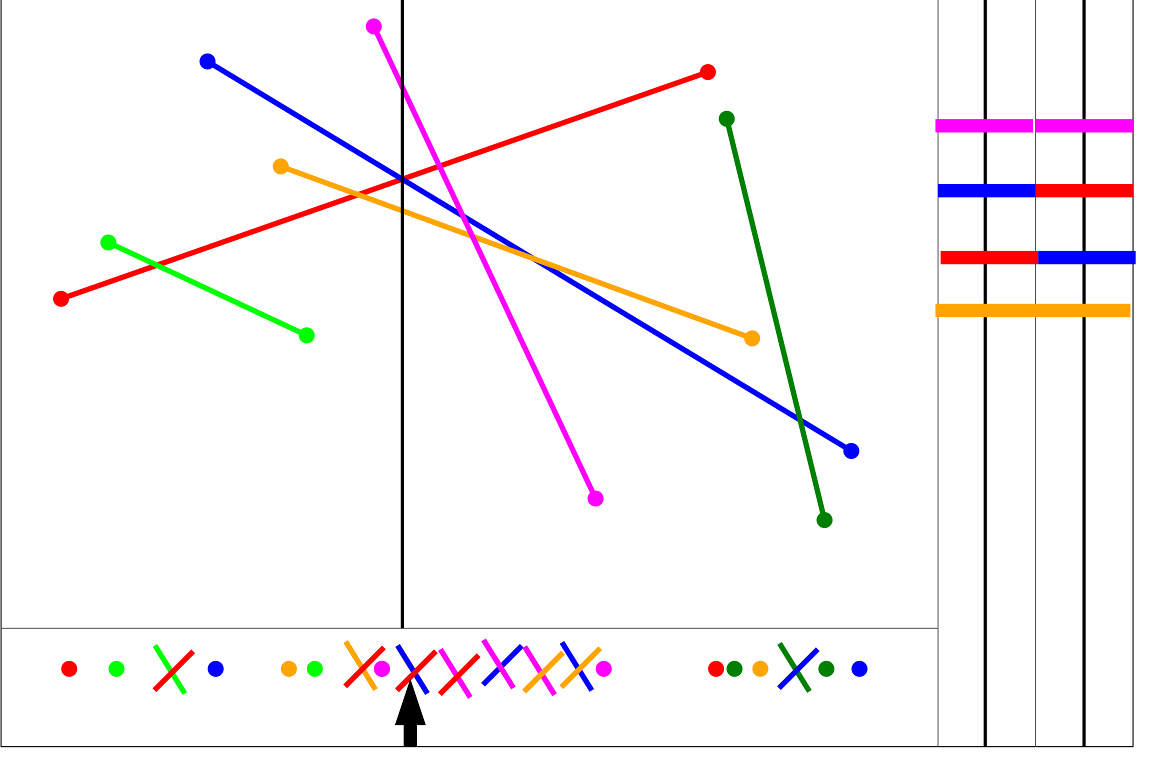




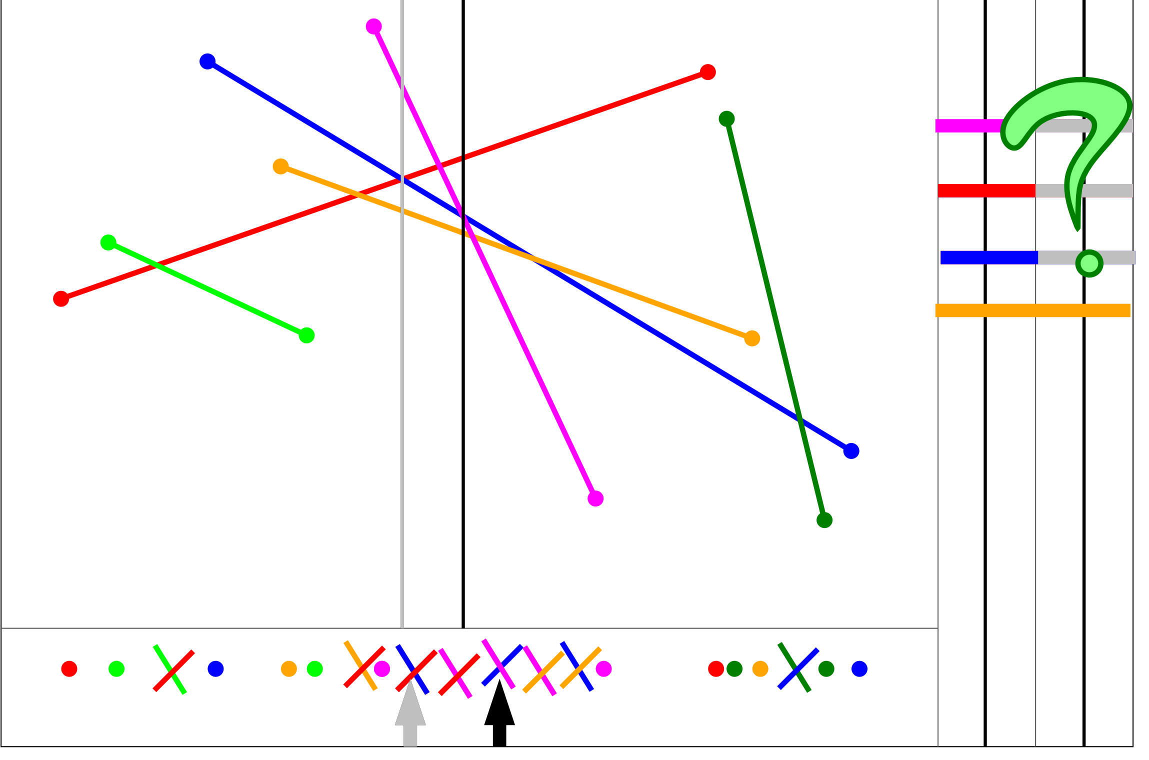


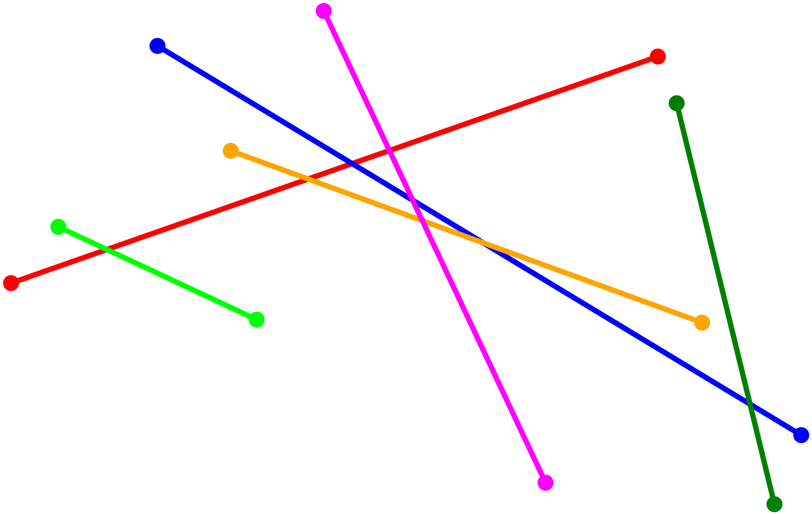


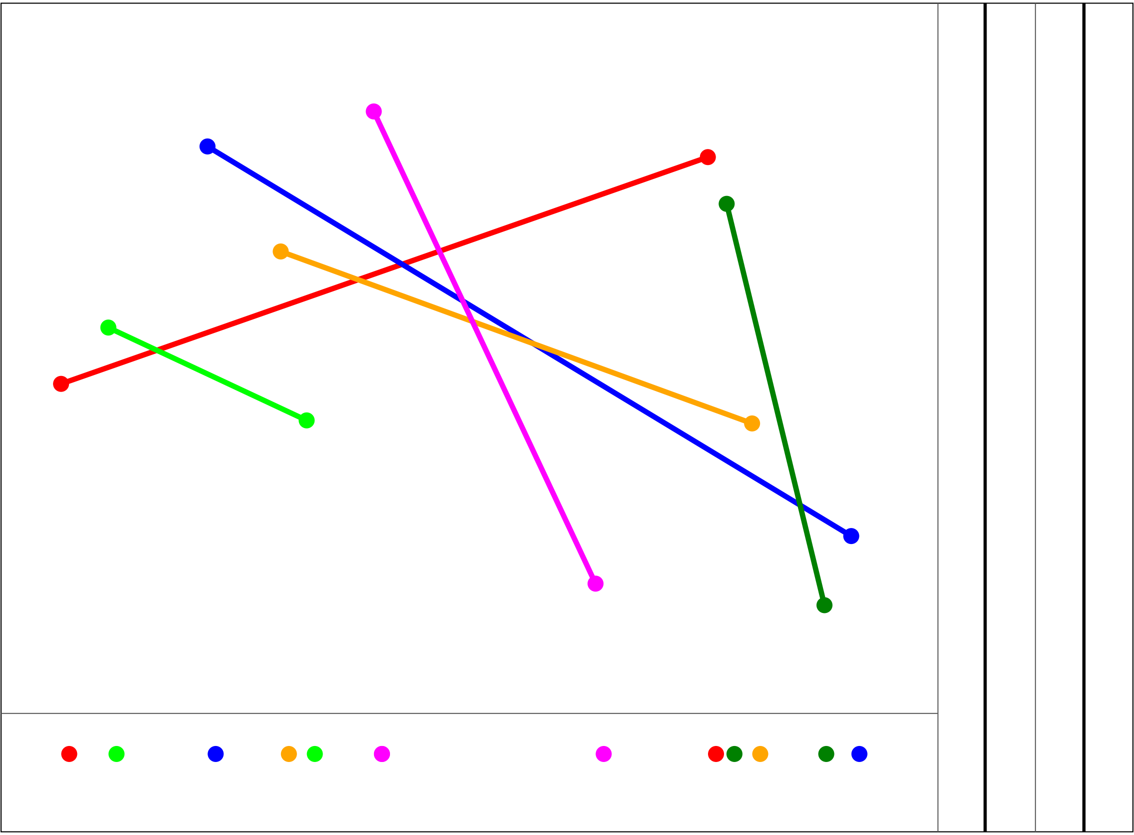
Problèmes de précision

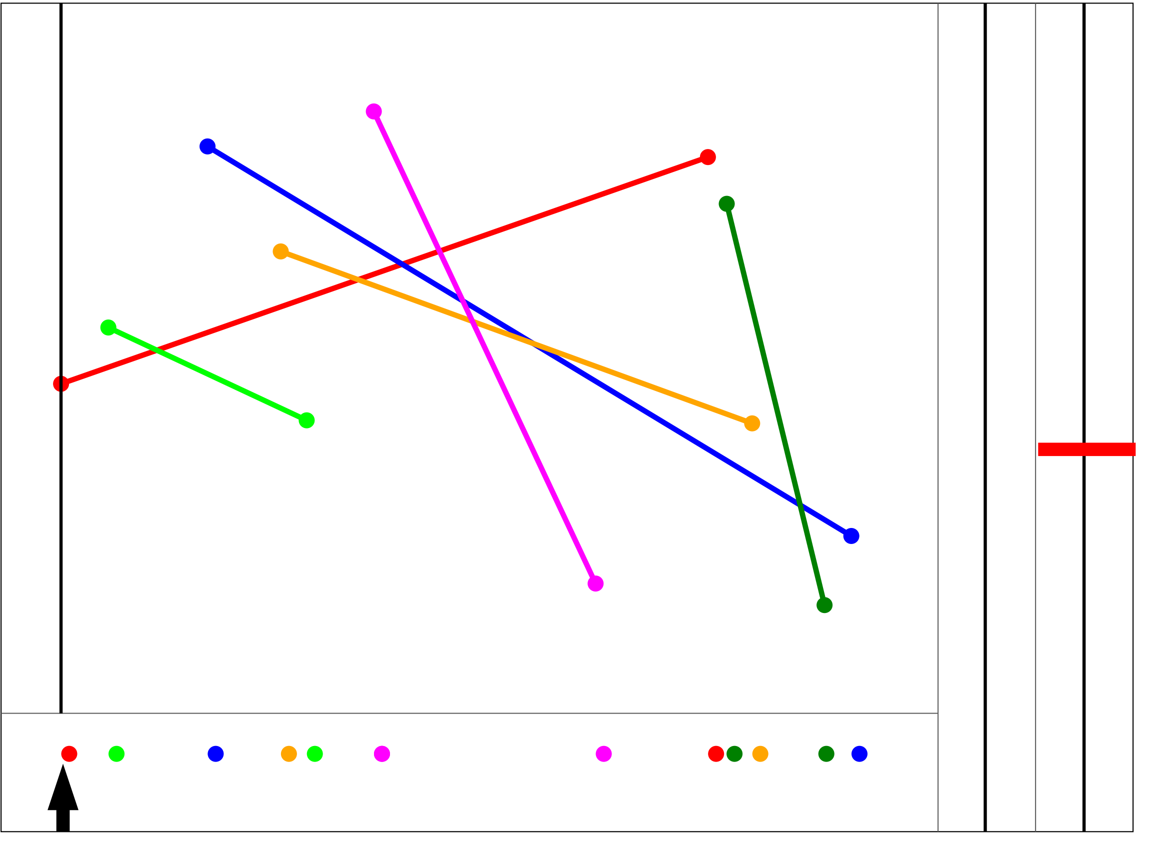


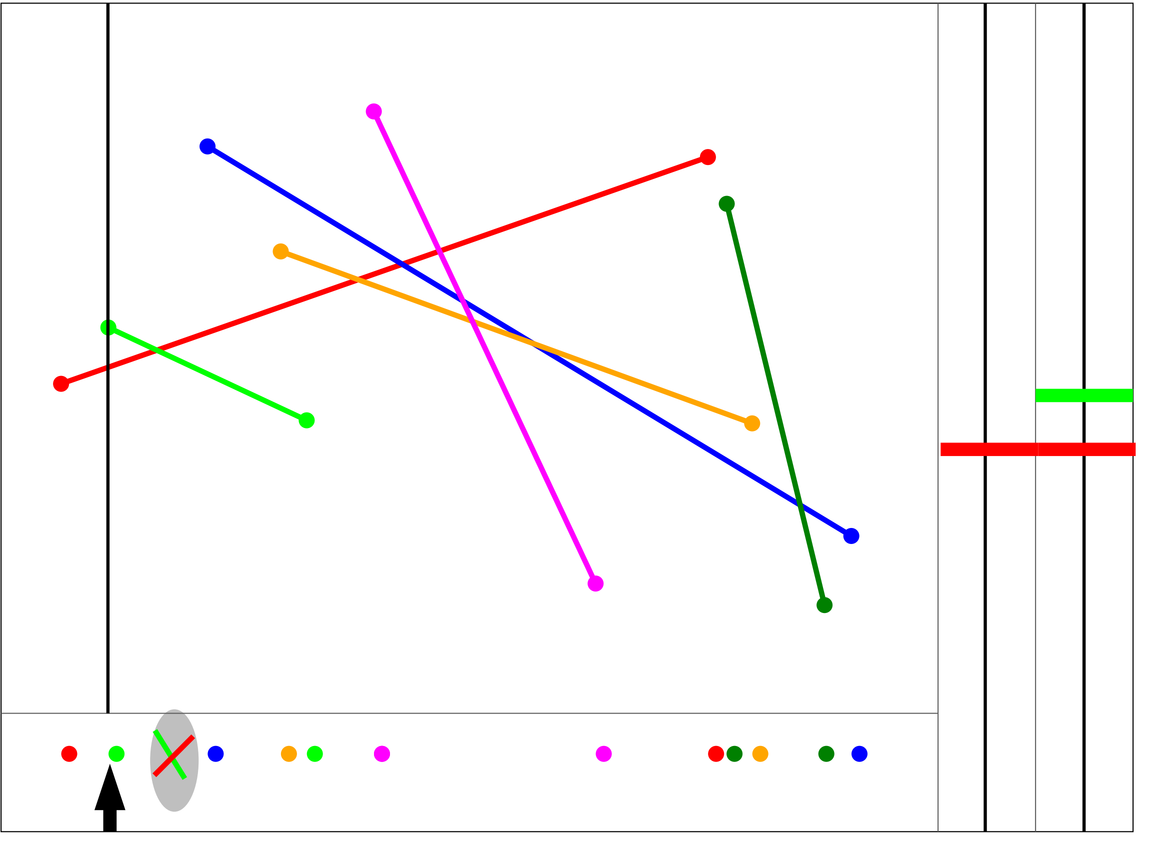
Problèmes de précision

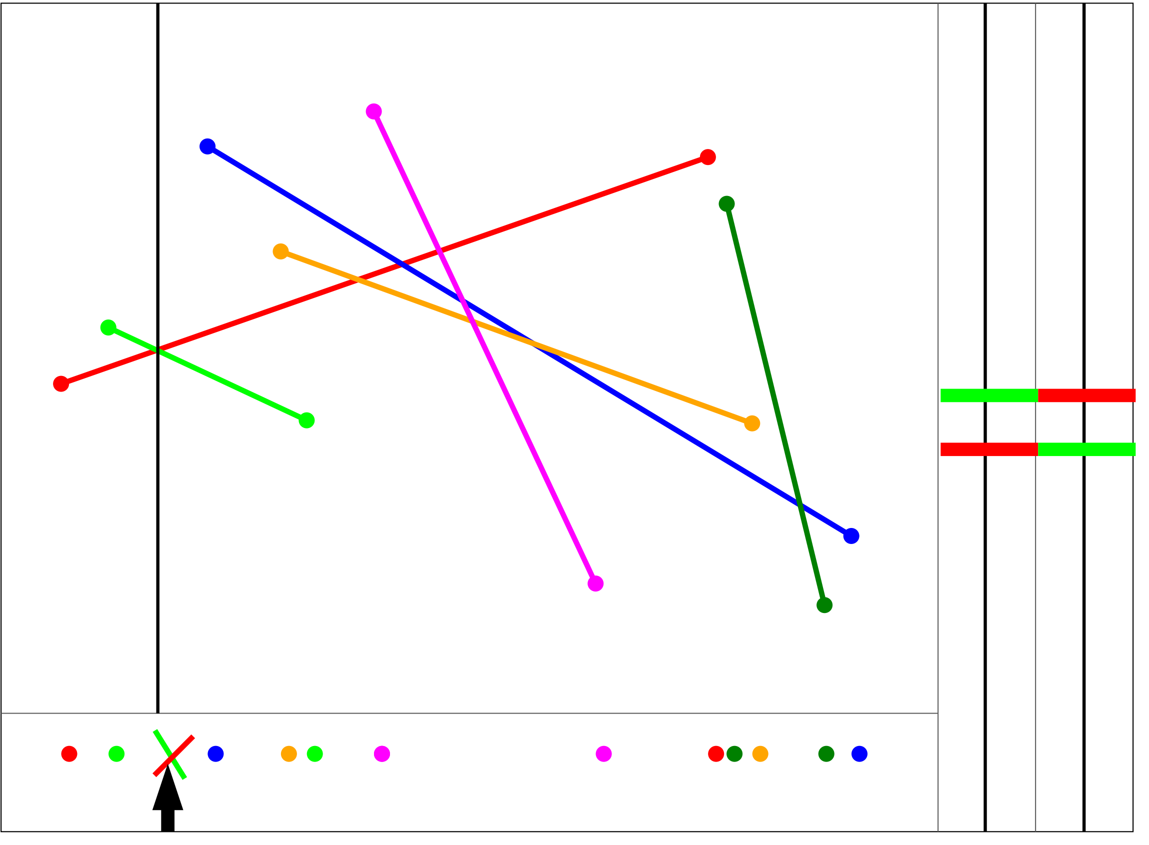


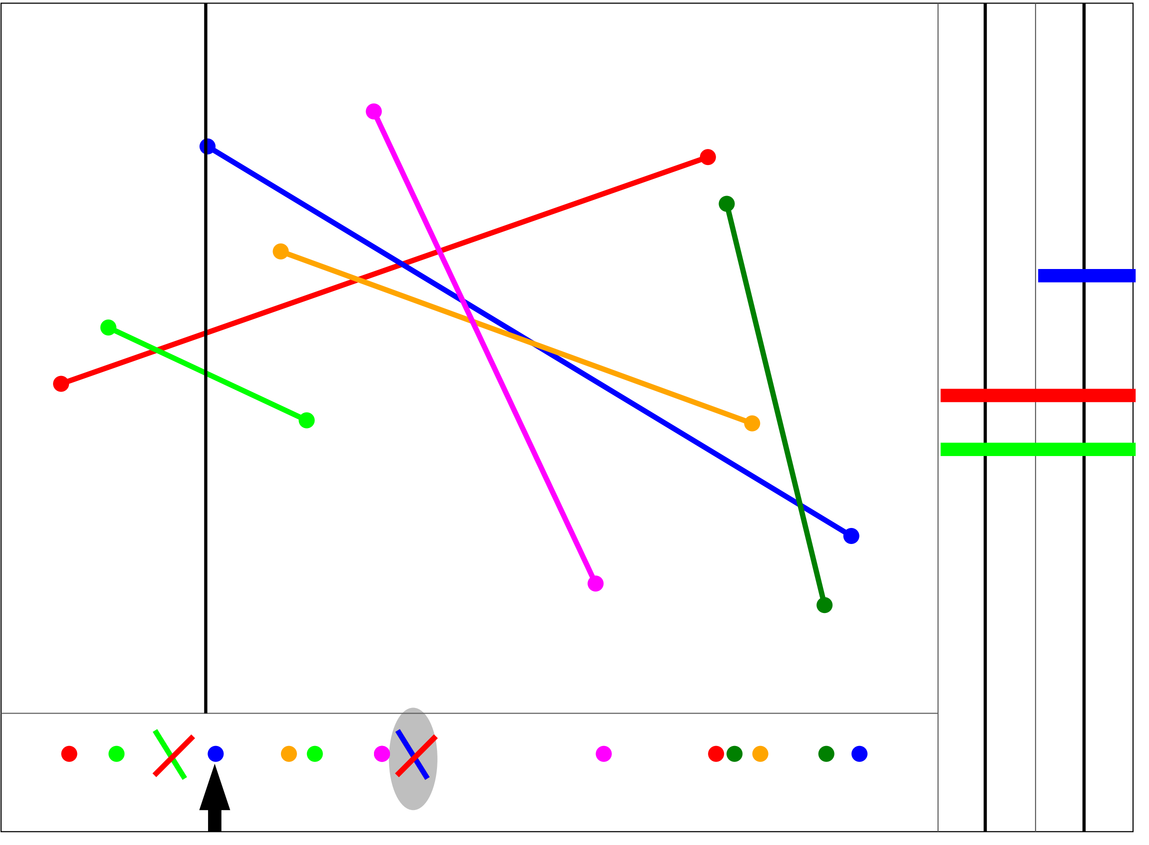


