Modèles d 'éclairement

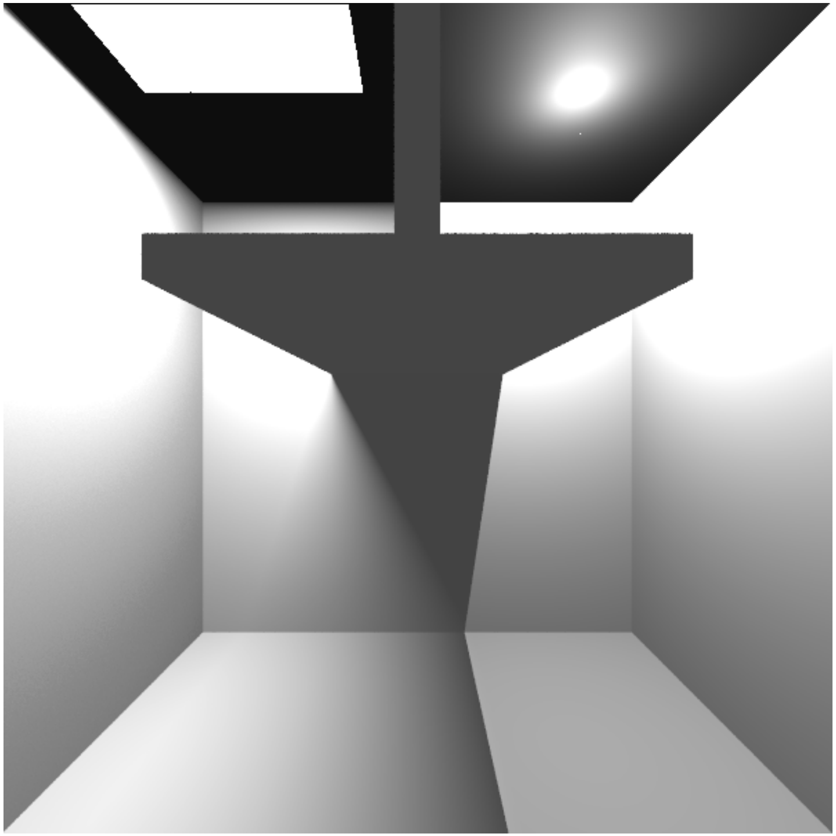
1 . Introduction

Trouver la "couleur" d'un point dans le monde

==> synthétiser la lumière en simulant ses effets

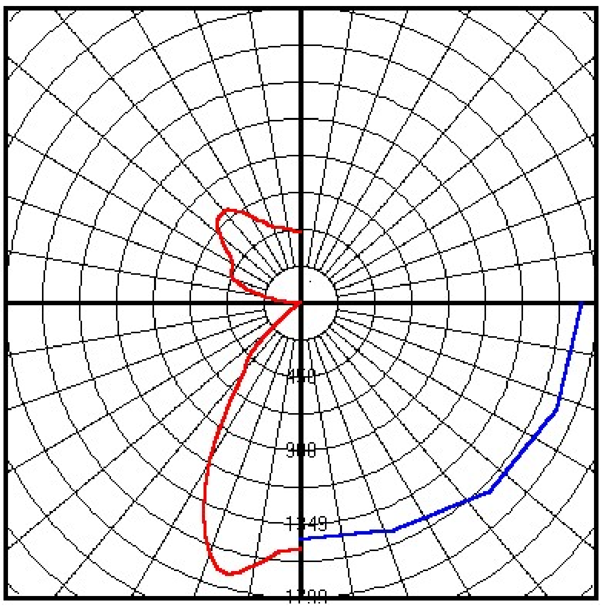
2. Modélisation des sources lumineuses

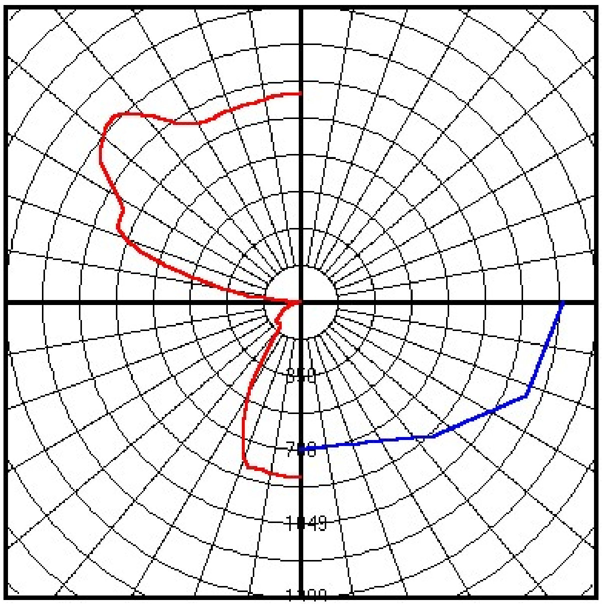