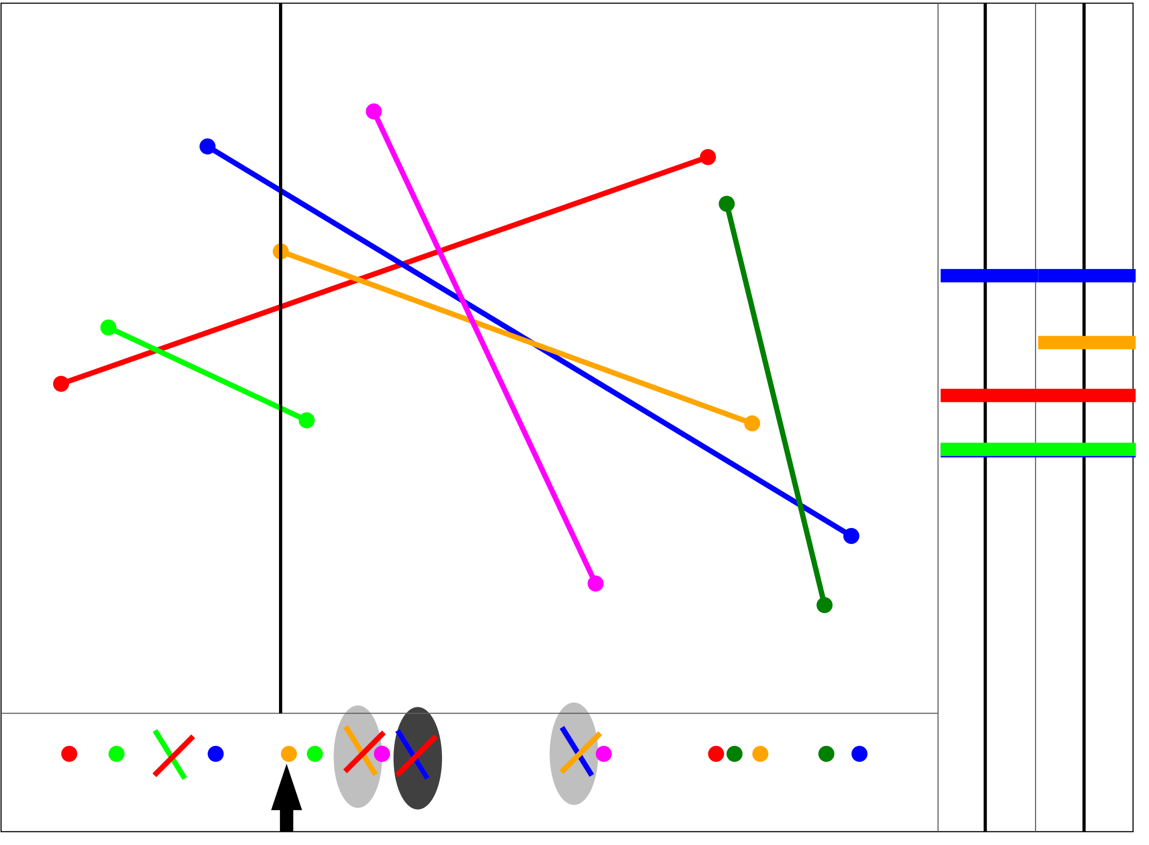


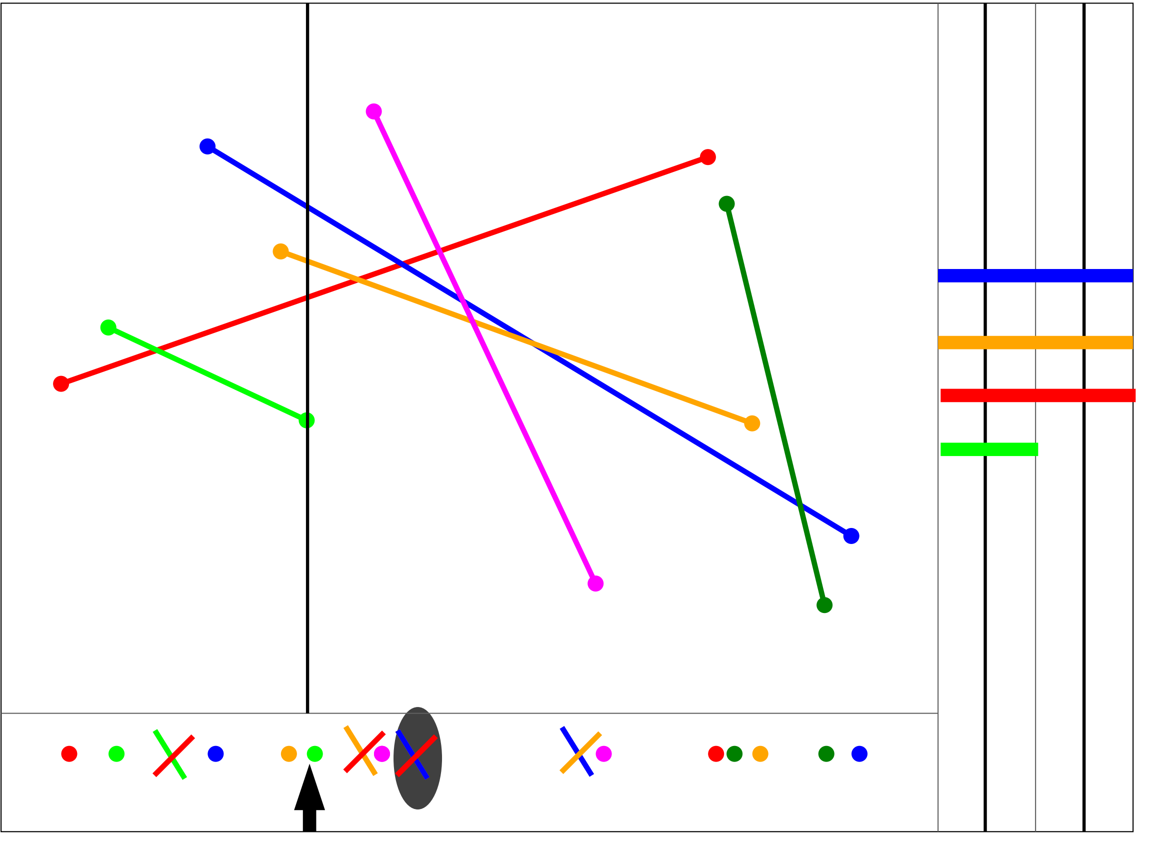


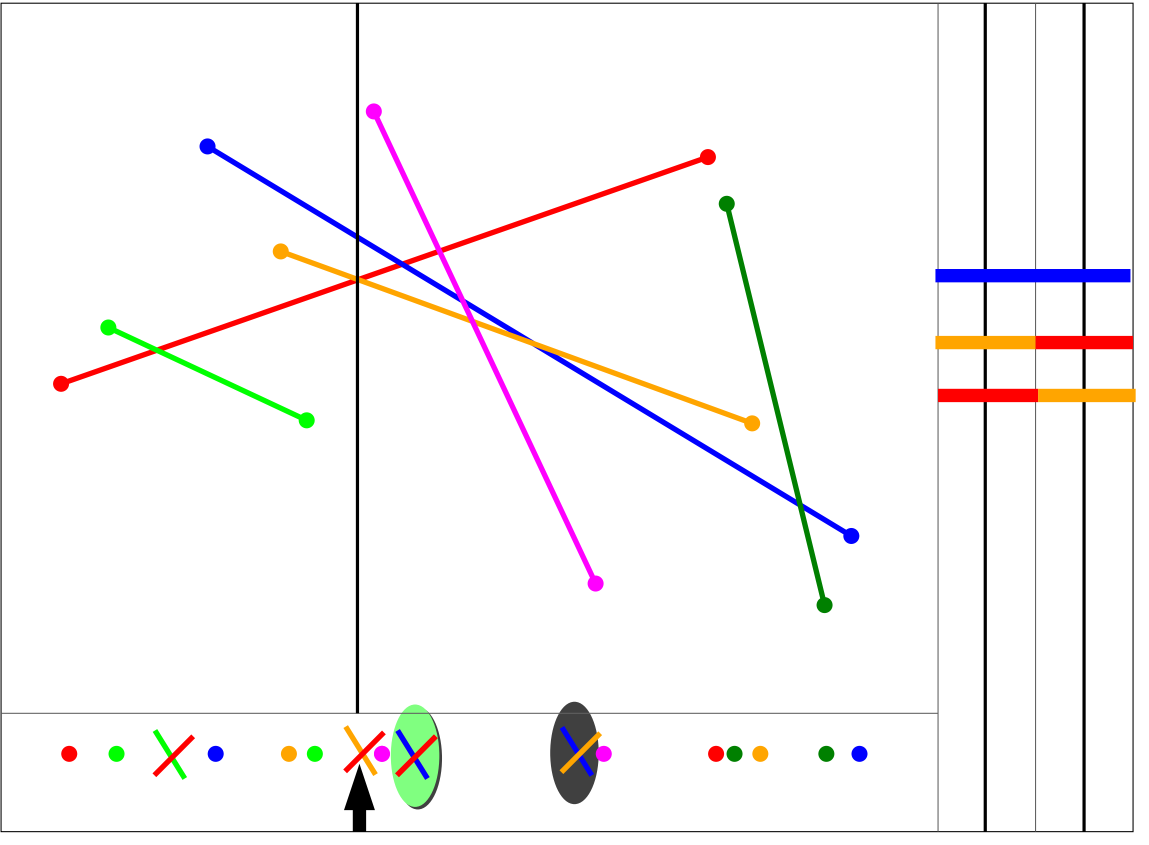


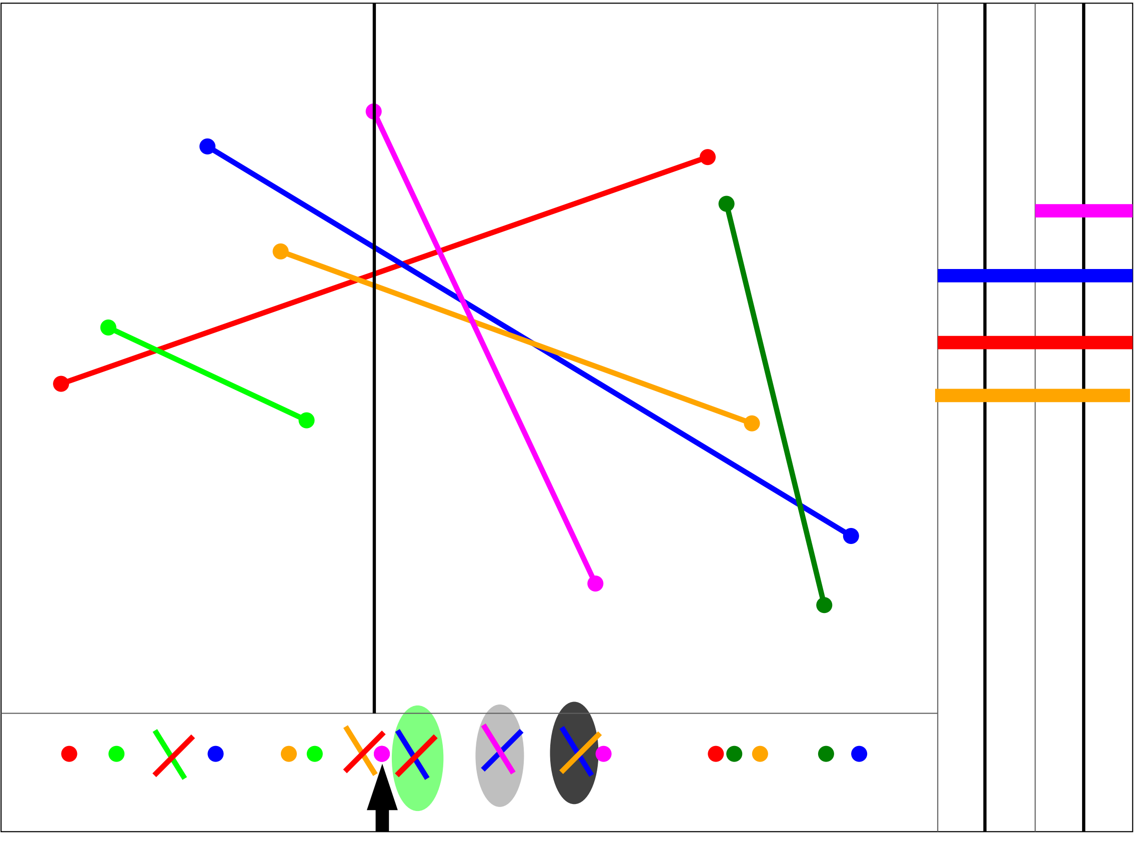


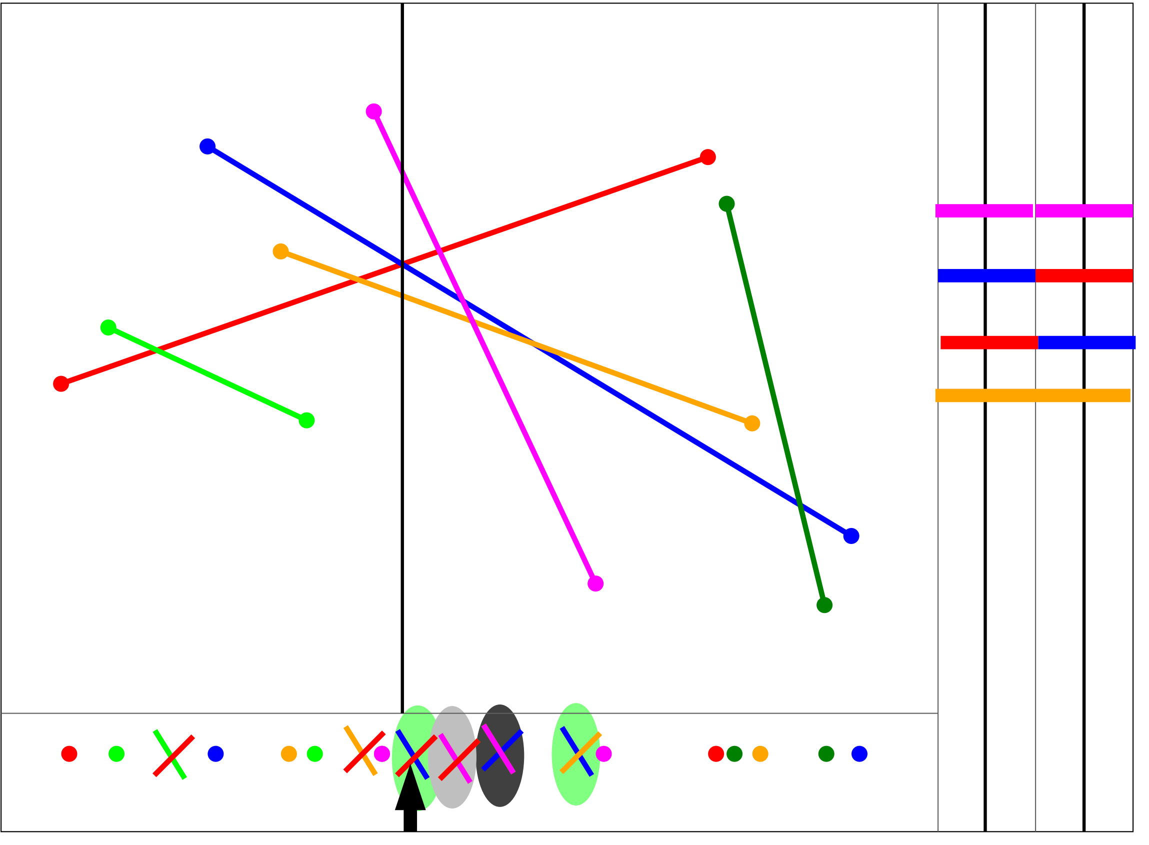


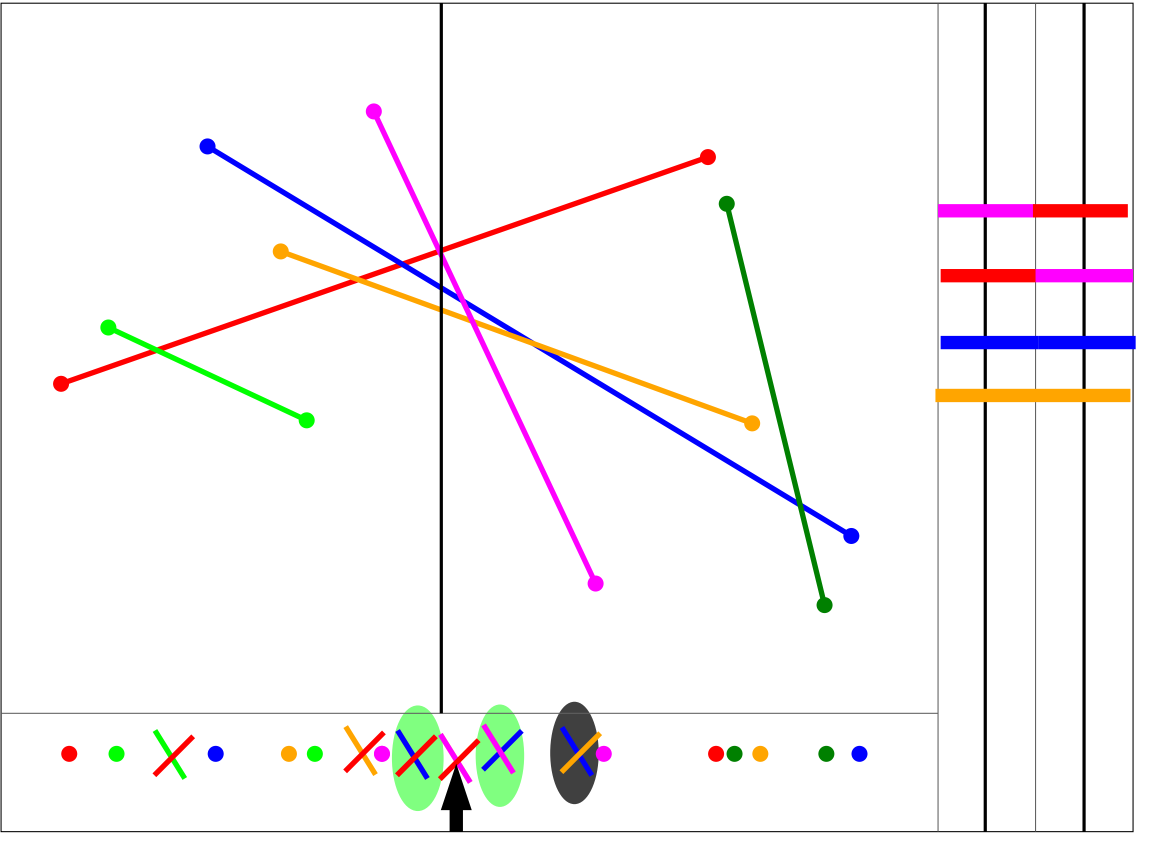


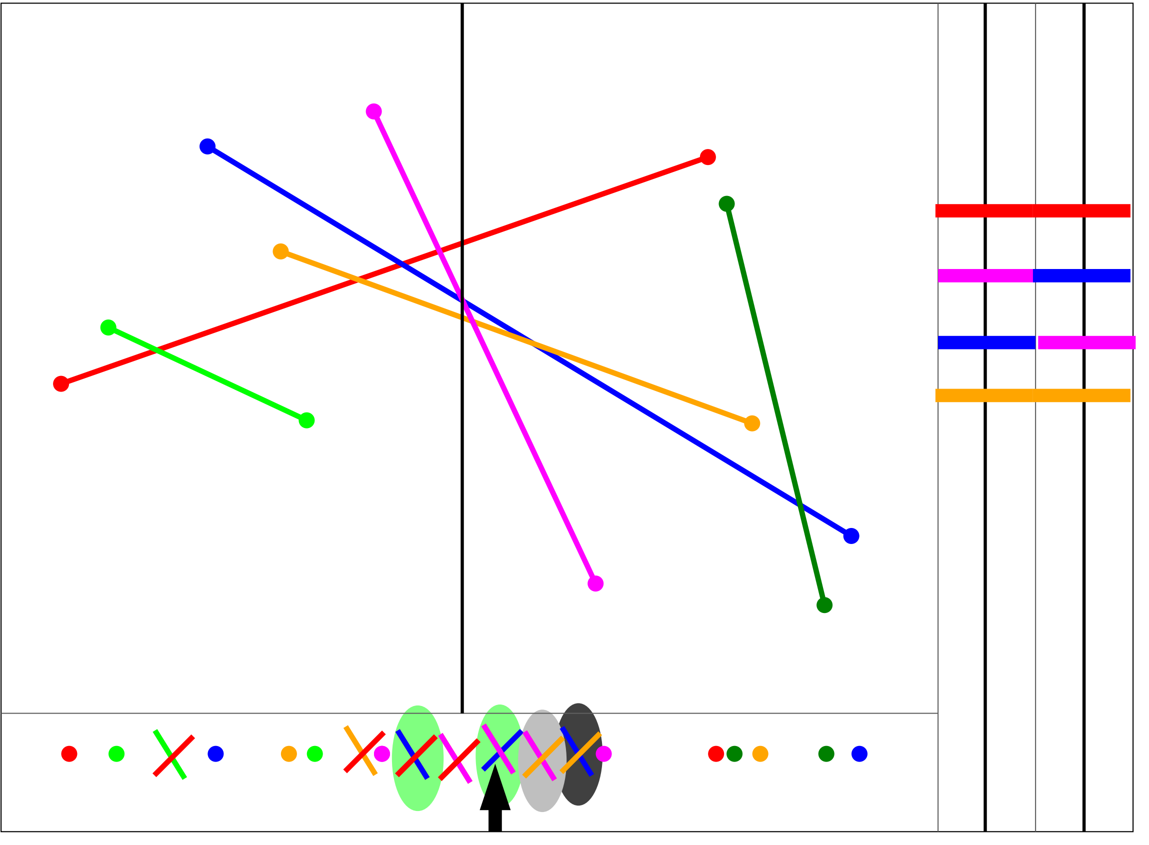


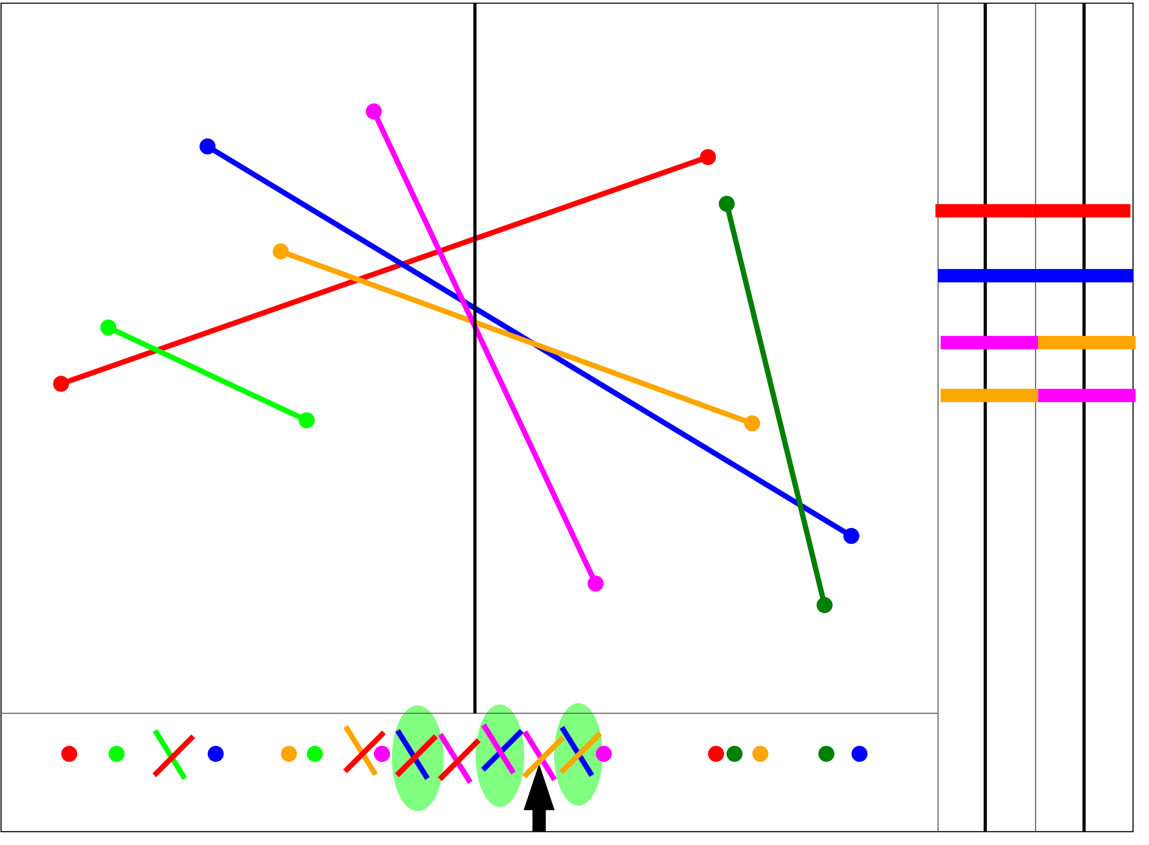


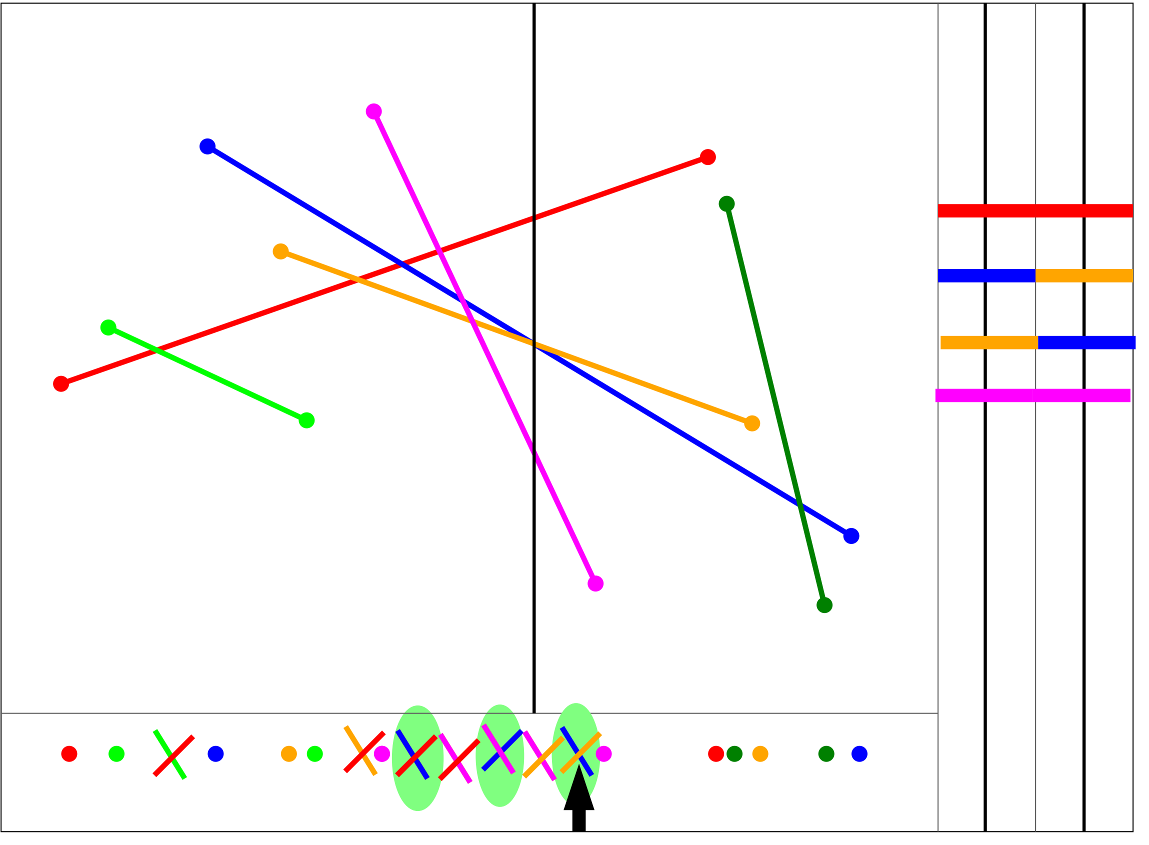


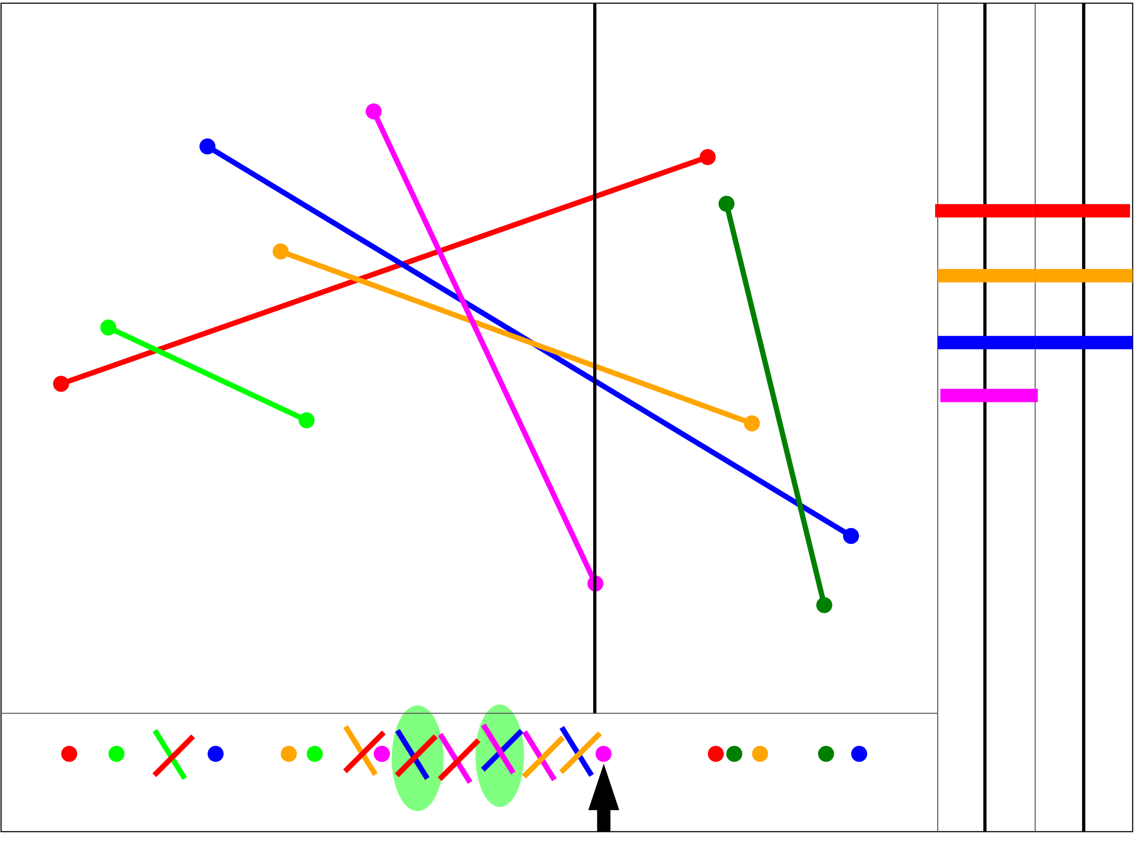


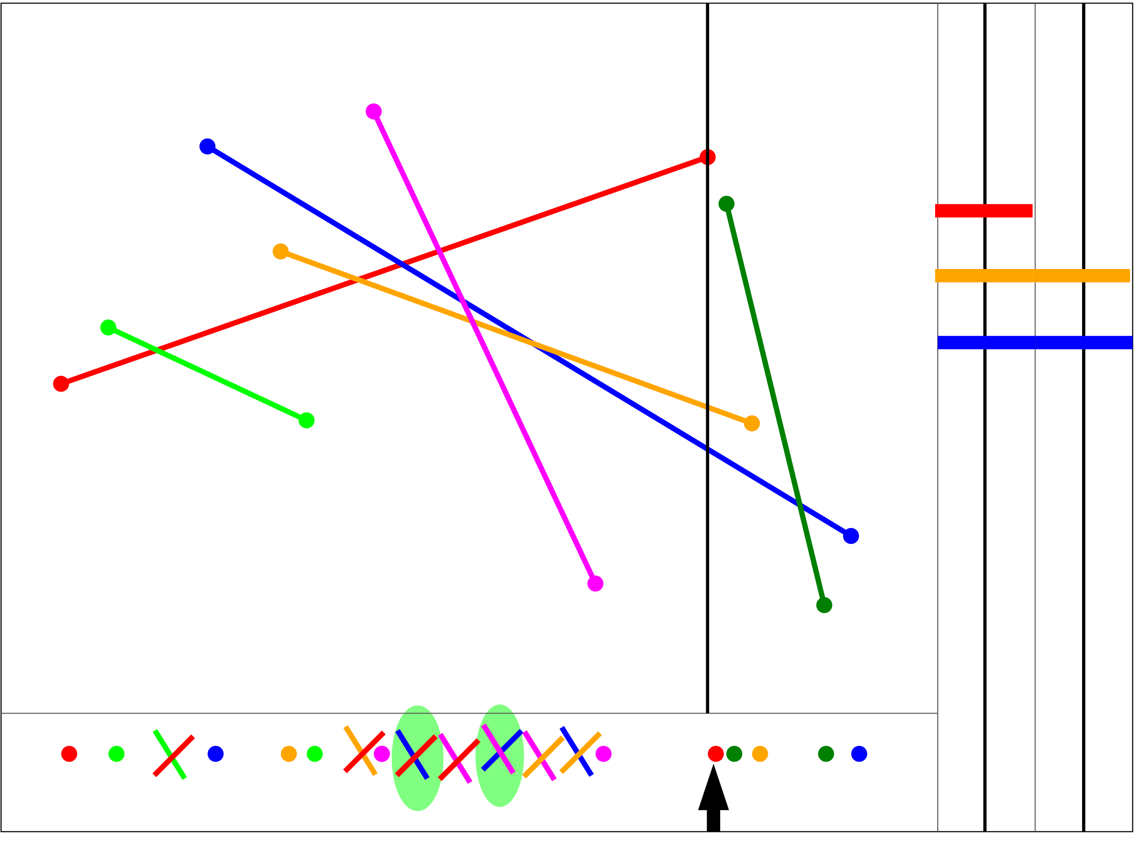


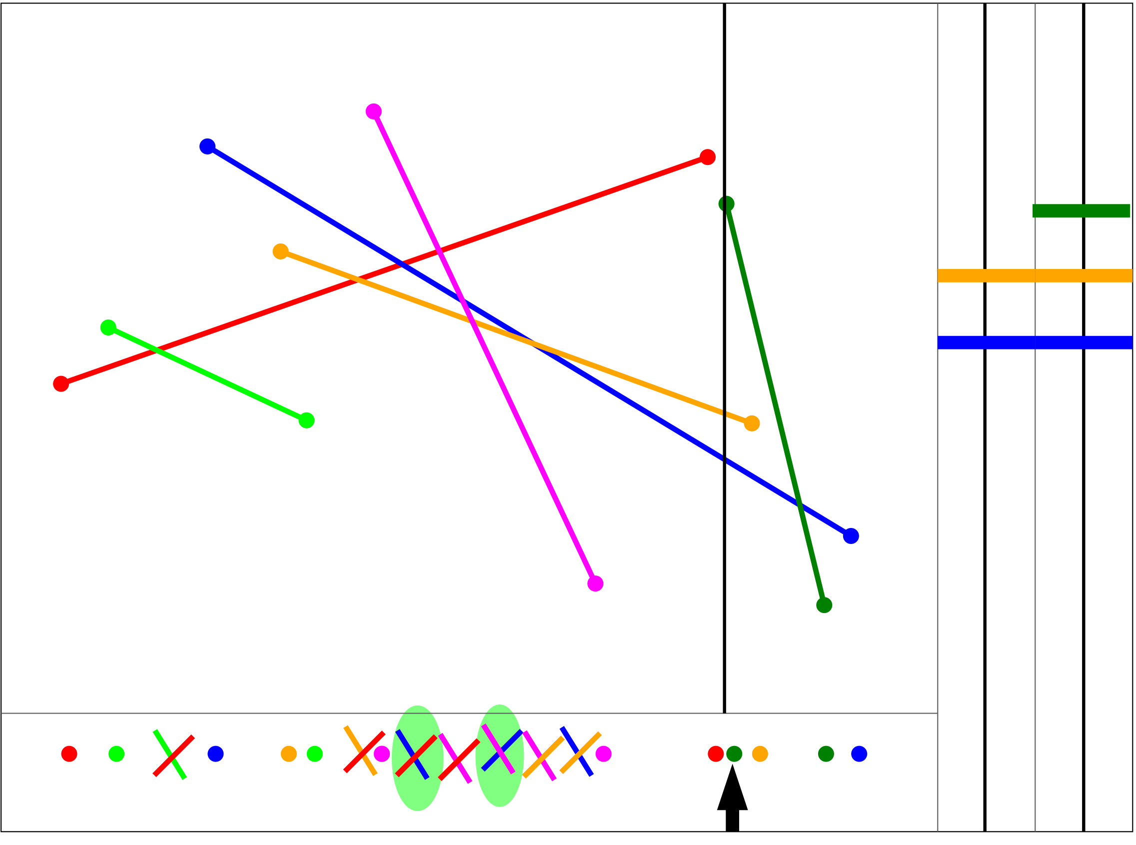


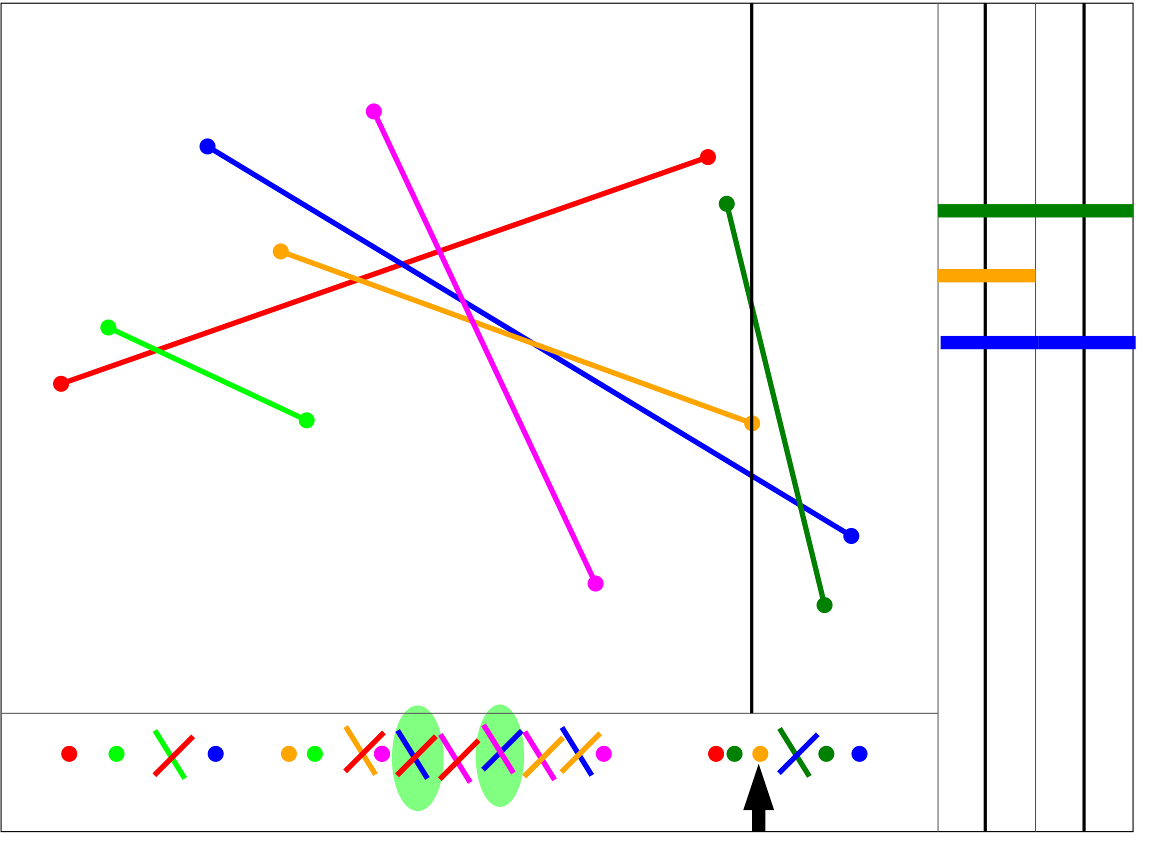


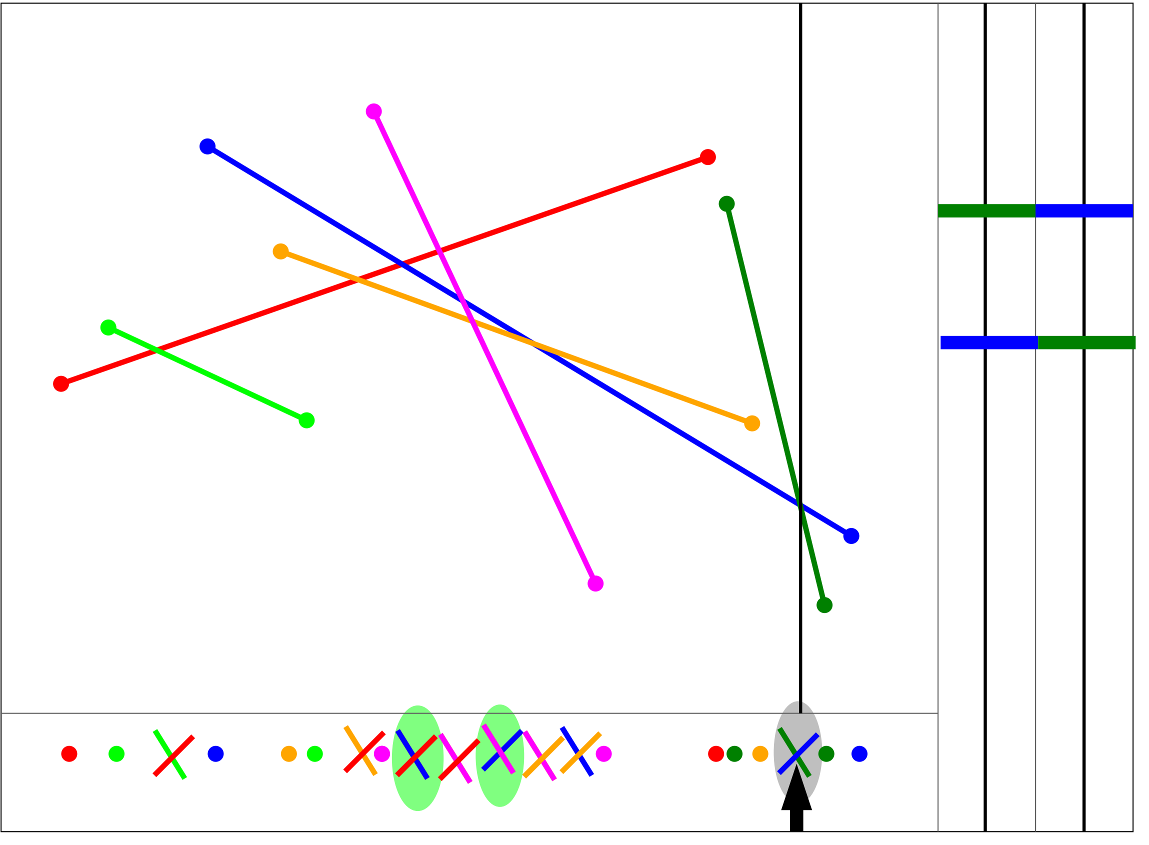


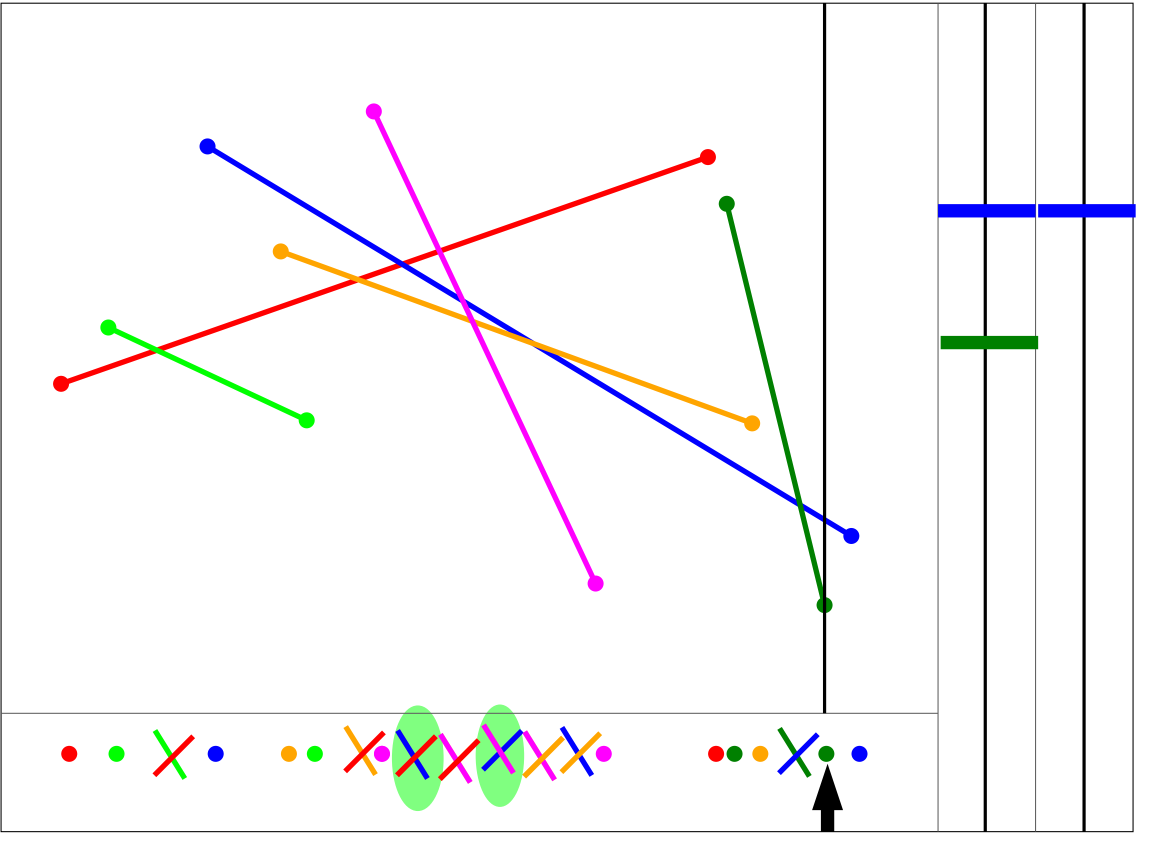


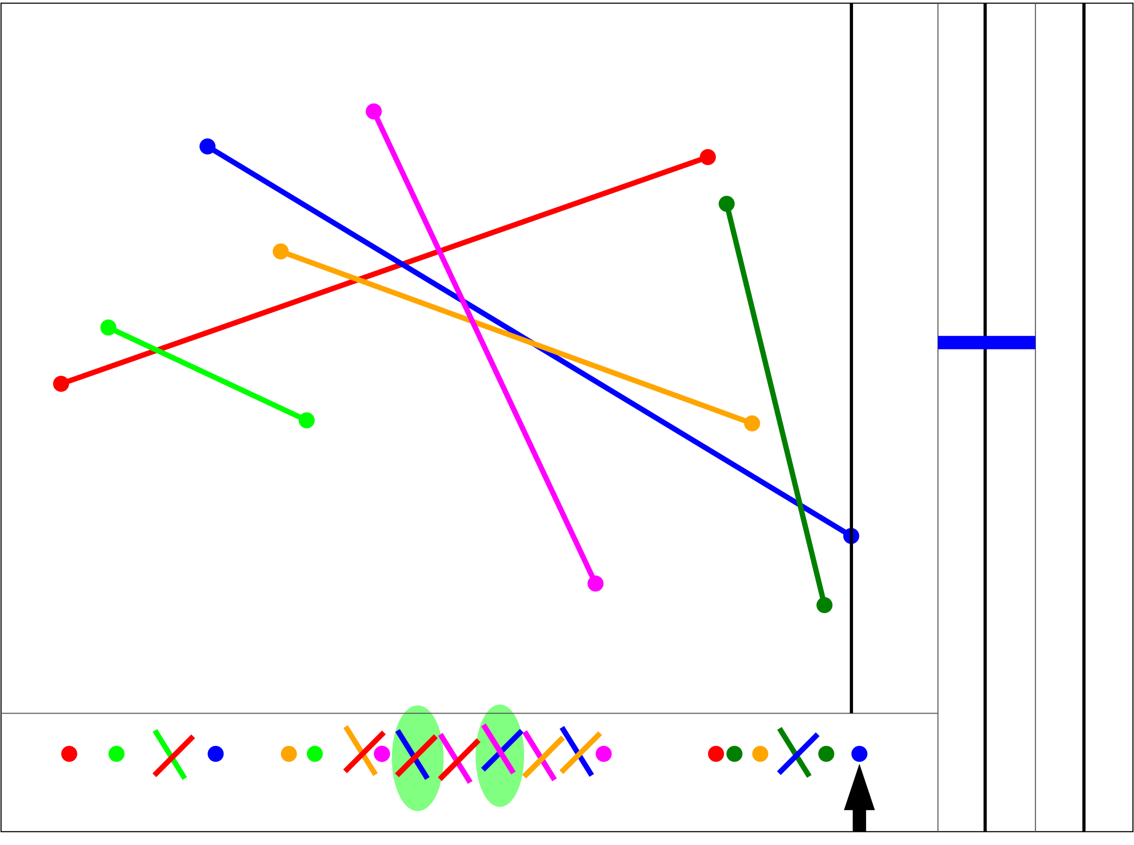


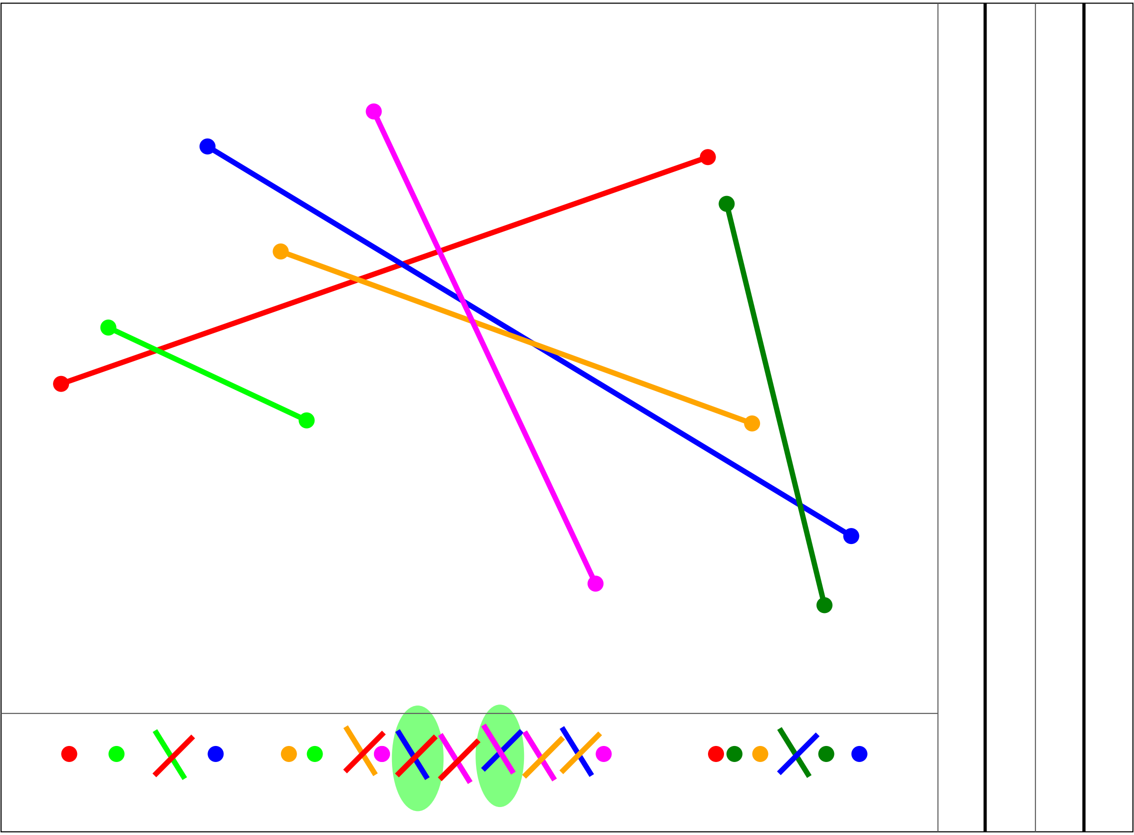


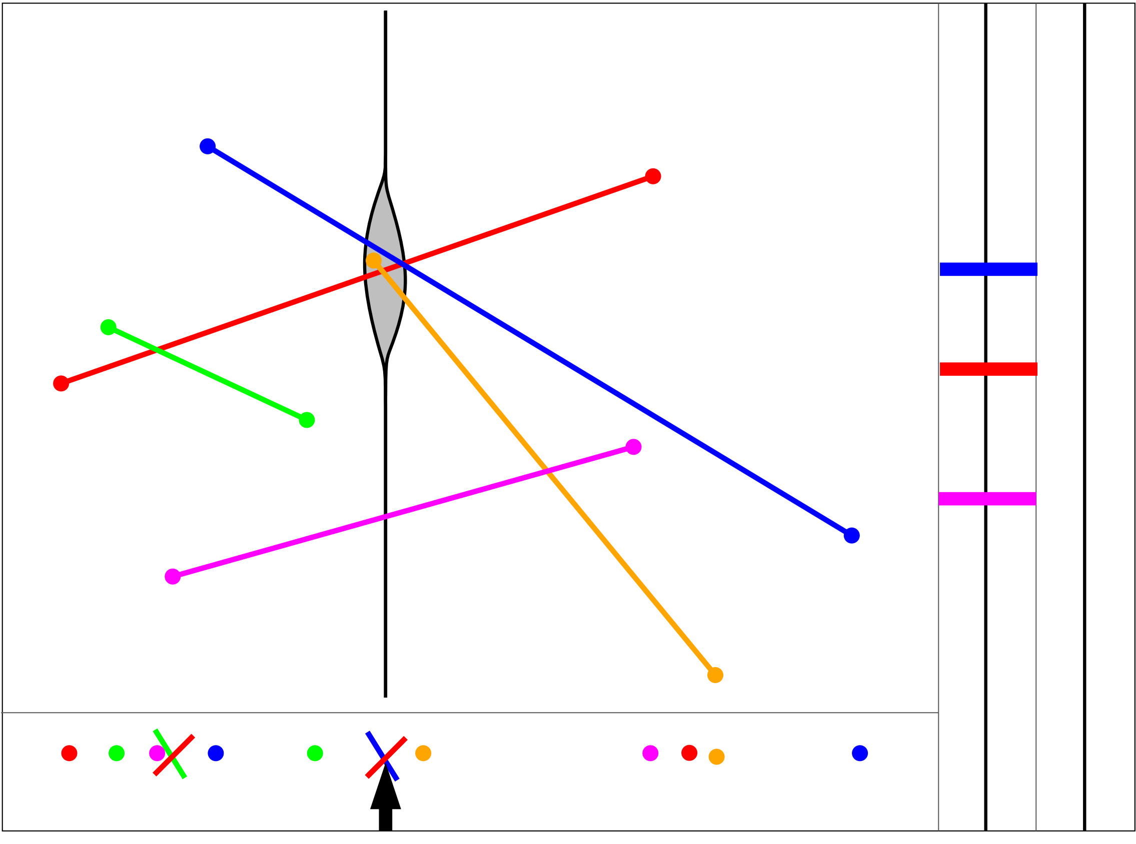


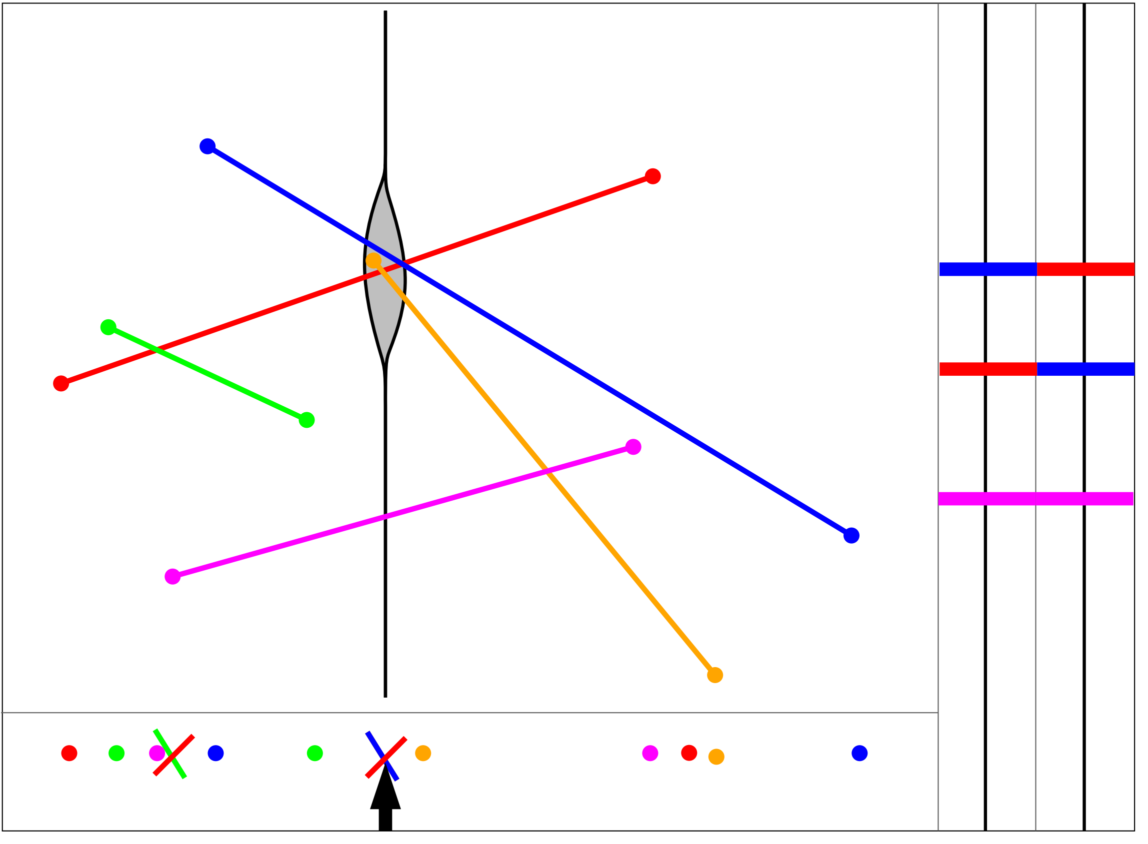