- **2.1 géométrie**
  - sources directionnelles
  - sources ponctuelles
  - sources linéaires
  - sources surfaciques
  - sources volumiques

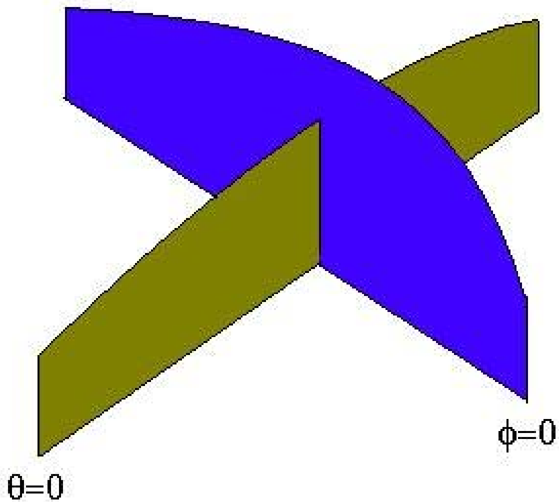


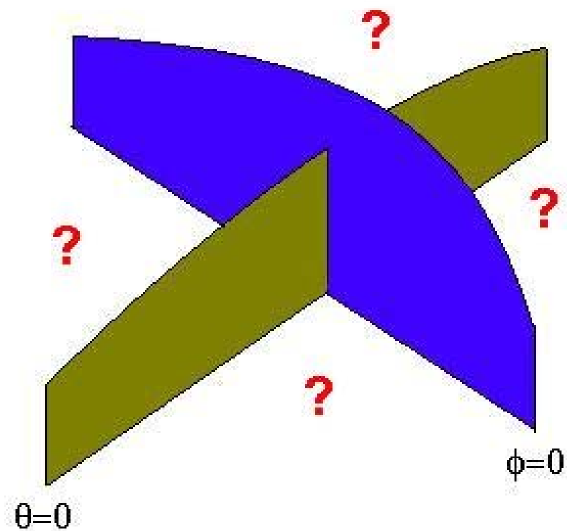
❑ 2.2 distribution lumineuse d’intensité

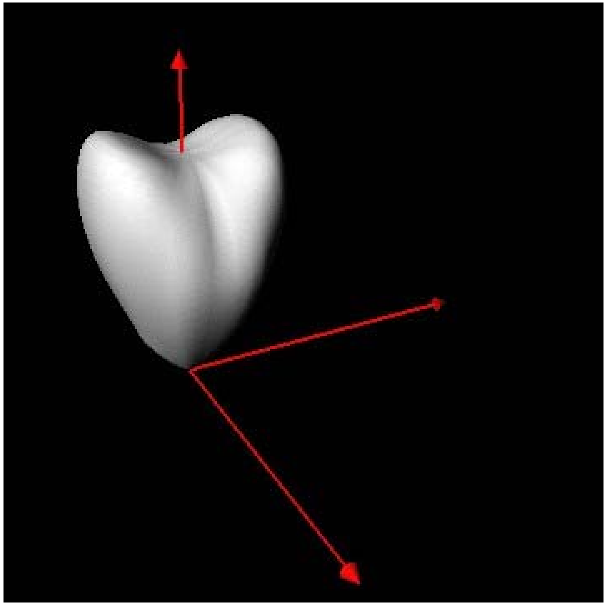
- distribution spatiale

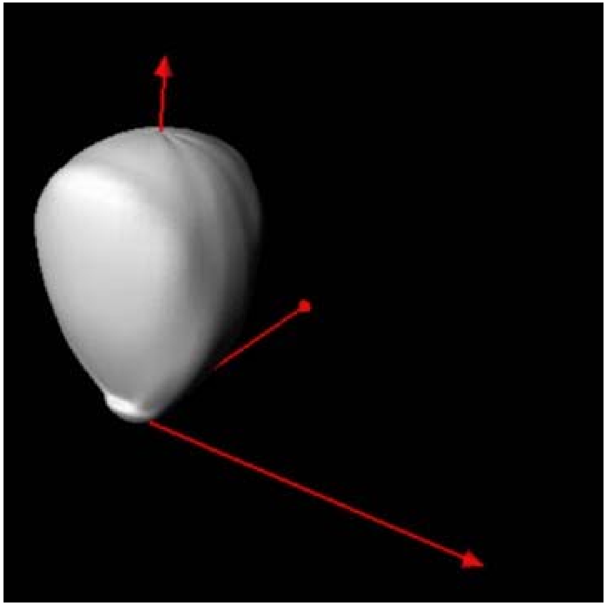





ϕ=0
θ=0

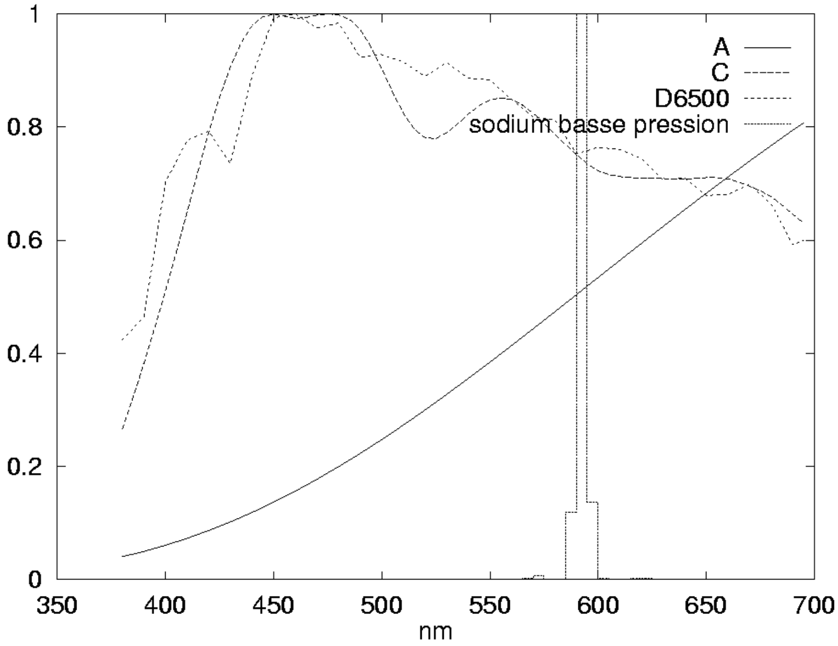

?
?
?
?
ϕ=0
θ=0

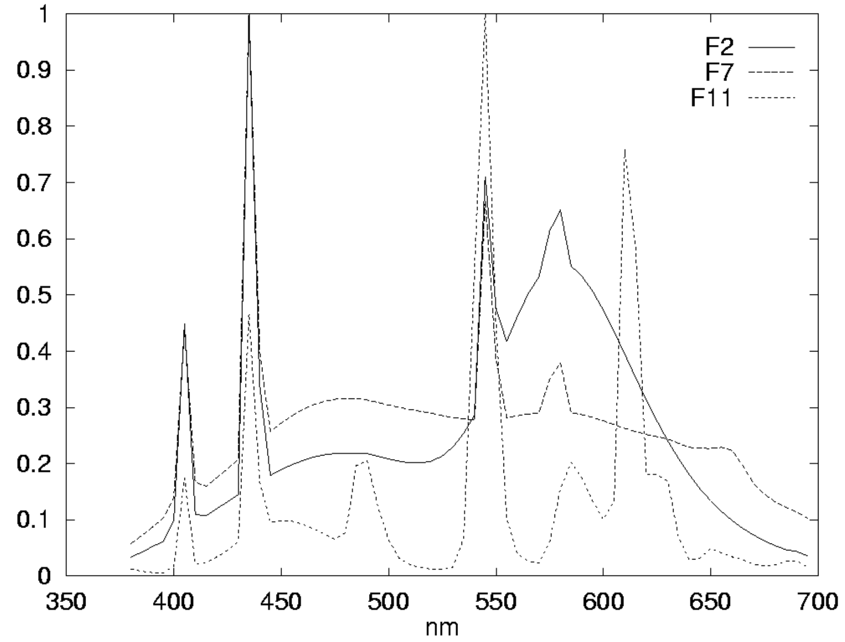


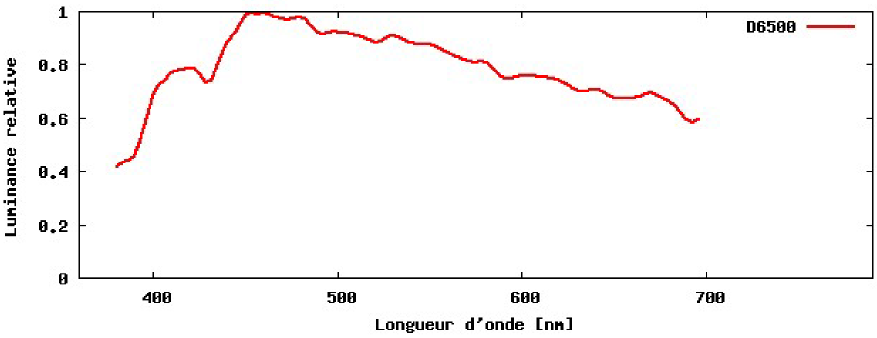


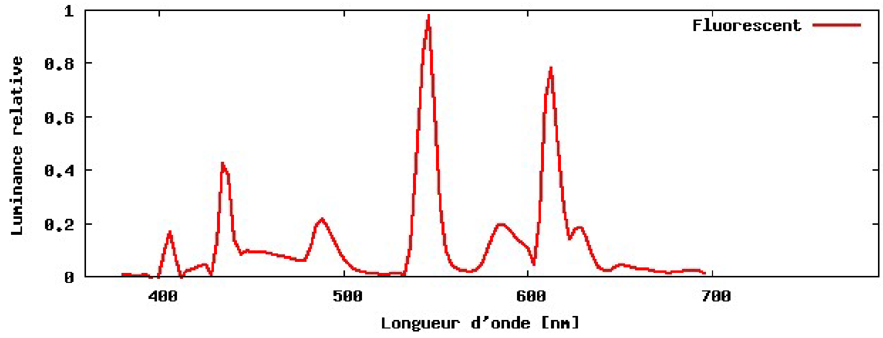
solide photométrique

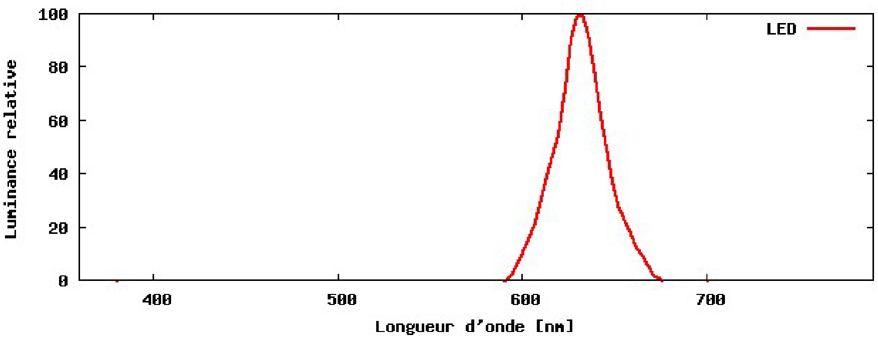