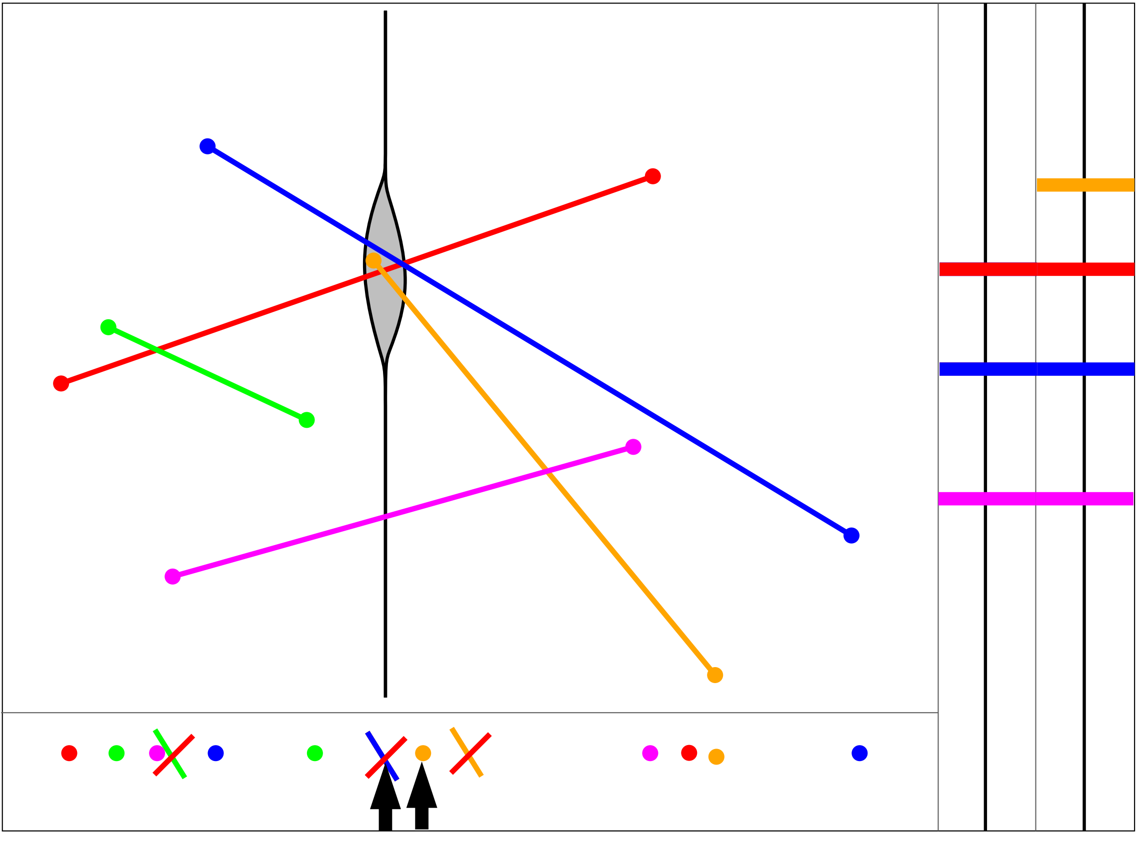


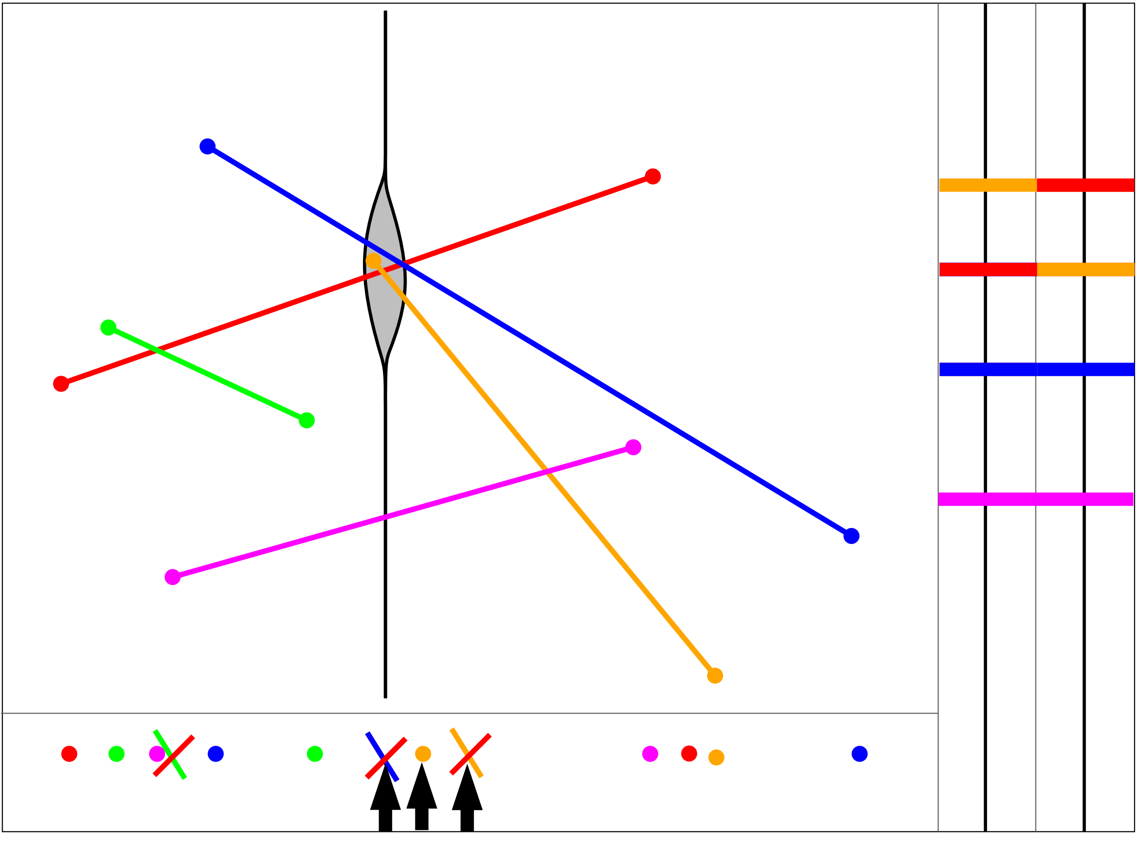


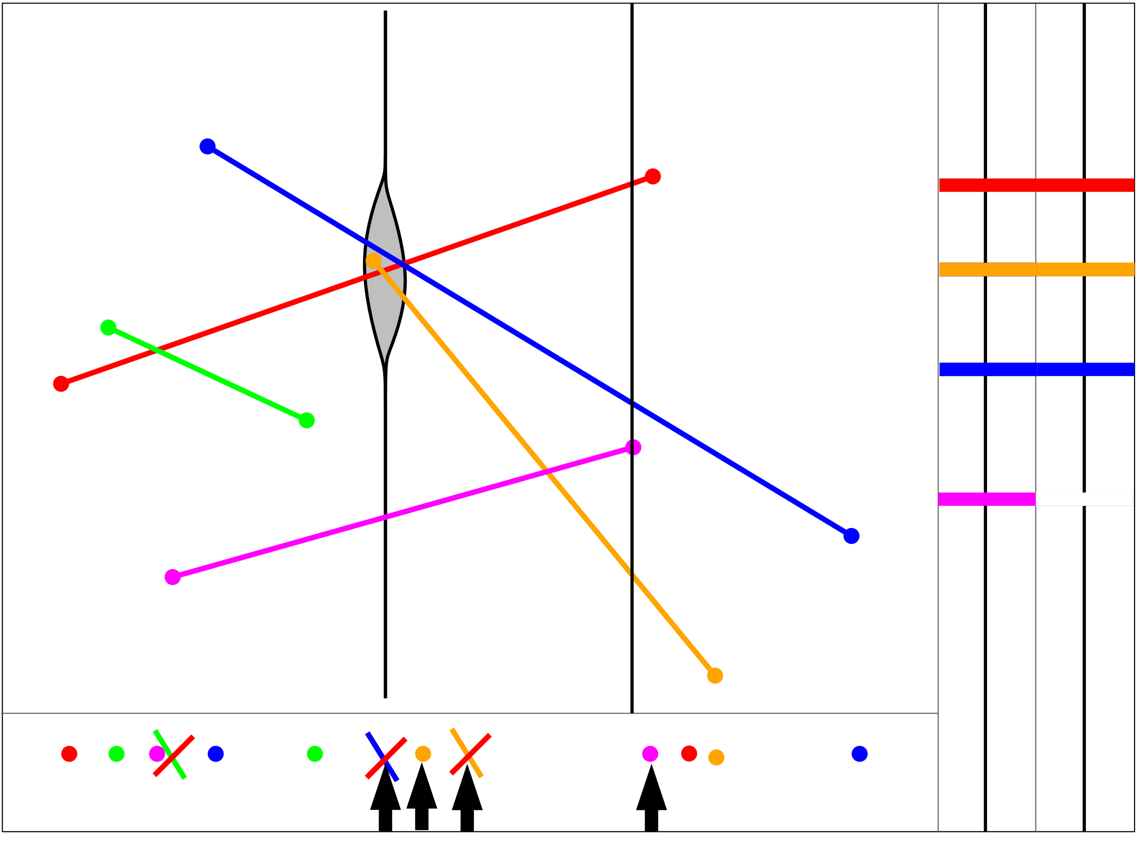


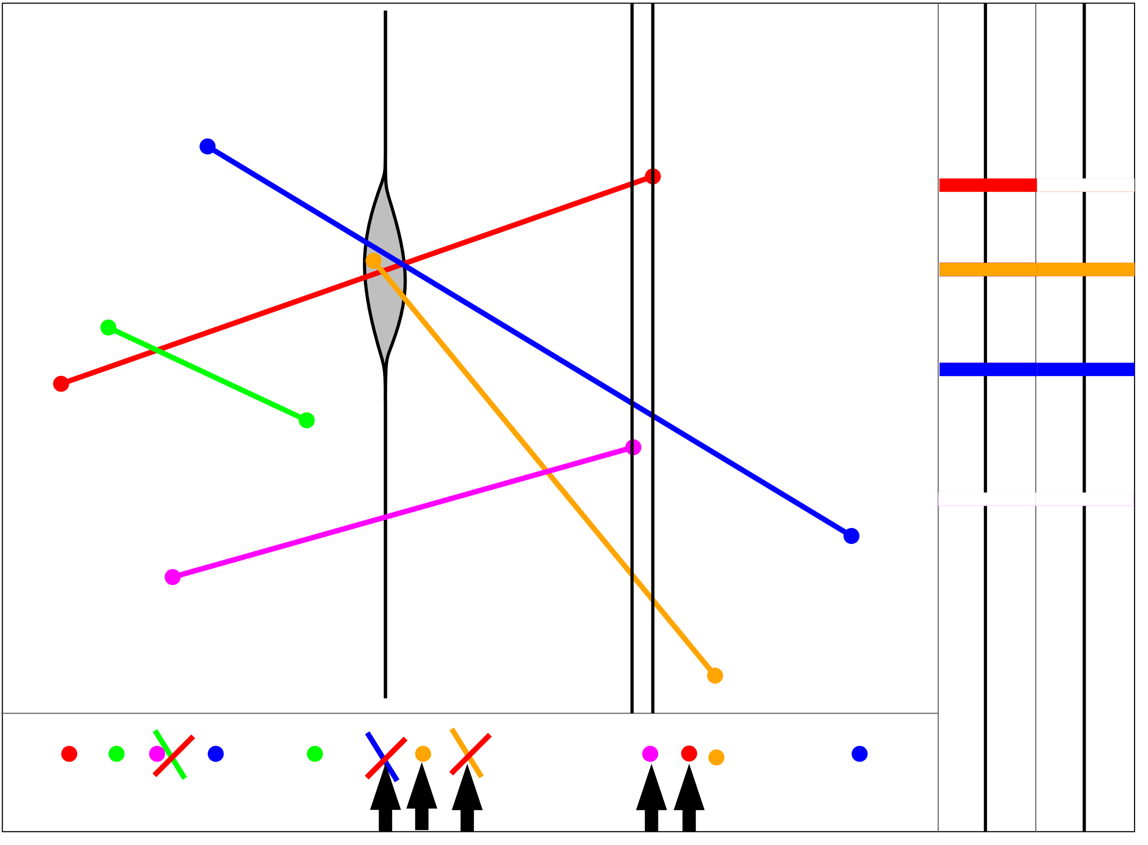


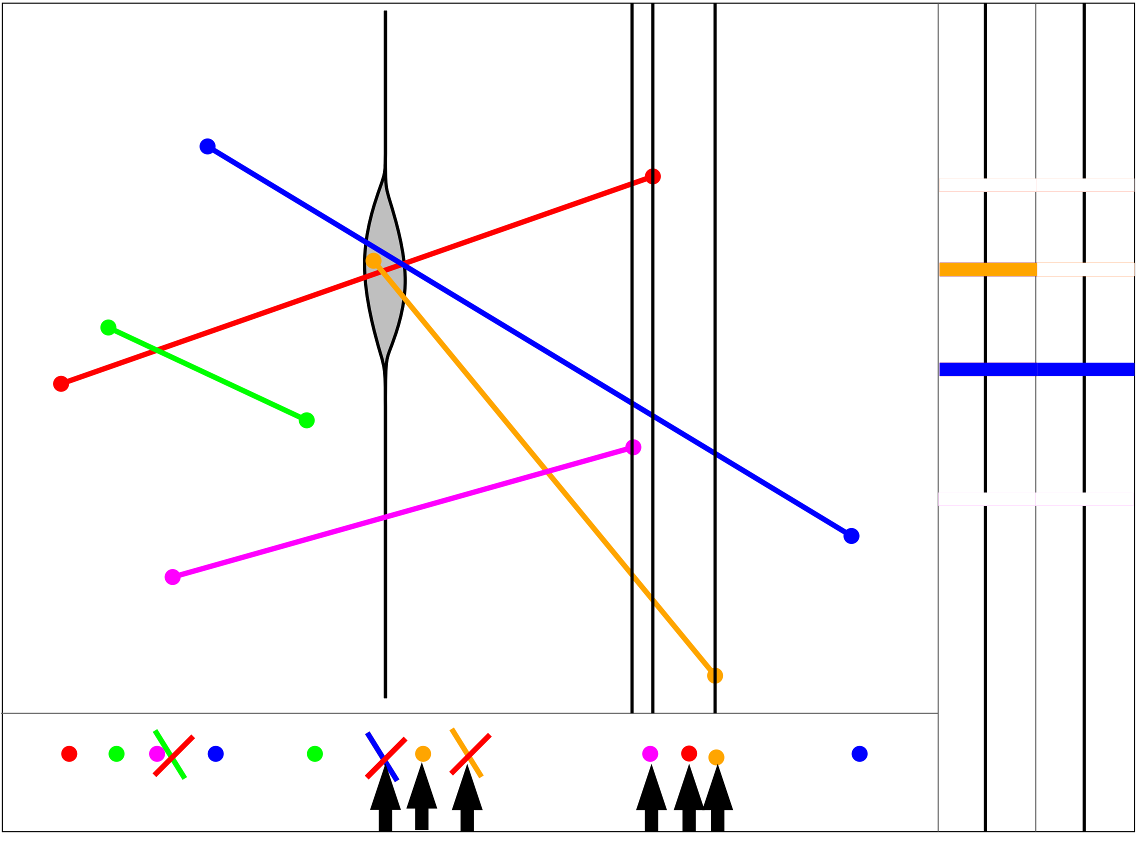


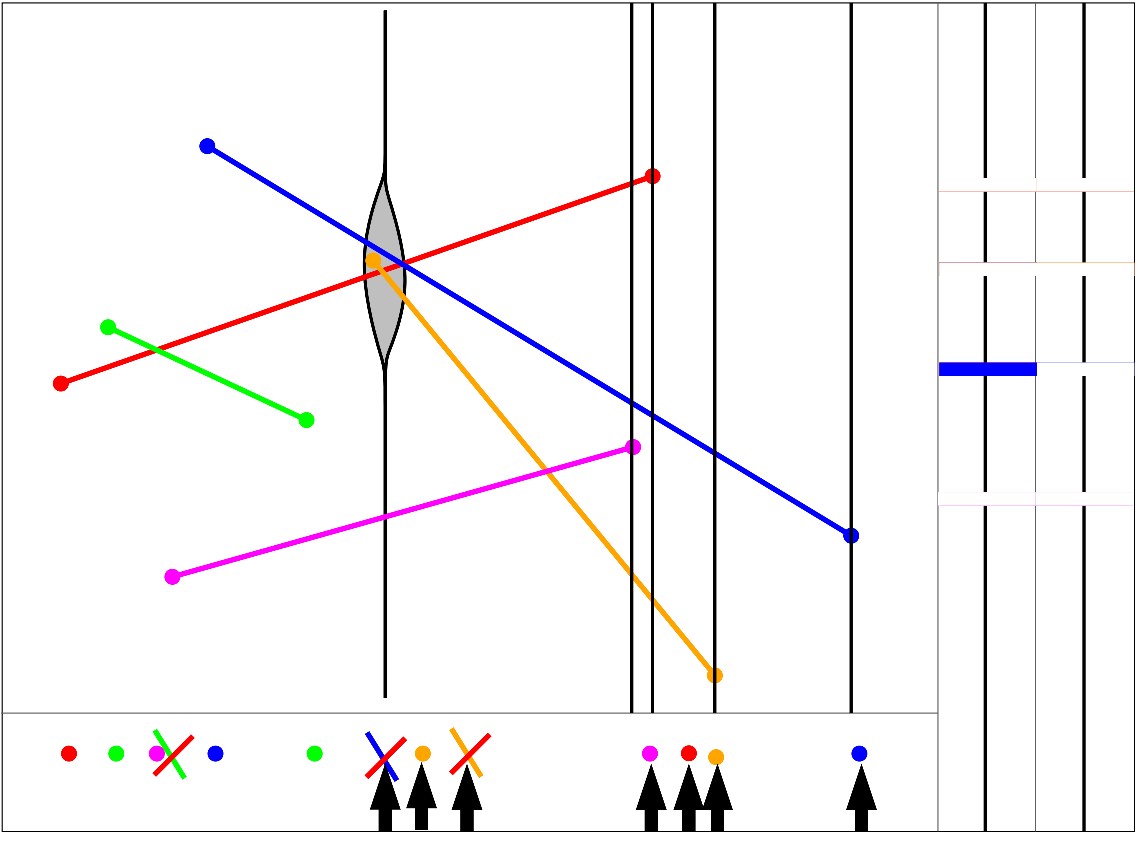


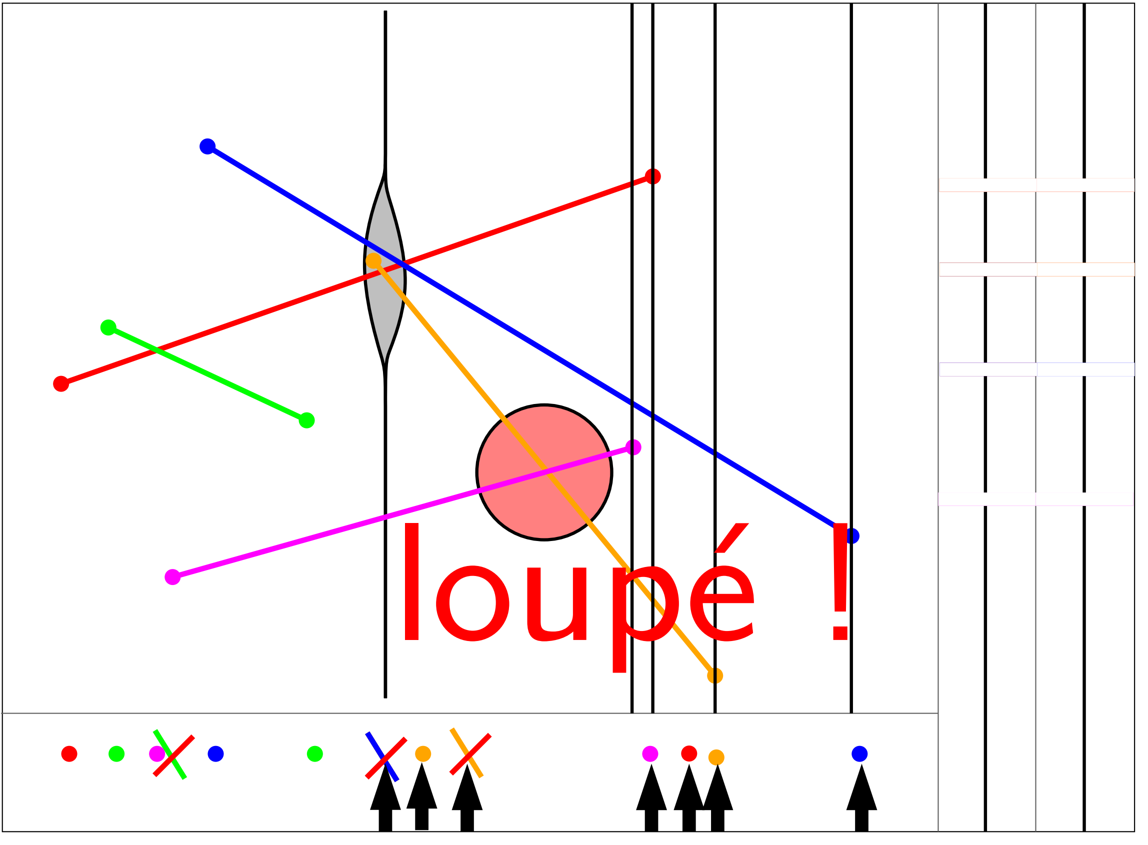




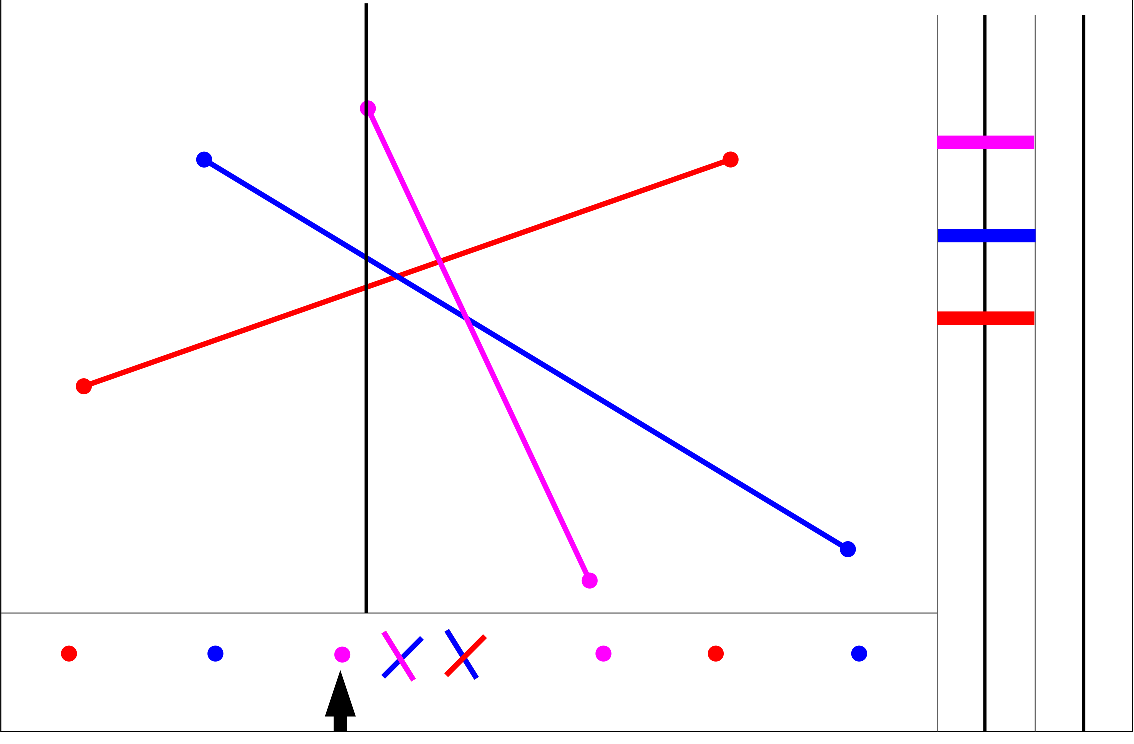




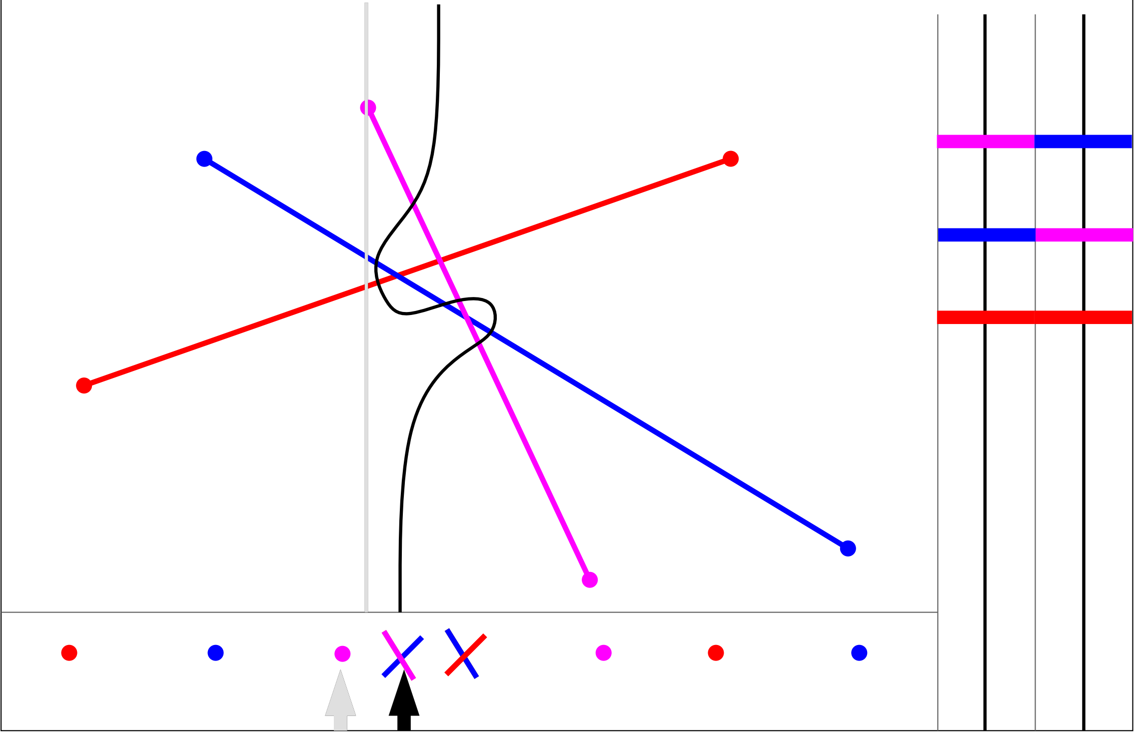



loupé !

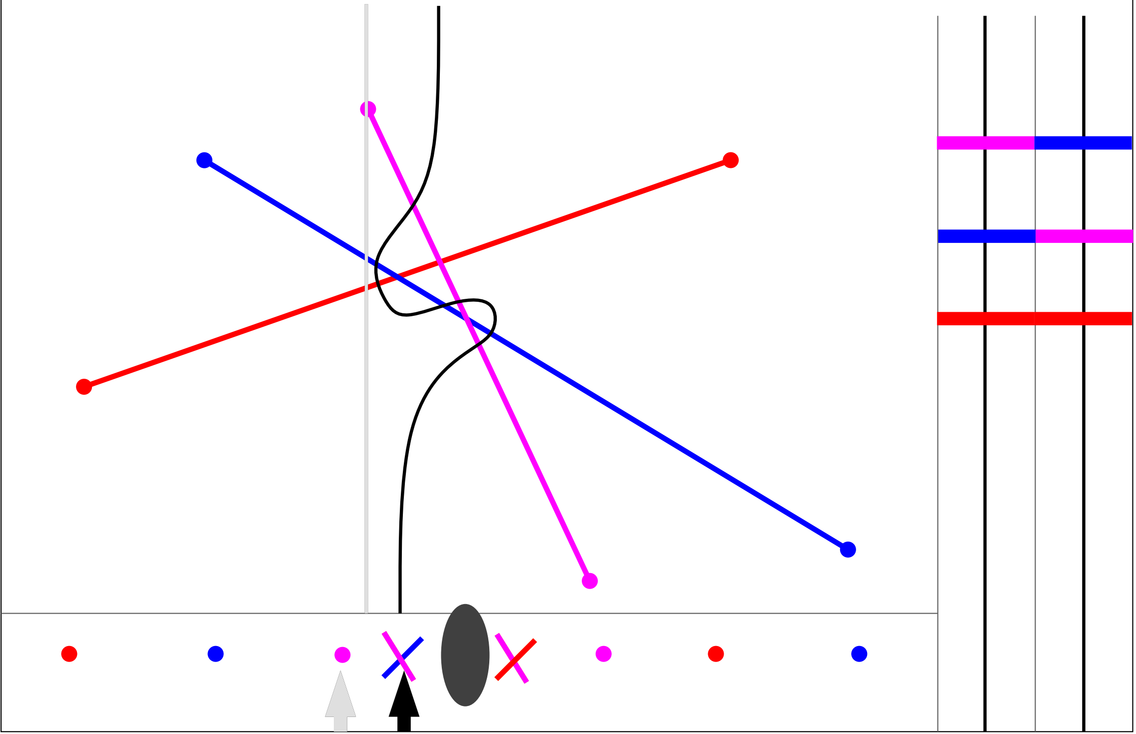
si comparaisons entre • et X exactes



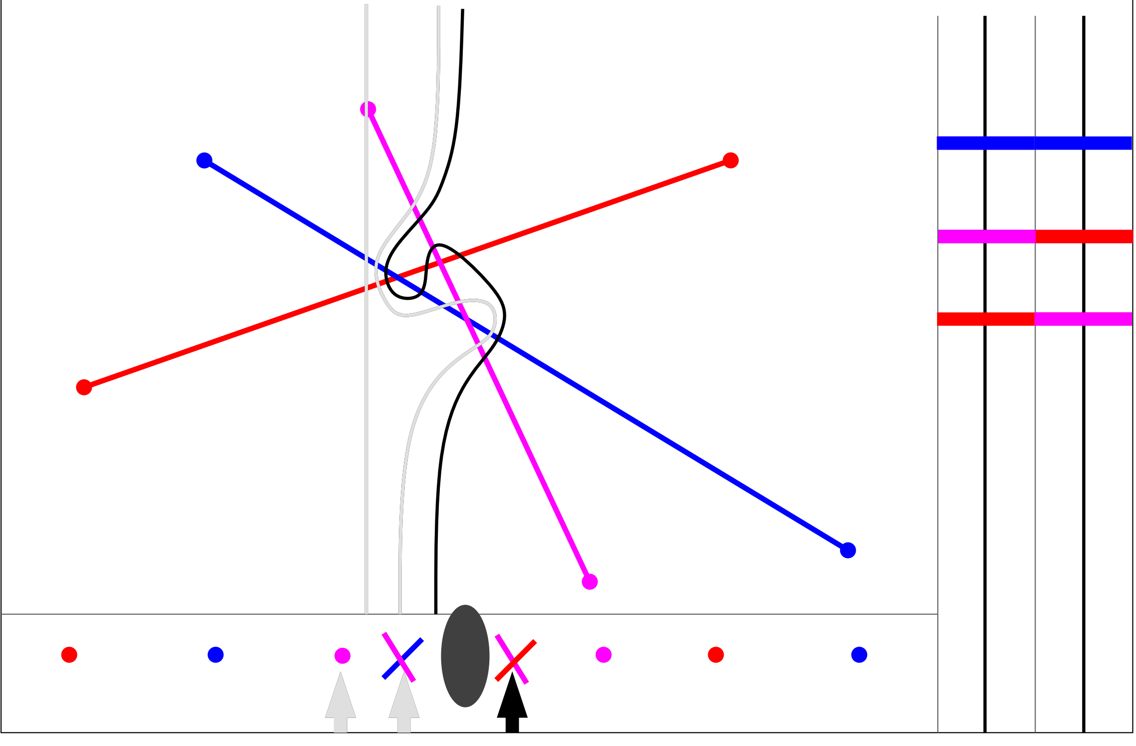
si comparaisons entre • et X exactes



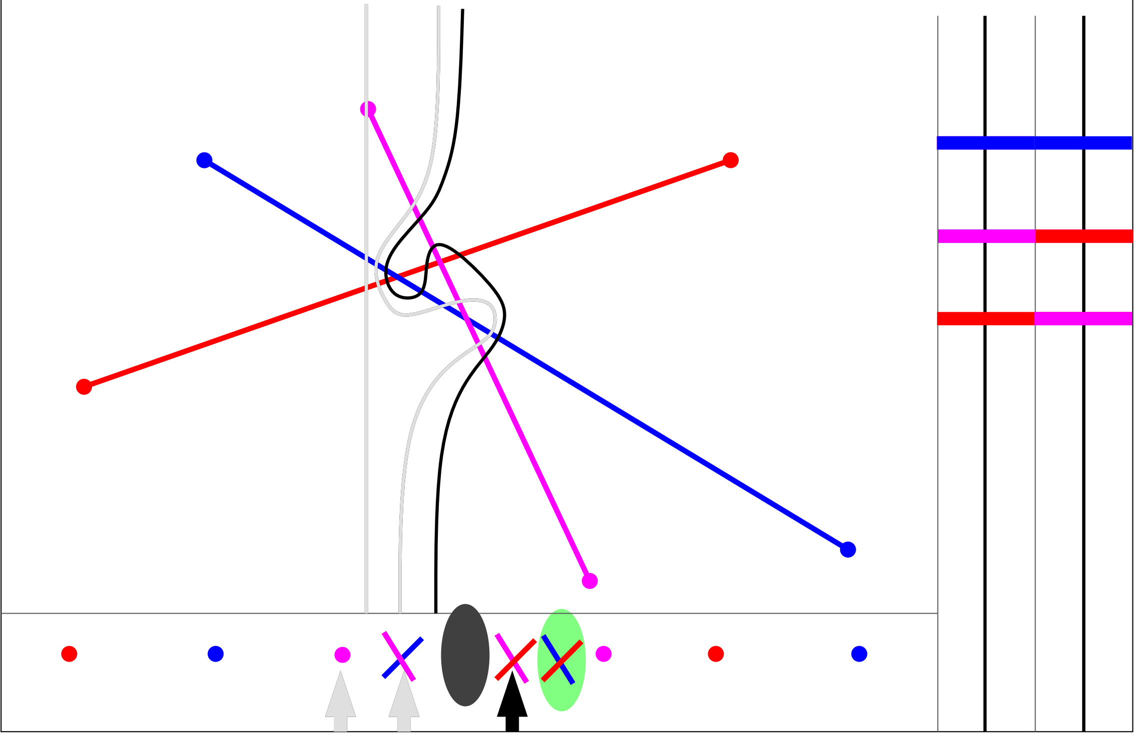
si comparaisons entre • et ╳ exactes



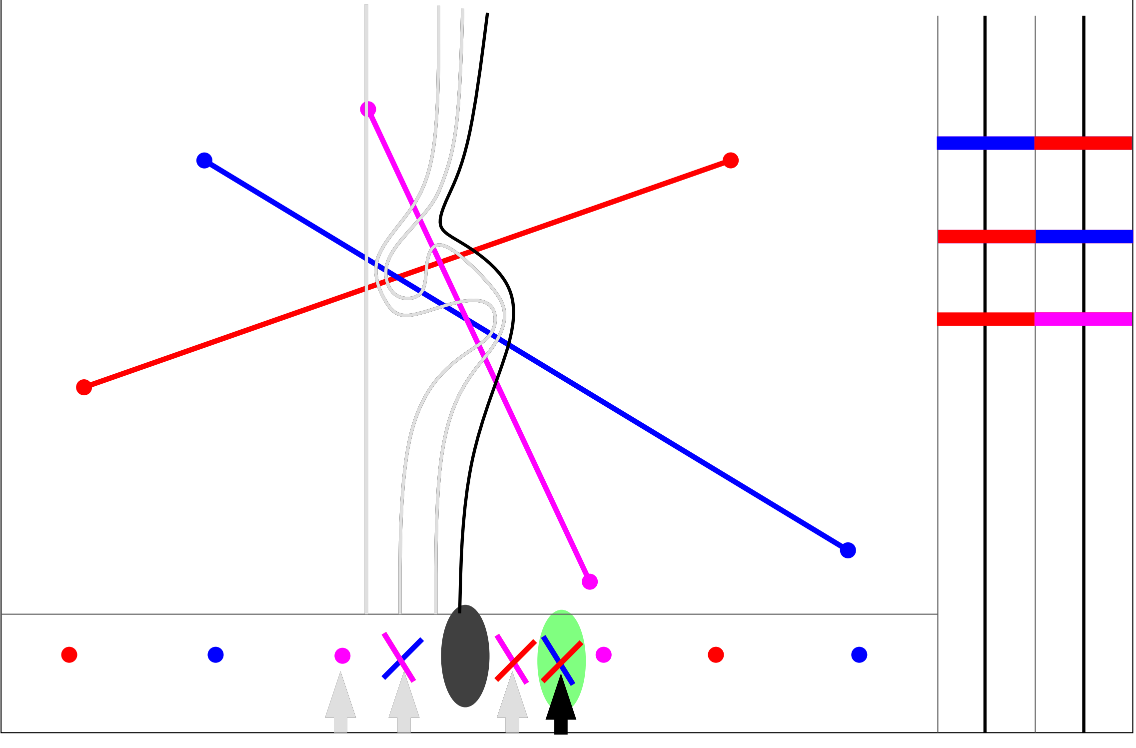
si comparaisons entre • et X exactes



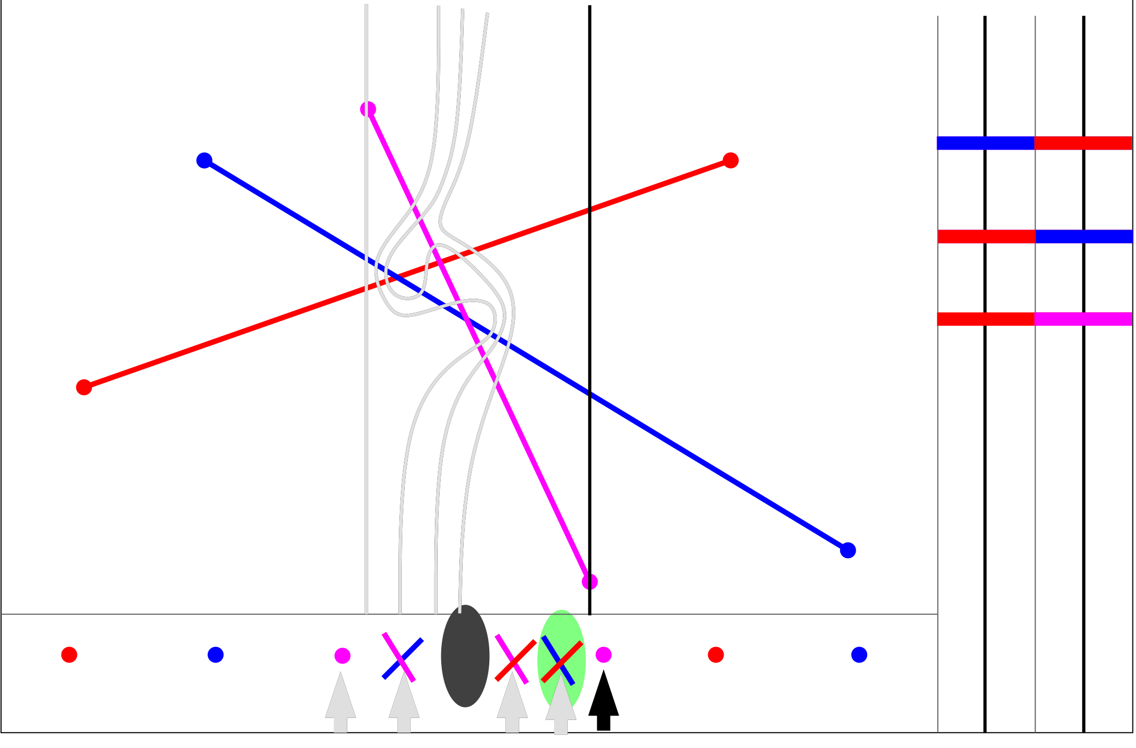
si comparaisons entre • et ╳ exactes



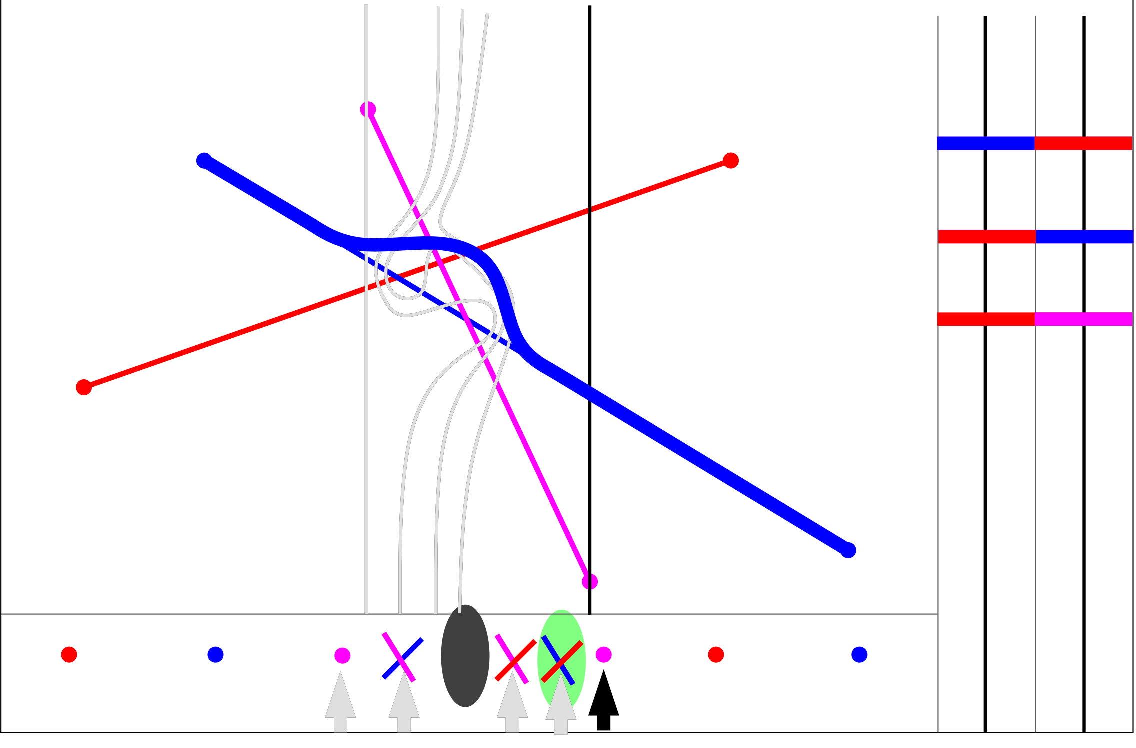
si comparaisons entre • et X exactes

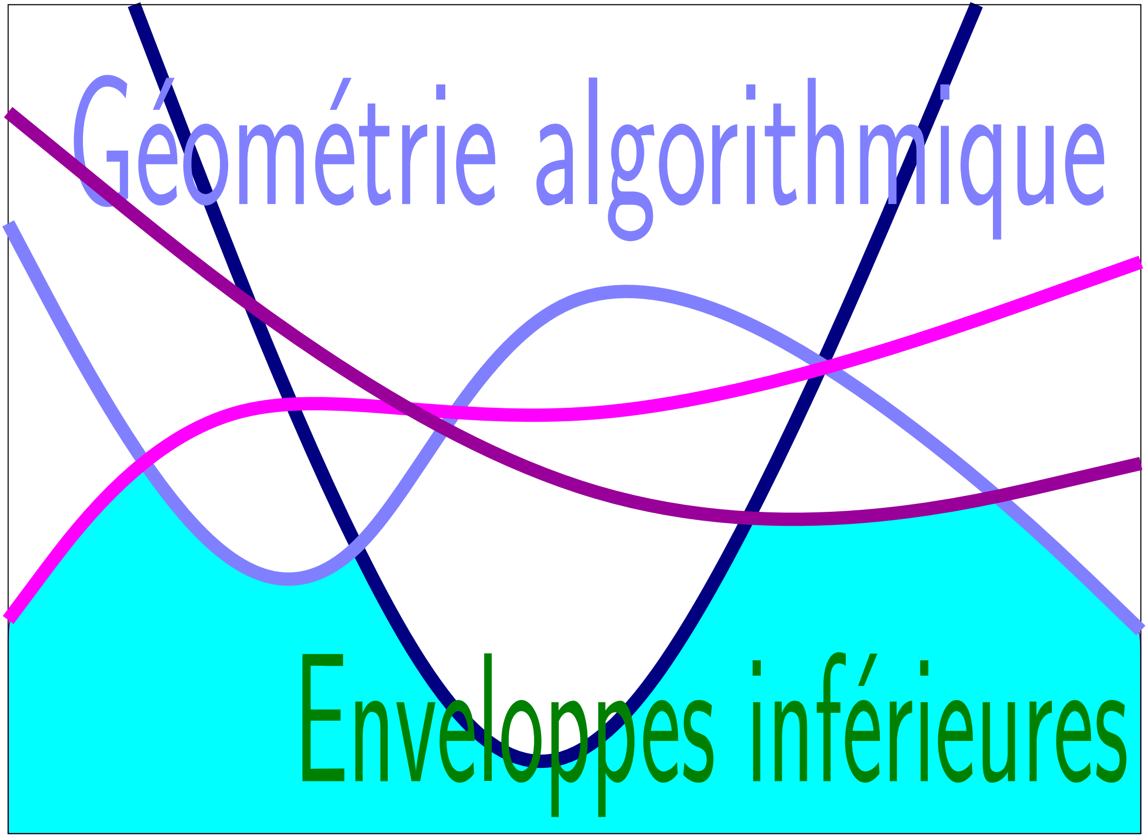


si comparaisons entre • et ✗ exactes



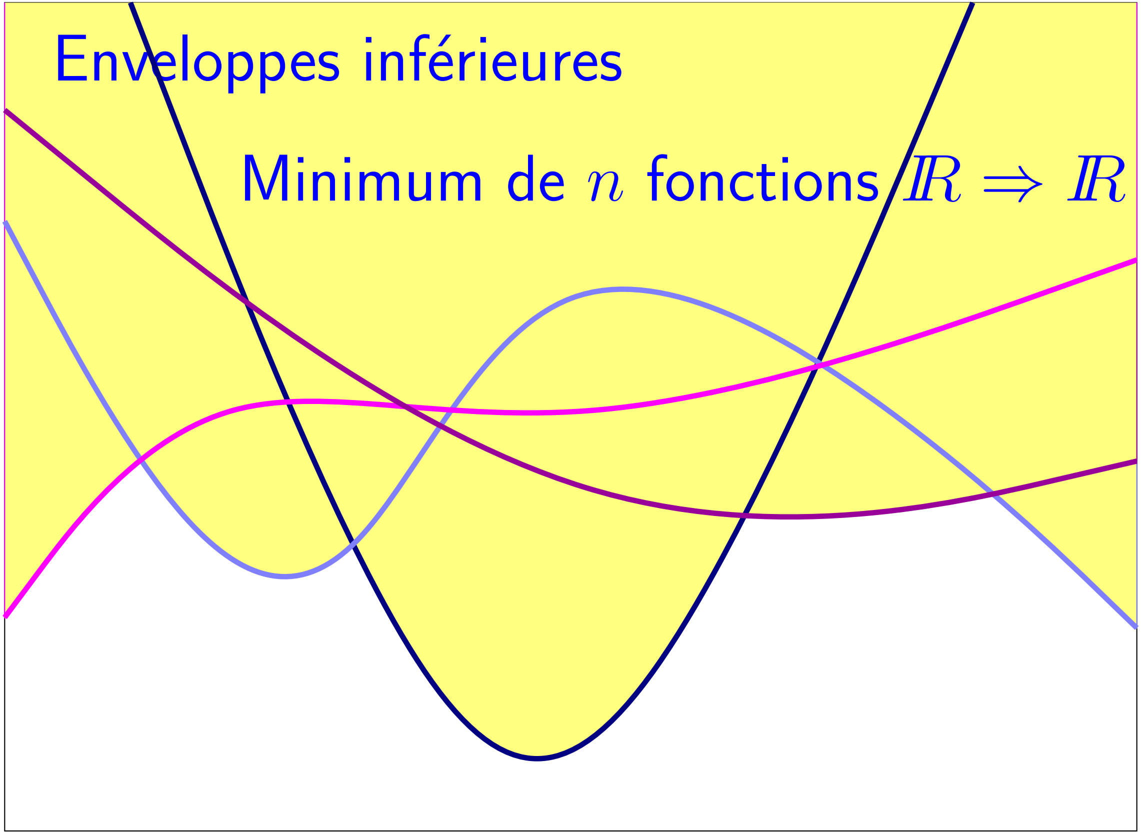
si comparaisons entre • et X exactes

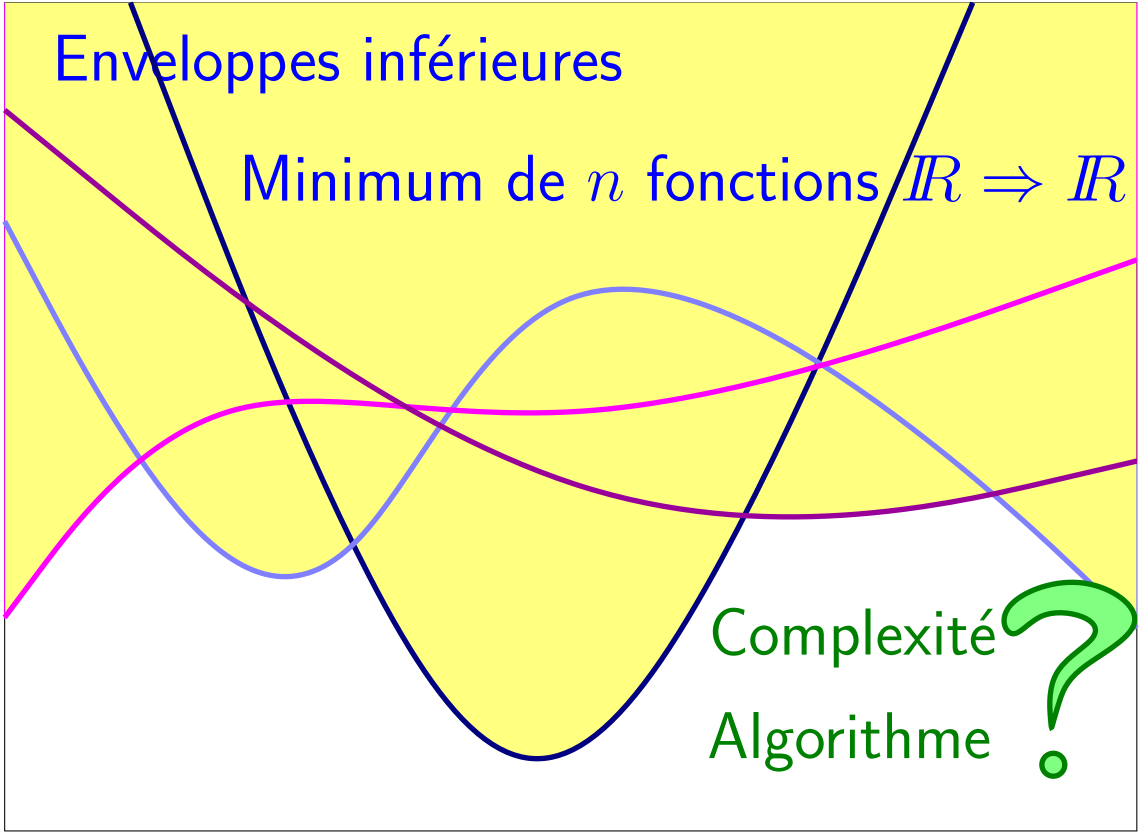


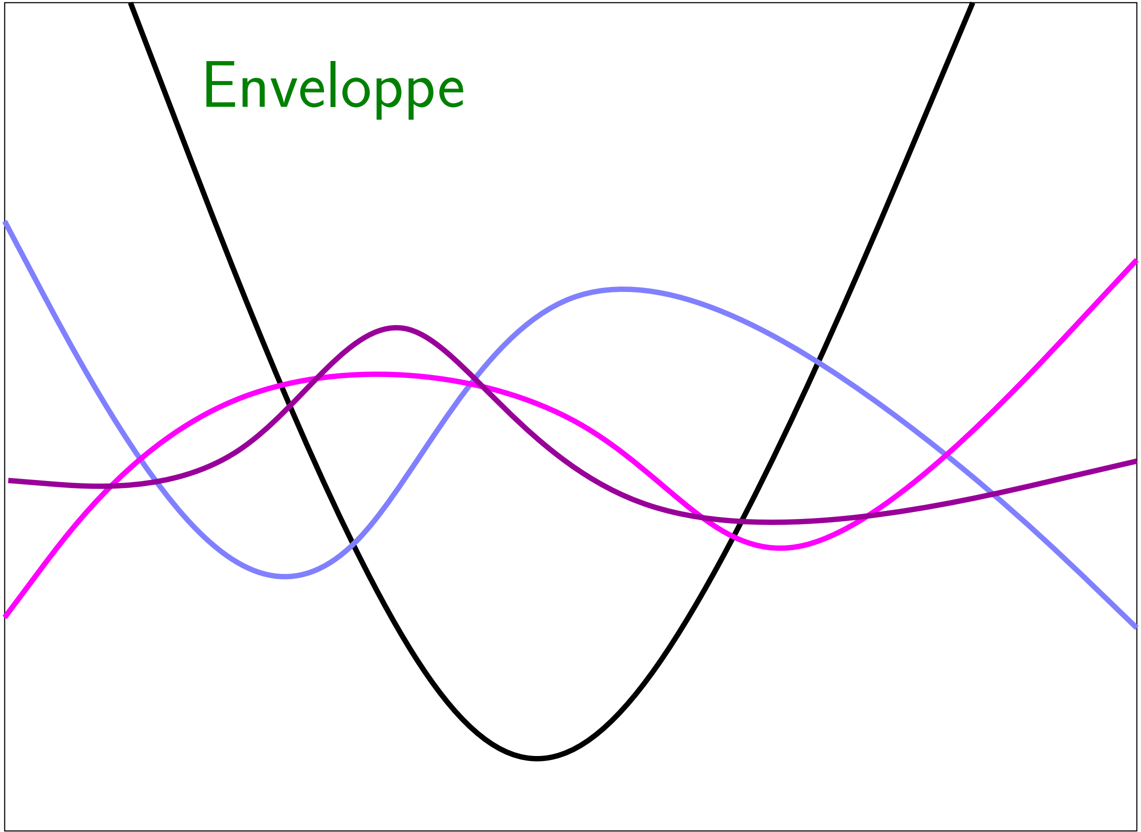

Géométrie algorithmique
Enveloppes inférieures

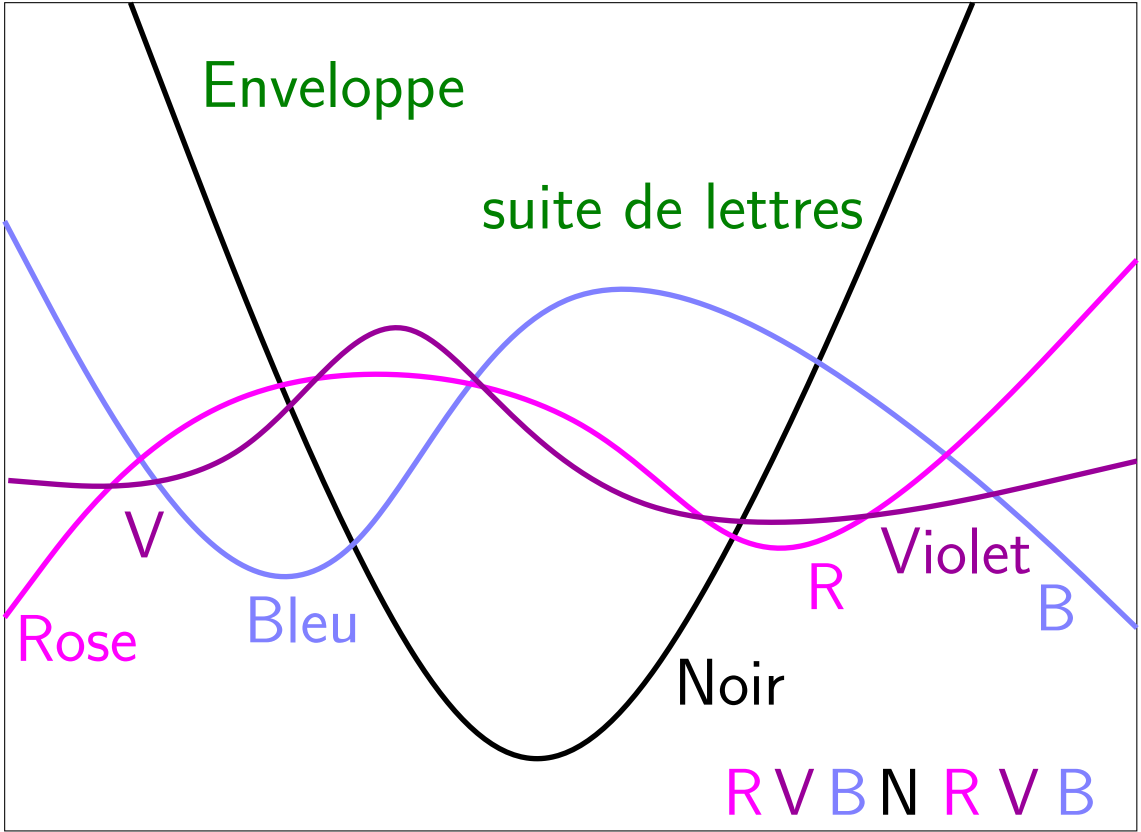
Enveloppes inférieures

Minimum de n fonctions $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$




Enveloppes inférieures
Minimum de n fonctions $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$
Complexité
Algorithme
?


Enveloppe


Enveloppe
suite de lettres
V
Rose
Bleu
R
Violet
B
Noir
R V B N R V B

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

Alphabet à n lettres

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

Alphabet à n lettres

2 lettres consécutives $\neq$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

Alphabet à n lettres

2 lettres consécutives $\neq$

Pas de sous suite $ababab$ de longueur $s+2$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

Alphabet à n lettres

2 lettres consécutives $\neq$

Pas de sous suite $ababab$ de longueur $s+2$

« Une séquence de Davenport Schinzel »

est une séquence de DS d'ordre 5

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

longueur ?

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

longueur ?

$$\lambda_s(n)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 1

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 1

$\lambda_1(n)$?

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 1

$\lambda_1(n)$?

$$\lambda_1(n) = n$$

évident

abcdefghijkl

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 2

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 2

$\lambda_2(n)$?

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 2

$\lambda_2(n) = 2n - 1$ par récurrence

$\lambda_2(n)$?

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 2

$$\lambda_2(n) = 2n - 1$$ par récurrence

si $a \notin S'$ $\quad |S| \leq 1 + \lambda_2(n-1) = 2n - 2$

si $a \in S'$ $\quad S = aS_1aS_2 \quad a \notin S_1$

S_1 utilise k lettres

$$|S| \leq 1 + \lambda_2(k) + \lambda_2(n-k) = 2n - 1$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 2

$\lambda_2(n) = 2n - 1$ par récurrence

si $a \notin S'$ $|S| \leq 1 + \lambda_2(n-1) = 2n - 2$

si $a \in S'$ $S = aS_1aS_2$ $a \notin S_1$

S_1 utilise k lettres

$$|S| \leq 1 + \lambda_2(k) + \lambda_2(n-k) = 2n - 1$$

abacadaeafagahaiaja

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

1	2	2	2	2
2				
3				
4				
n				

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

1	2	2	2	2
2	4			
3	6			
4	8			
n	$2n$			

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

1	2	2	2	2
2	4	4		
3	6	8		
4	8	16		
n	$2n$	2^n		

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

1	2	2	2	2
2	4	4	4	
3	6	8	16	
4	8	16	65536	
n	$2n$	2^n	$2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$ n	

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

1	2	2	2	2
2	4	4	4	4
3	6	8	16	65536
4	8	16	65536	$\underbrace{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}_{65536}$
n	$2n$	2^n	$\underbrace{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}_{n}$	

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

$\alpha(k)$

1	2	2	2	2
2	4	4	4	4
3	6	8	16	65536
4	8	16	65536	$\underbrace{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}_{65536}$
n	$2n$	2^n	$\underbrace{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}_{n}$	

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n))$$

Fonction d'Ackerman

1	2	2	2	2
2	4	4	4	4
[illegible]	[illegible]	[illegible]	16	65536
[illegible]	[illegible]	[illegible]	65536	$2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$ $\}$ 65536
n	$2n$	2^n	$2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$ $\}$ n	