➢ distribution spectrale

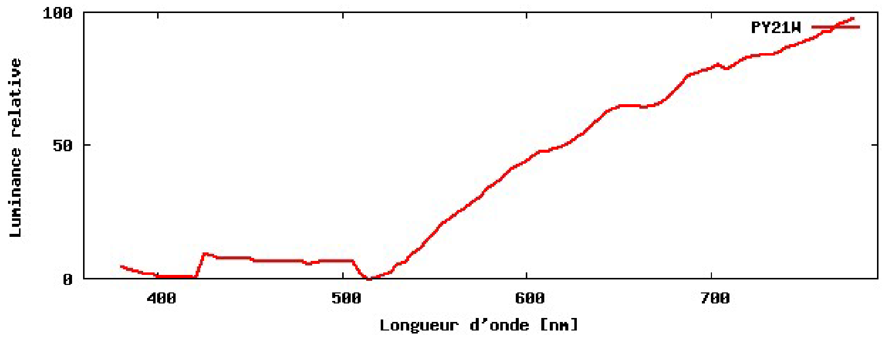





D6500
Luminance relative
Longueur d'onde [nm]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
400
500
600
700

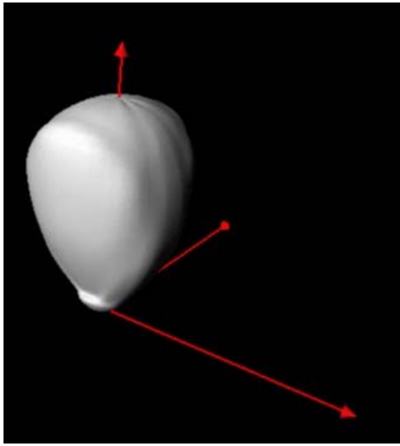

Fluorescent
Luminance relative
Longueur d'onde [nm]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
400
500
600
700


LED
Luminance relative
Longueur d'onde [nm]
100
80
60
40
20
0
400
500
600
700


PY21W
Luminance relative
Longueur d'onde [nm]
100
50
0
400
500
600
700

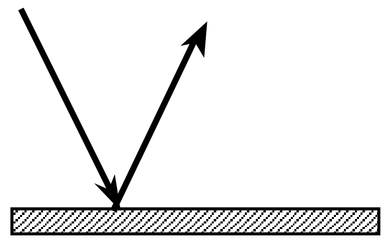
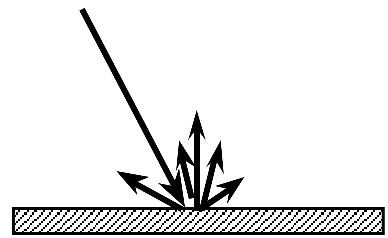
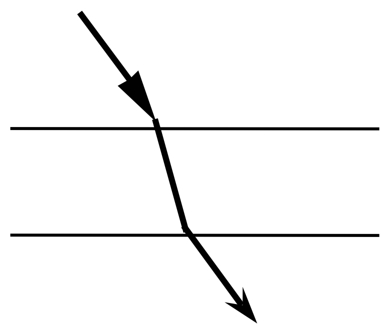
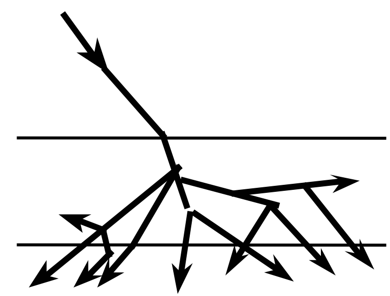
Source uniforme
27 secondes