$$\alpha(k) \le 5$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n)) = O(n \log n)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n)) = O(n \log n)$$

M une séquence maximale avec ν_i fois la lettre i

$$M = \ldots \mathsf{i} \ldots \mathsf{i} \ldots \mathsf{i} \ldots \mathsf{i} \ldots \mathsf{i} \ldots$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n)) = O(n \log n)$$

M une séquence maximale avec ν_i fois la lettre i

$$M = \ldots \mathrm{i} \ldots \mathrm{i} \ldots \mathrm{i} \ldots \mathrm{i} \ldots \mathrm{i} \ldots$$

on enlève les i

$$\ldots \cancel{\mathrm{i}} \ldots \cancel{\mathrm{i}} \ldots \cancel{\mathrm{i}} \ldots \cancel{\mathrm{i}} \ldots \cancel{\mathrm{i}} \ldots$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n)) = O(n \log n)$$

M une séquence maximale avec ν_i fois la lettre i

$$M = \ldots i \ldots i \ldots i \ldots i \ldots i \ldots$$

on enlève les i

$$\ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots$$

doublons ?

$$\ldots a\cancel{i}a \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots$$

$$\ldots \cancel{i} \ldots b\cancel{i}b \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n)) = O(n \log n)$$

M une séquence maximale avec ν_i fois la lettre i

$$M = \dots \mathrm{i} \dots \mathrm{i} \dots \mathrm{i} \dots \mathrm{i} \dots \mathrm{i} \dots$$

on enlève les i

$$\dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots$$

doublons ?

$$\dots \mathrm{a}\cancel{\mathrm{i}}\mathrm{a} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots$$

$$\dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \mathrm{b}\cancel{\mathrm{i}}\mathrm{b} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots \cancel{\mathrm{i}} \dots$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$\lambda_3(n) = \Theta(n\alpha(n)) = O(n \log n)$$

M une séquence maximale avec ν_i fois la lettre i

$$M = \ldots i \ldots i \ldots i \ldots i \ldots i \ldots$$

on enlève les i

$$\ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots$$

doublons ?

$$\ldots a\cancel{i}a \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots$$

$$\cancel{\ldots \cancel{i} \ldots b\cancel{i}b \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots \cancel{i} \ldots}$$

$$|M| \leq \nu_i + 2 + \lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$|M| \leq \nu_i + 2 + \lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$|M| \leq \nu_i + 2 + \lambda_3(n-1)$$
$$|M| \leq \nu_j + 2 + \lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$|M| \leq \nu_i + 2 + \lambda_3(n-1)$$
$$|M| \leq \nu_j + 2 + \lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$|M| \leq \nu_i + 2 + \lambda_3(n-1)$$
$$|M| \leq \nu_j + 2 + \lambda_3(n-1)$$

$$n|M| \leq |M| + 2n + n\lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$n|M| \leq |M| + 2n + n\lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$n|M| \leq |M| + 2n + n\lambda_3(n-1)$$

$$(n-1)\lambda_3(n) \leq 2n + n\lambda_3(n-1)$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$n|M| \leq |M| + 2n + n\lambda_3(n-1)$$

$$(n-1)\lambda_3(n) \leq 2n + n\lambda_3(n-1)$$

$$\frac{\lambda_3(n)}{n} \leq \frac{2}{n-1} + \frac{\lambda_3(n-1)}{n-1}$$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre 3

$$n|M| \leq |M| + 2n + n\lambda_3(n-1)$$

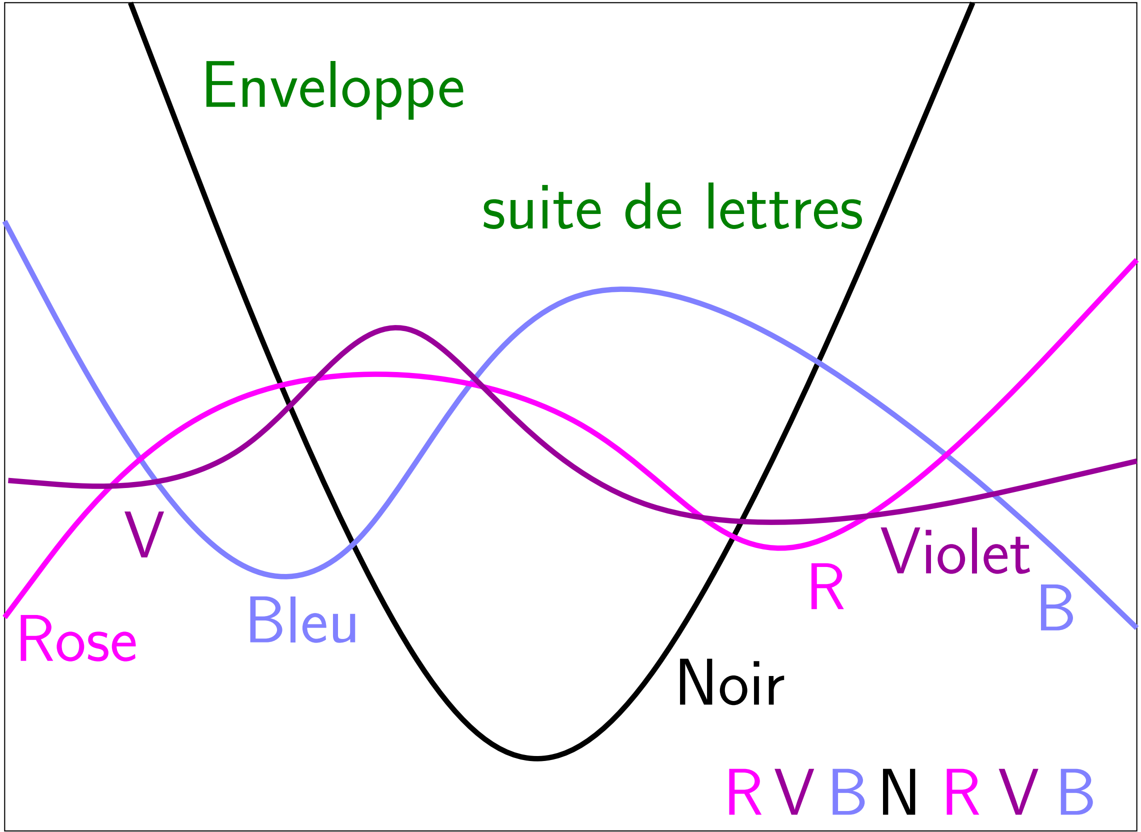
$$(n-1)\lambda_3(n) \leq 2n + n\lambda_3(n-1)$$

$$\frac{\lambda_3(n)}{n} \leq \frac{2}{n-1} + \frac{\lambda_3(n-1)}{n-1}$$

$$\frac{\lambda_3(n)}{n} \leq \frac{2}{n-1} + \frac{2}{n-2} + \ldots \simeq 2\log n$$

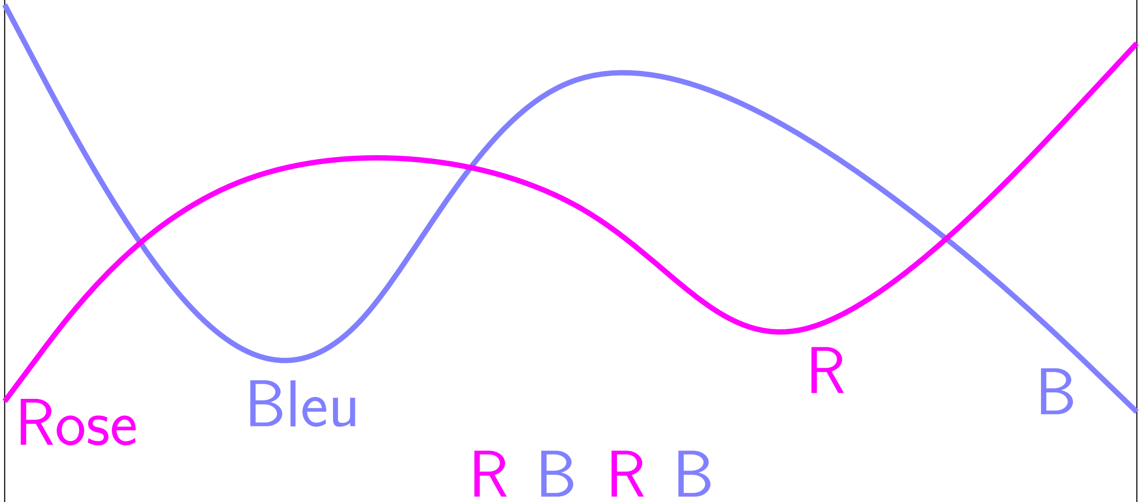
Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

$$\lambda_s(n) = n2^{O(\alpha(n))}$$


Enveloppe
suite de lettres
V
Violet
R
B
Rose
Bleu
Noir
R V B N R V B

Si s points d'intersections

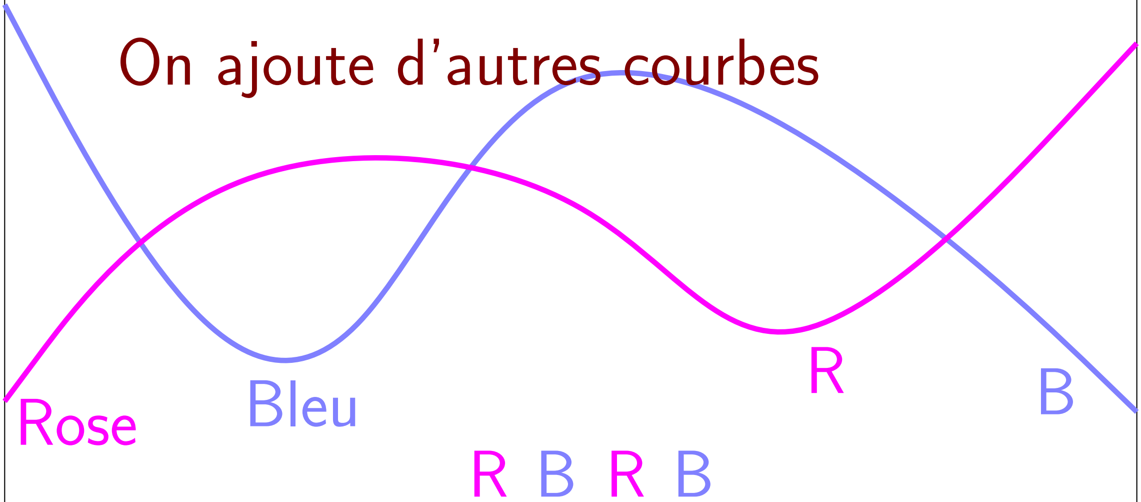
sequence de longueur $< s + 2$

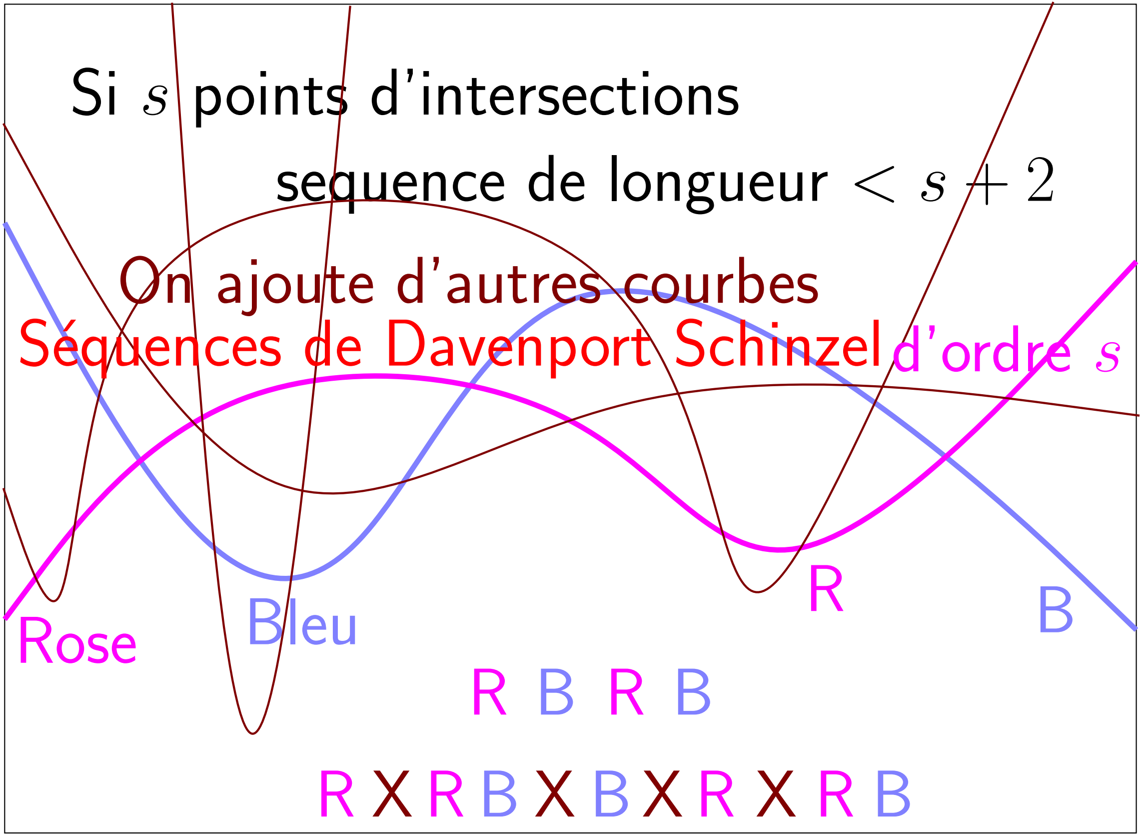


Si s points d'intersections

sequence de longueur $< s + 2$

On ajoute d'autres courbes




Si s points d'intersections
sequence de longueur $< s+2$
On ajoute d'autres courbes
Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s
R
B
Rose
Bleu
R B R B
R X R B X B X R X R B

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

longueur $\lambda_s(n)$

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

longueur $\lambda_s(n)$

Enveloppe inférieure de courbes
se coupant 2 à 2 en au plus s points

longueur ?

Séquences de Davenport Schinzel d'ordre s

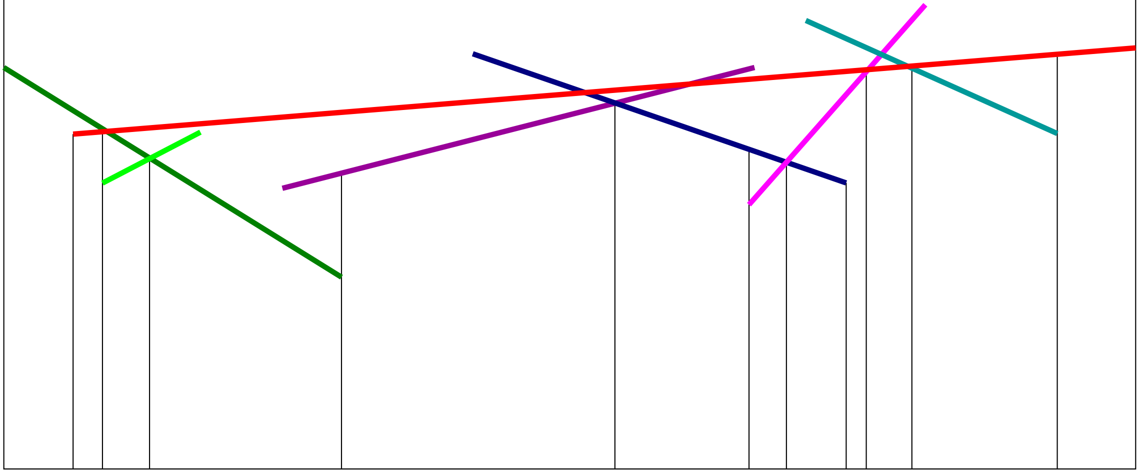
longueur $\lambda_s(n)$

Enveloppe inférieure de courbes
se coupant 2 à 2 en au plus s points

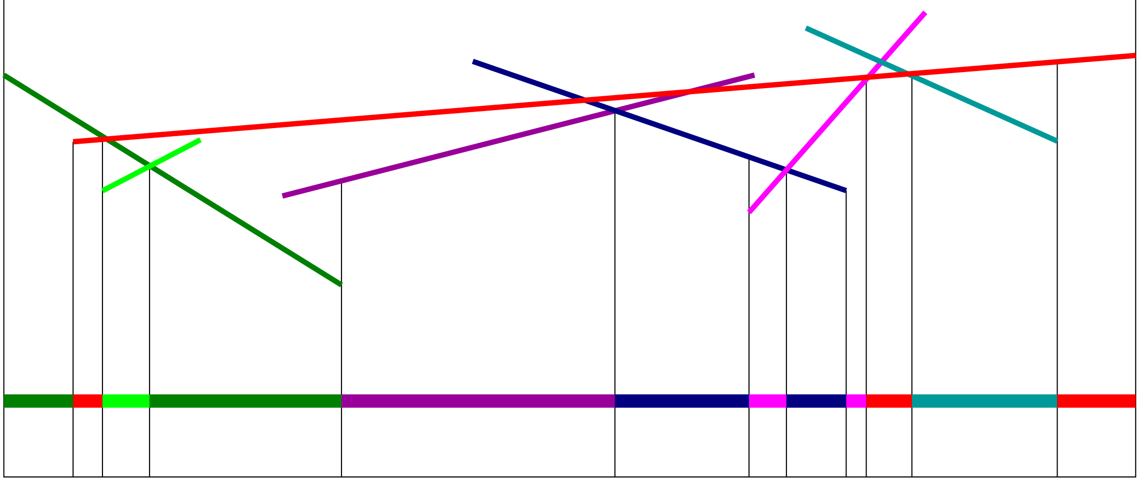
longueur $$\lambda_s(n)$$

Le cas des arcs de courbes (exemple: segments de droites)

Le cas des arcs de courbes (exemple: segments de droites)

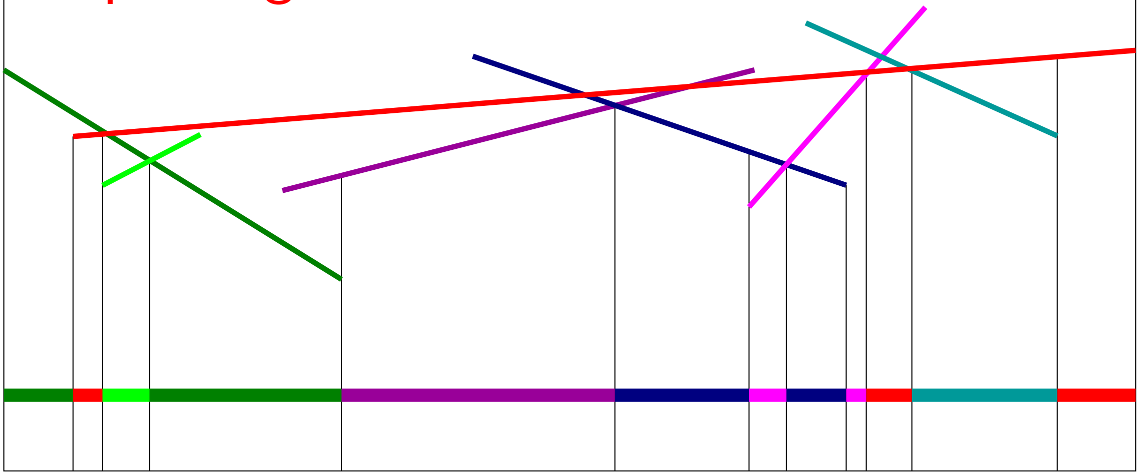


Le cas des arcs de courbes (exemple: segments de droites)



Le cas des arcs de courbes (exemple: segments de droites)

Pour renter dans le schéma précédent prolonger le définition sur $\mathbb{R}$

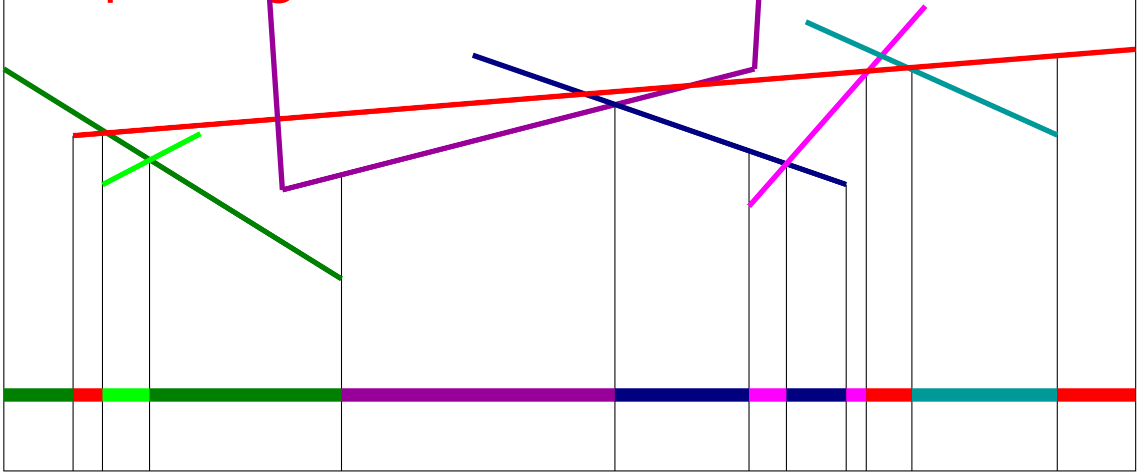


Le cas des arcs de courbes

(exemple: segments de droites)

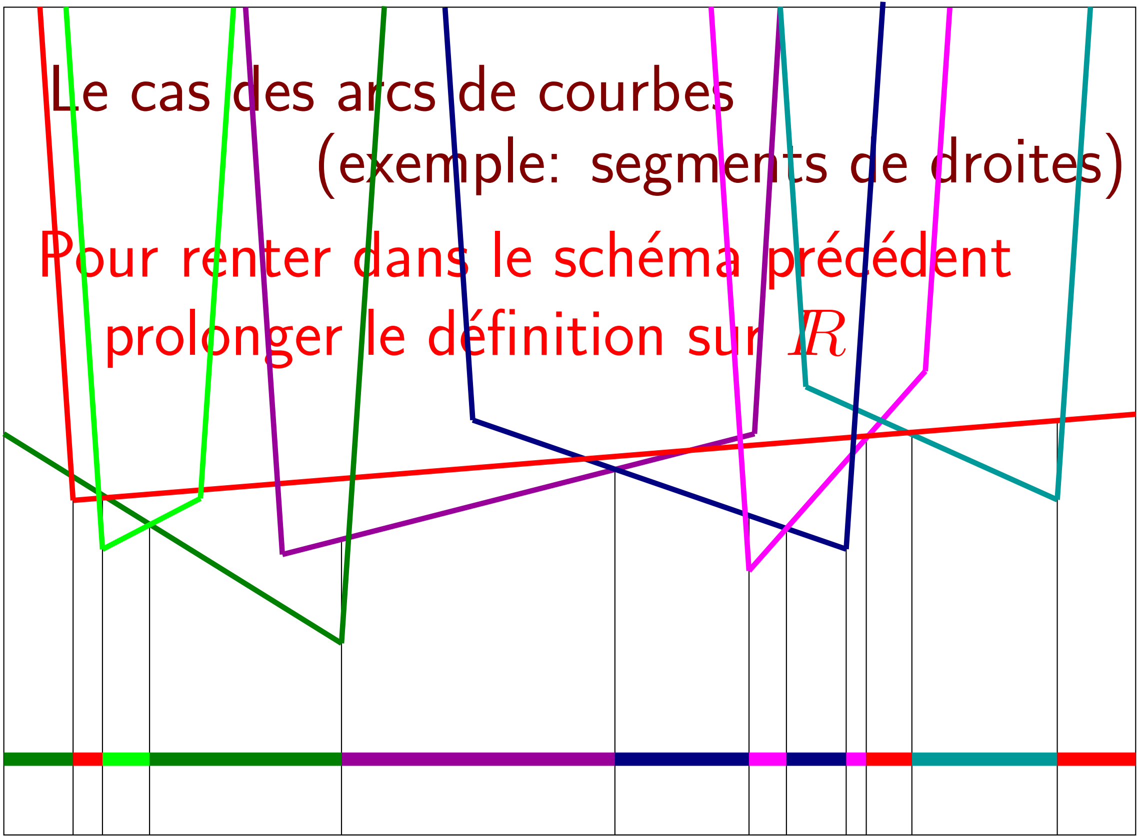
Pour renter dans le schéma précédent

prolonger le définition sur $\mathbb{R}$



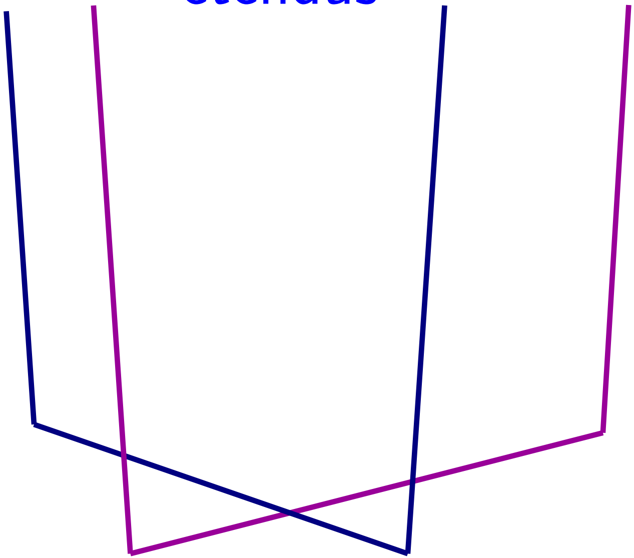
Le cas des arcs de courbes (exemple: segments de droites)

Pour renter dans le schéma précédent prolonger le définition sur $\mathbb{R}$

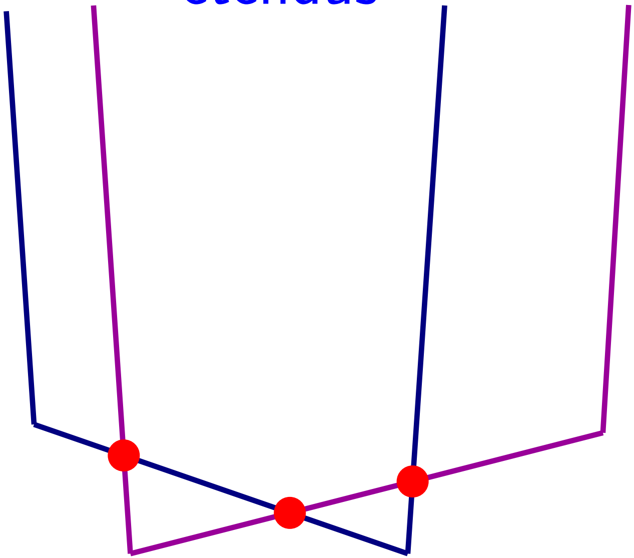


deux segments

deux segments “étendus”



deux segments “étendus”

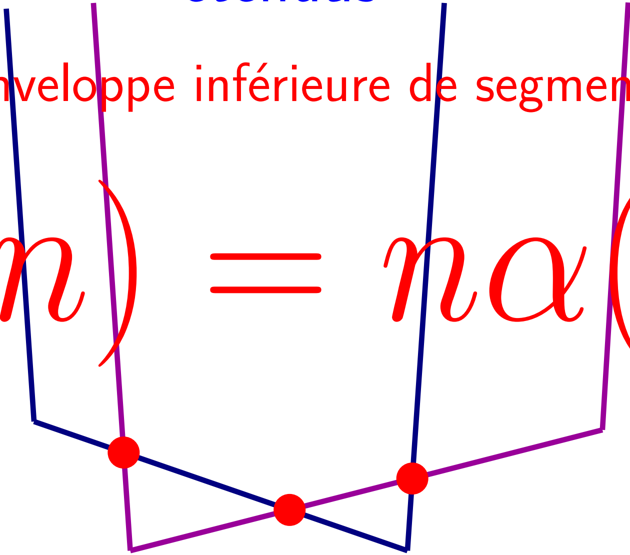


se coupent en au plus 3 points

deux segments “étendus”