Source mesurée
29 secondes



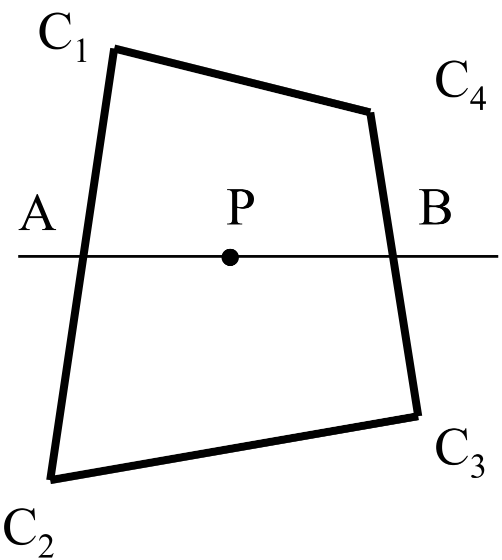
Mesures IES

2.3 interaction de la lumière avec les objets

	spéculaire	diffus
réflexion		
transmission		

3.Lissage

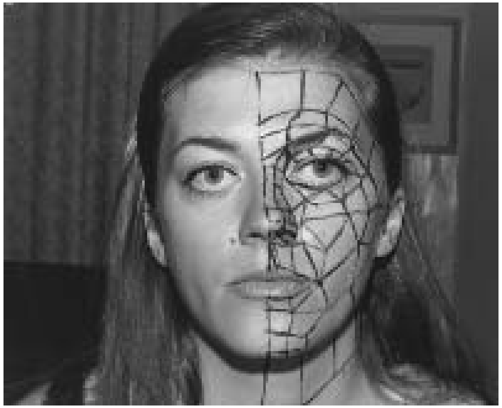
3.1. lissage de Gouraud : interpolation de couleur

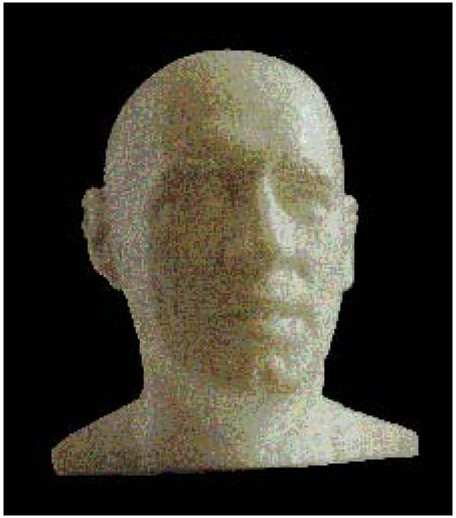


$$L_A = L_1 \frac{Y_A - Y_2}{Y_1 - Y_2} + L_2 \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 - Y_2}$$

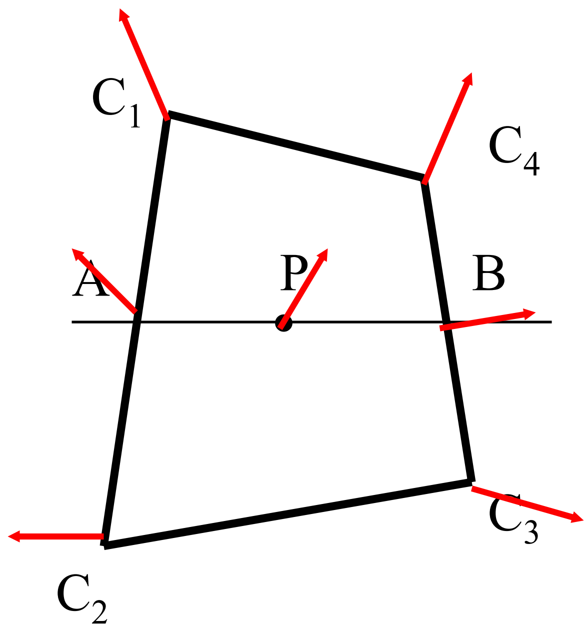
$$L_B = L_1 \frac{Y_B - Y_3}{Y_4 - Y_3} + L_2 \frac{Y_4 - Y_B}{Y_4 - Y_3}$$

$$L_P = L_A \frac{X_B - X_P}{X_B - X_A} + L_B \frac{X_P - X_A}{X_B - X_A}$$





3.2. lissage de Phong : interpolation de normales



- avantages :

  donne plus de réalisme (reflets)