taille de l’enveloppe inférieure de segments

$$\lambda_3(n) = n\alpha(n)$$



se coupent en au plus 3 points

Si n courbes se coupent

2 à 2 en au plus s points

La taille de l'enveloppe inférieure

d'arcs de courbes est

$$\lambda_{s+2}(n)$$

Algorithme

Algorithme

Division Fusion

Division

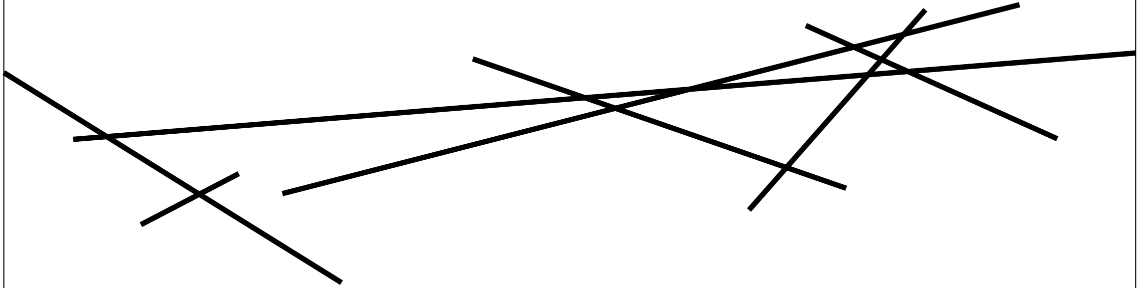
Fusion

Algorithme

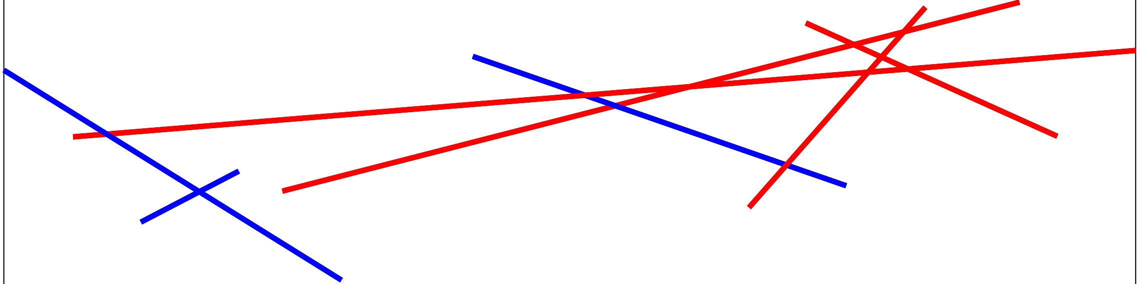
Division Fusion

Division	quelconque
	équilibrée
Fusion	balayage

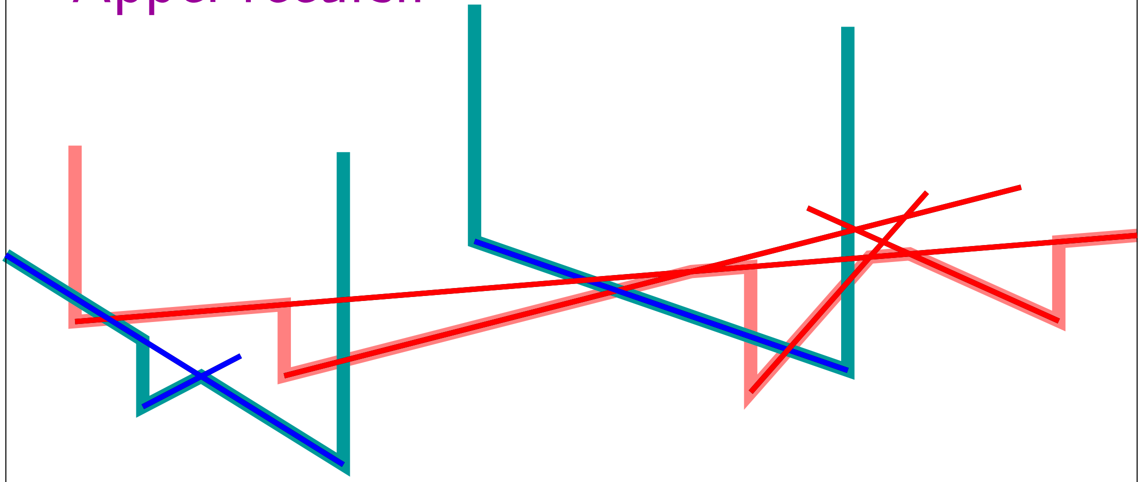
Division



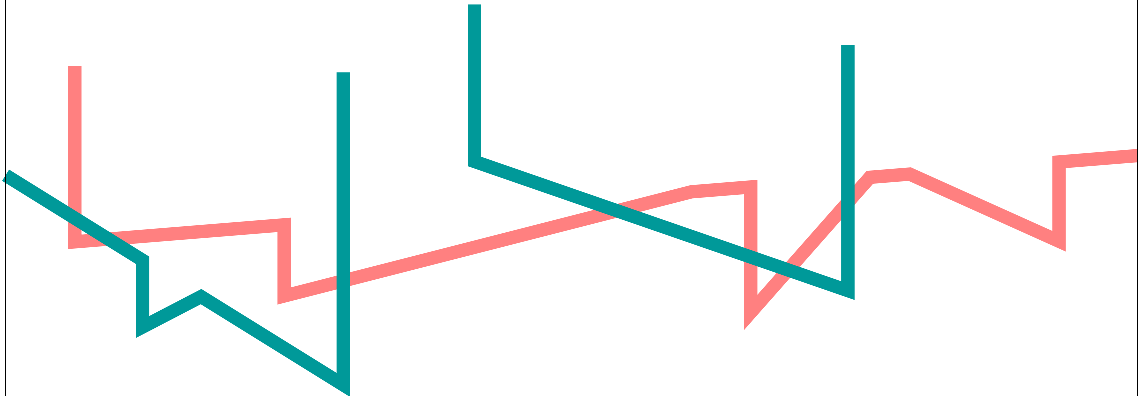
Division quelconque



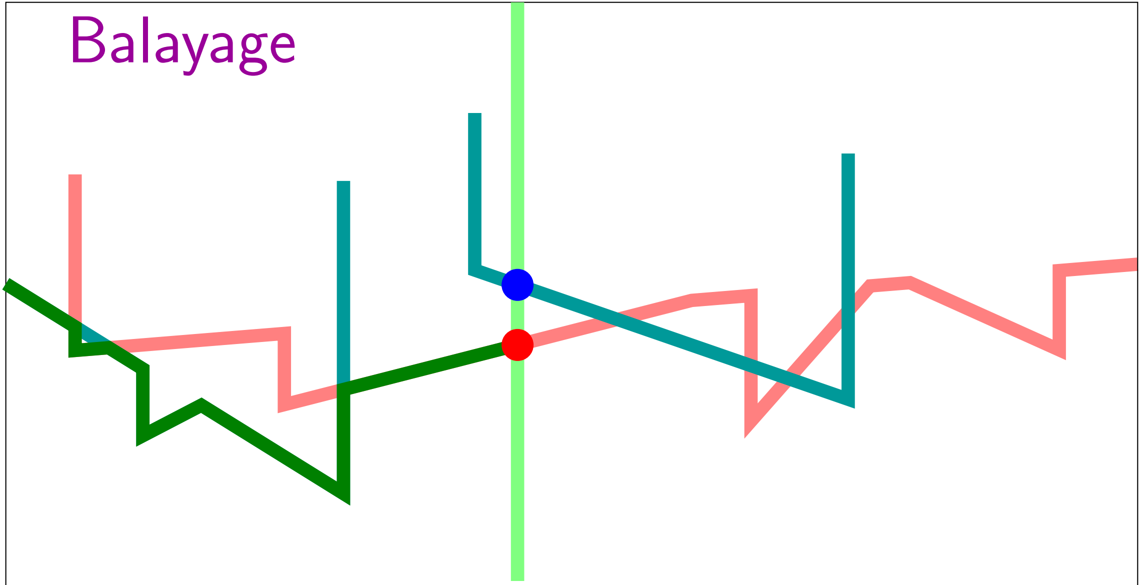
Division quelconque
Appel récursif



Balayage

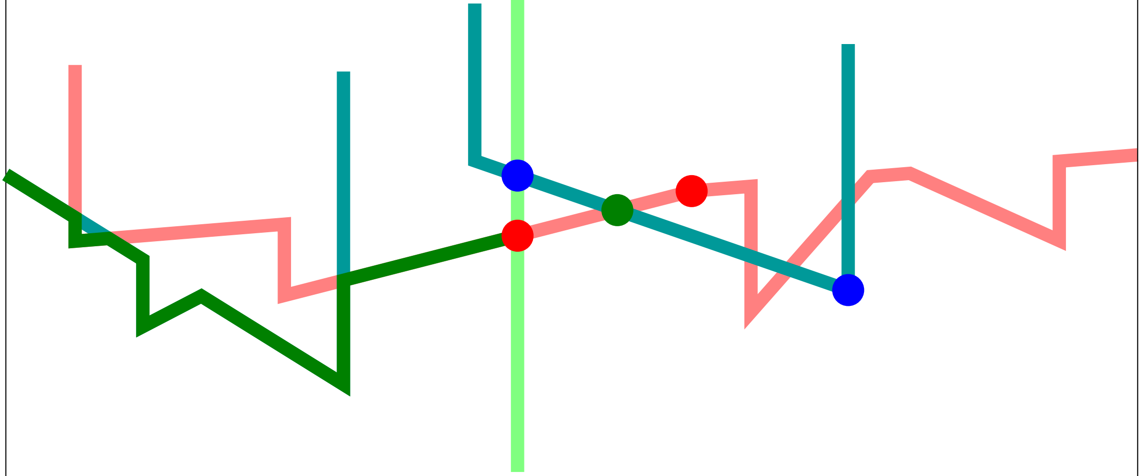


Balayage



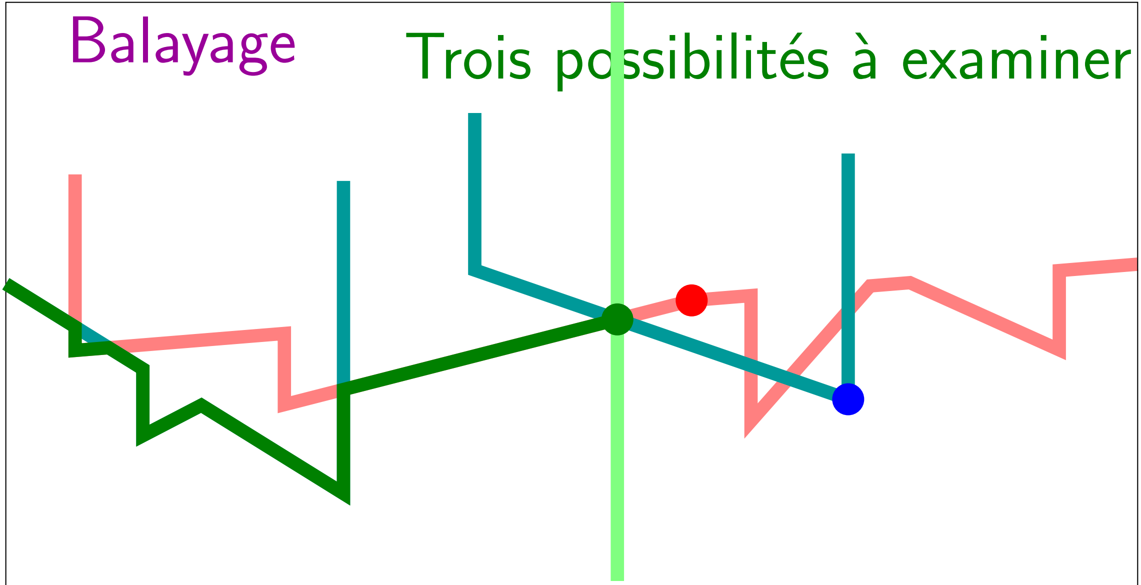
Balayage

Trois possibilités à examiner



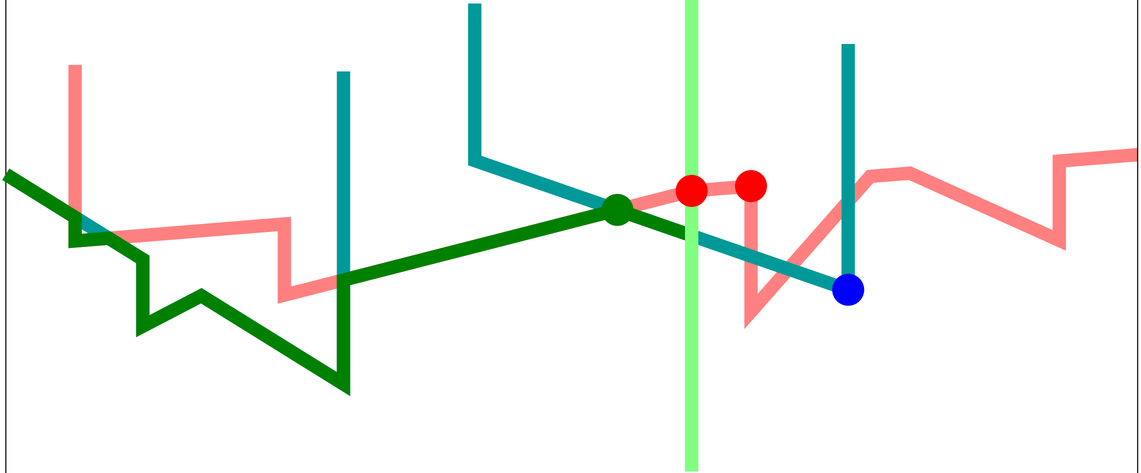
Balayage

Trois possibilités à examiner

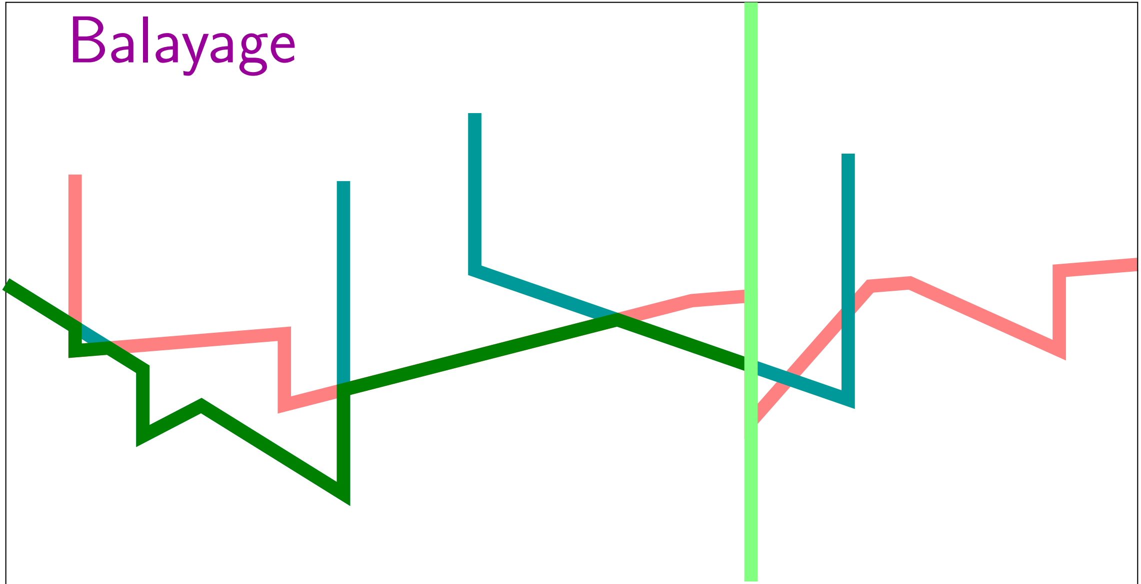


Balayage

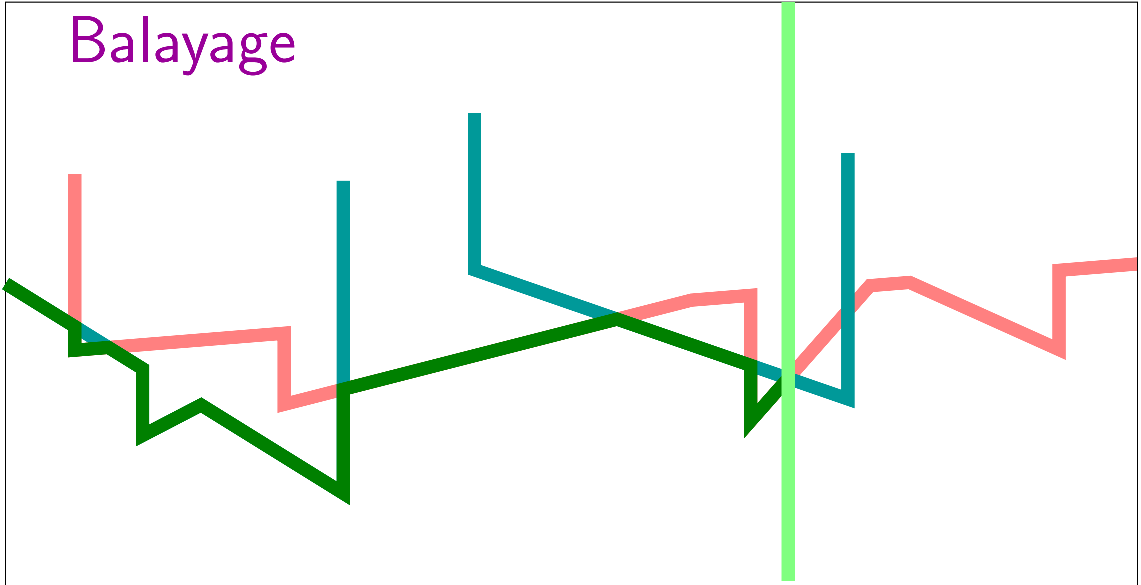
Trois possibilités à examiner



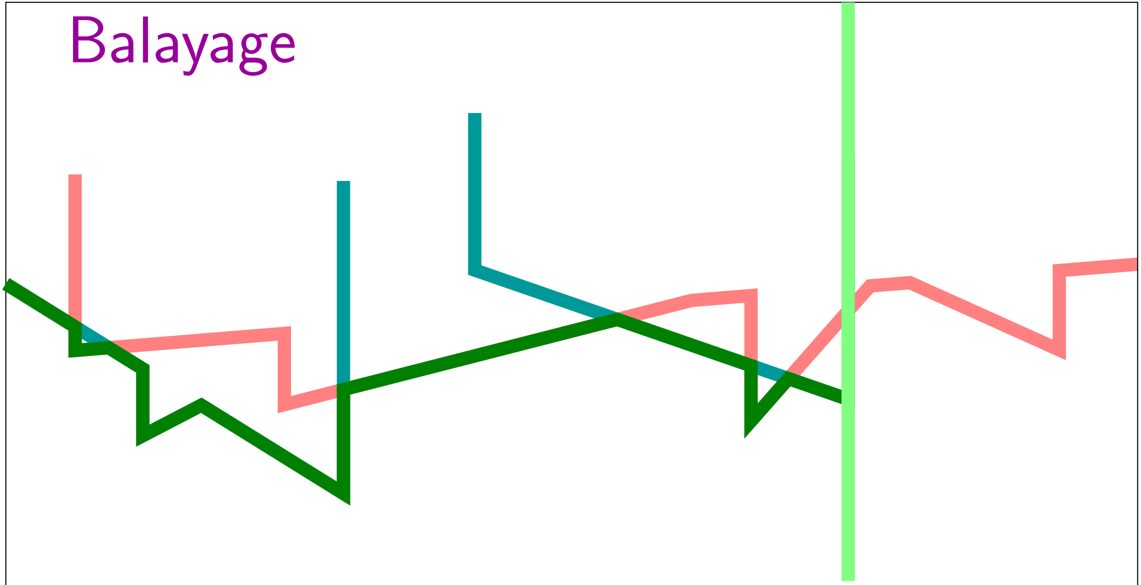
Balayage



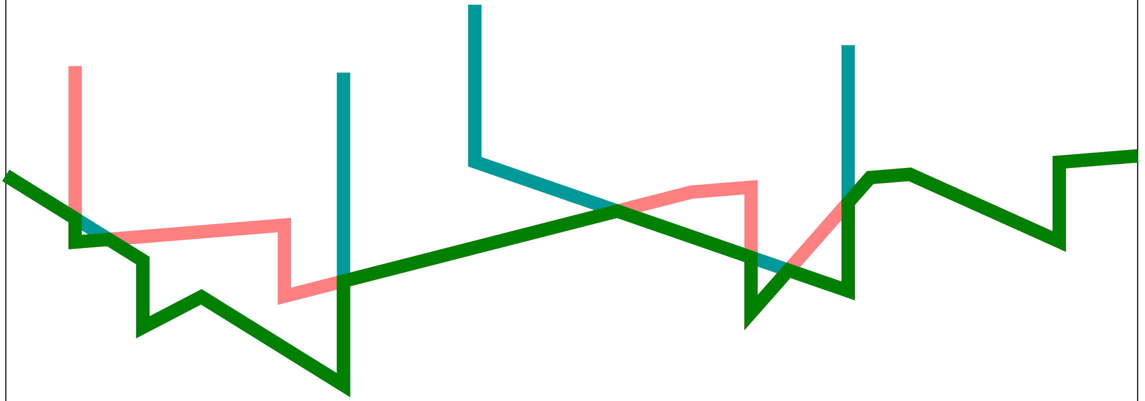
Balayage



Balayage

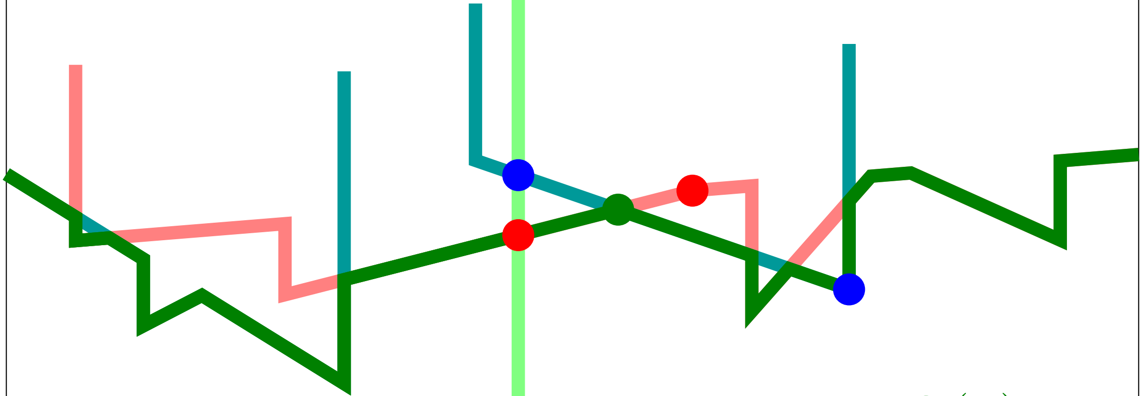


Balayage



Balayage

Trois possibilités à examiner

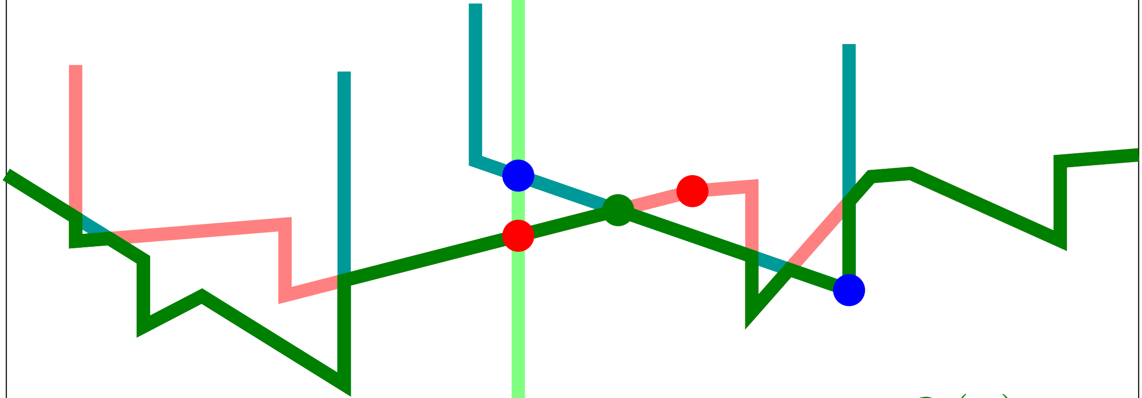


Trouver le prochain événement $O(1)$

Nb événements

Balayage

Trois possibilités à examiner

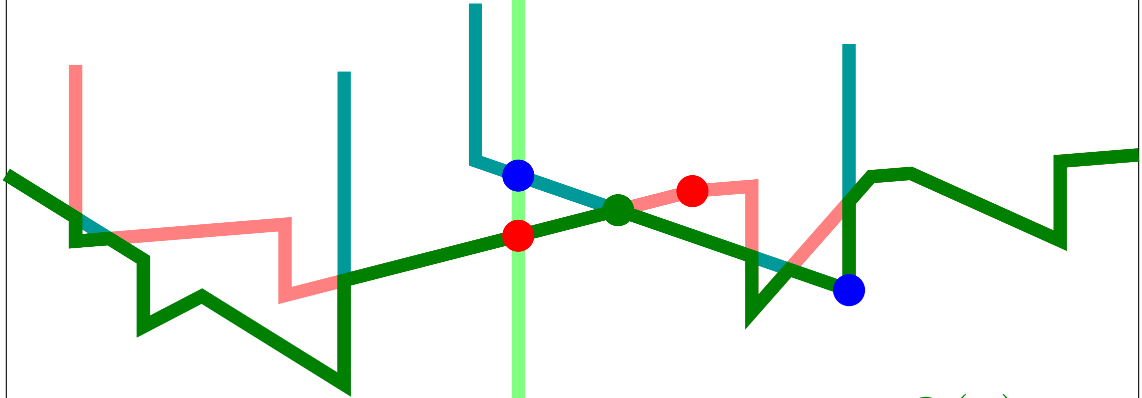


Trouver le prochain événement $O(1)$

Nb événements • $\leq n_r \alpha(n_r)$

Balayage

Trois possibilités à examiner



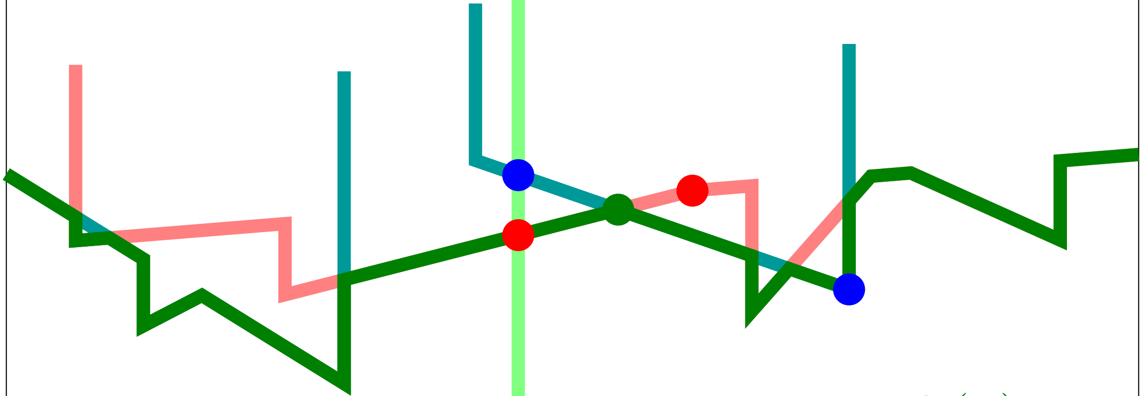
Trouver le prochain événement $O(1)$

Nb événements ● $\leq n_r \alpha(n_r)$

● $\leq n_b \alpha(n_b)$

Balayage

Trois possibilités à examiner

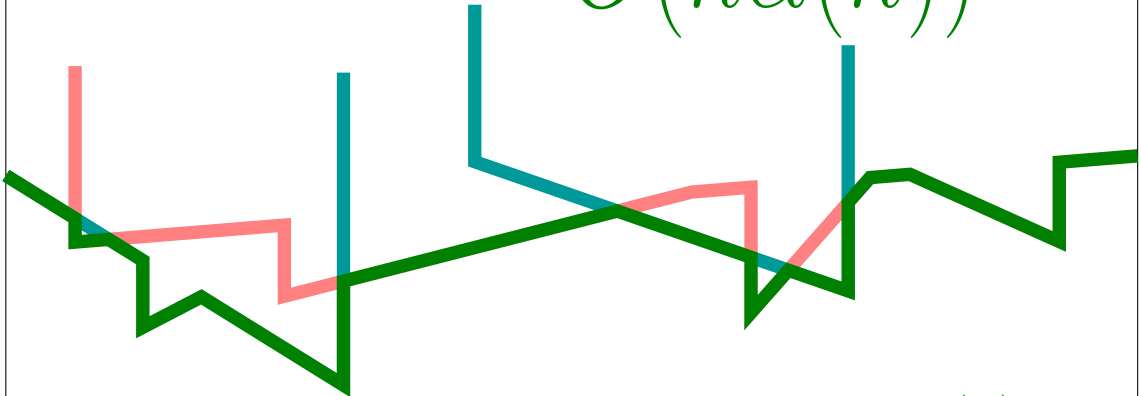


Trouver le prochain événement $O(1)$

Nb événements
- $\leq n_r \alpha(n_r)$
- $\leq n_b \alpha(n_b)$
- $\leq n \alpha(n)$

Balayage

$$O(n\alpha(n))$$



Trouver le prochain événement $\quad O(1)$

Nb événements
- $\leq n_r\alpha(n_r)$
- $\leq n_b\alpha(n_b)$
- $\leq n\alpha(n)$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$f(n) =$$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$f(n) = n\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$f(n) = \quad n\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha(\tfrac{n}{2}) + 2f(\tfrac{n}{4})\right)$$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$f(n) = n\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha\cancel{(\tfrac{n}{2})} + 2f(\tfrac{n}{4})\right)$$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion — Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f\left(\tfrac{n}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} f(n) = \; & n\alpha(n) + 2f\left(\tfrac{n}{2}\right) \\ & n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha\cancel{\left(\tfrac{n}{2}\right)} + 2f\left(\tfrac{n}{4}\right)\right) \\ & n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{4}\alpha(n) + 2f\left(\tfrac{n}{8}\right)\right)\right) \end{aligned}$$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$
\begin{aligned}
f(n) = \quad & n\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{2}) \\
& n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha\cancel{(\tfrac{n}{2})} + 2f(\tfrac{n}{4})\right) \\
& n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{4}\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{8})\right)\right) \\
& \alpha(n)(n + 2\tfrac{n}{2} + 2.2\tfrac{n}{4} + \ldots)
\end{aligned}
$$

Algorithme Division équilibrée

Division Fusion Fusion $O(n\alpha(n))$

$$f(n) = O(n\alpha(n)) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$f(n) = n\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{2})$$

$$n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha\cancel{(\tfrac{n}{2})} + 2f(\tfrac{n}{4})\right)$$

$$n\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{2}\alpha(n) + 2\left(\tfrac{n}{4}\alpha(n) + 2f(\tfrac{n}{8})\right)\right)$$

$$\alpha(n)\underbrace{(n + 2\tfrac{n}{2} + 2.2\tfrac{n}{4} + \ldots)}_{\log_2 n}$$

$$f(n) = O(n\alpha(n)\log n)$$

La taille de l'enveloppe inférieure

d'arcs de courbes est $\lambda_{s+2}(n)$

La taille de l'enveloppe inférieure

d'arcs de courbes est $\lambda_{s+2}(n)$

Ça se calcule en temps

$$\lambda_{s+2}(n)\log n$$

La taille de l'enveloppe inférieure

d'arcs de courbes est $\lambda_{s+2}(n)$

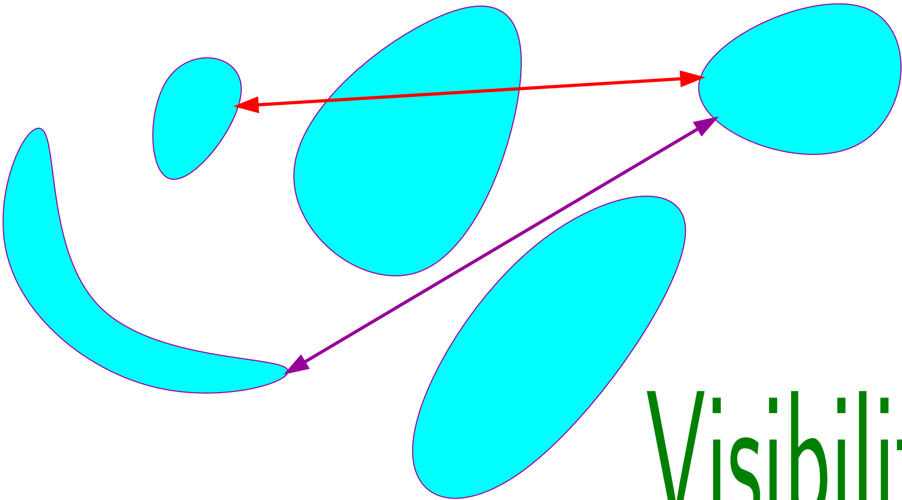
Ça se calcule en temps

$$\lambda_{s+2}(n)\log n$$

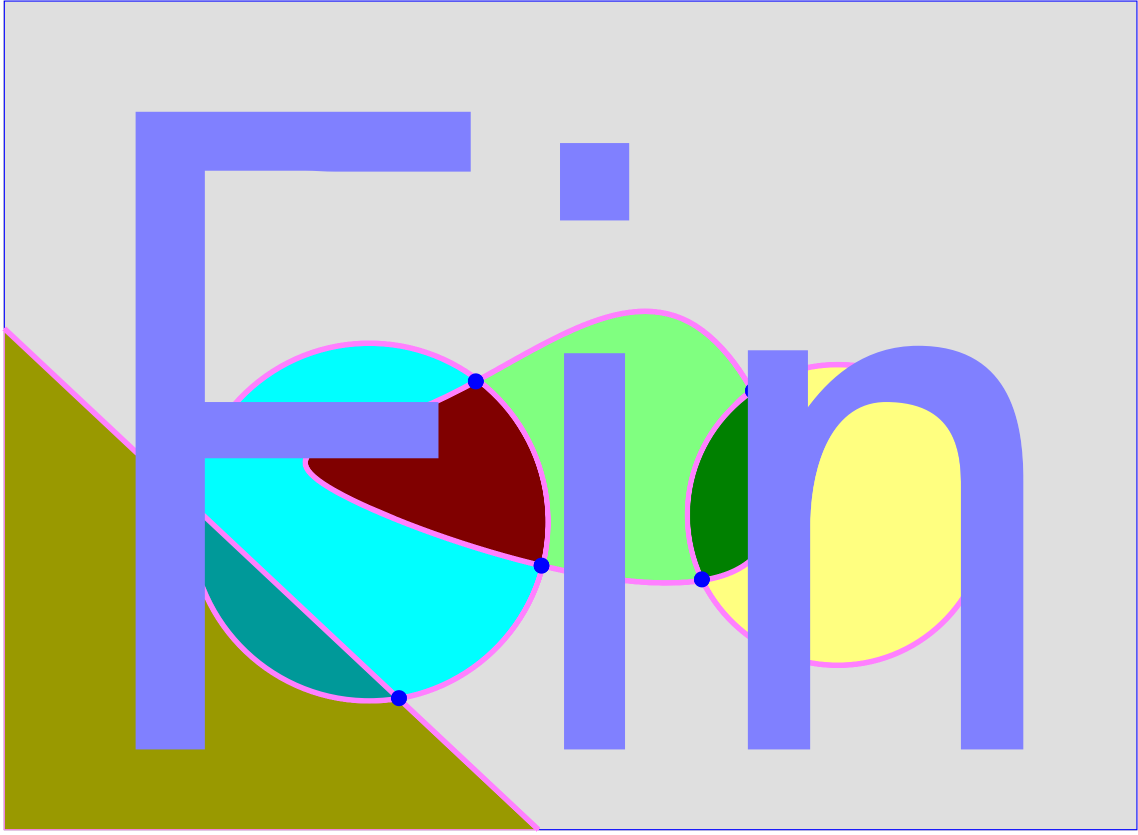
Améliorable en

$$\lambda_{s+1}(n)\log n$$

Géométrie algorithmique



Visibilité


Fin