- inconvénients :

  temps de calcul plus élevés

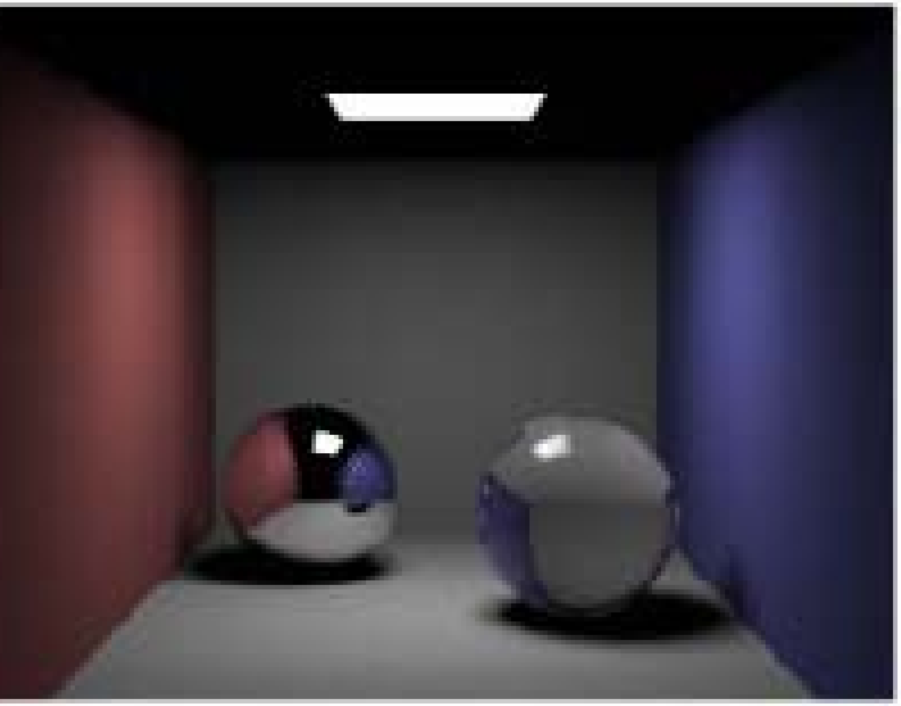
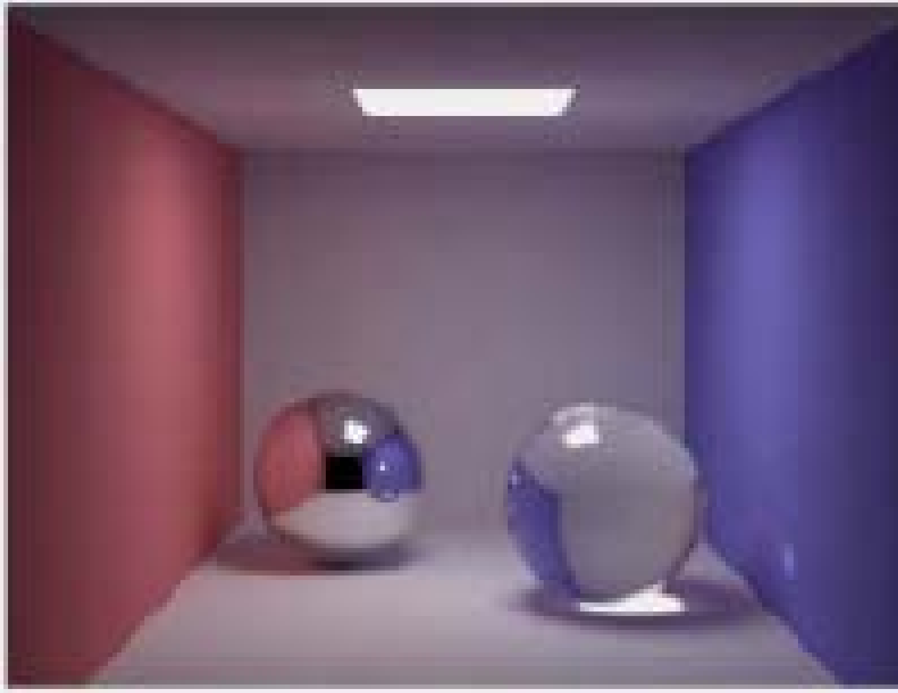
  bandes de Mach

  non invariance par rotation de la caméra

4. Modèles d ’éclairement

deux évolutions :

- de l’empirique vers le physique
- du local vers le global

4.1 Définitions

- **flux énergétique** $\Phi_e(\lambda)$

- **luminance** $L(x,\vec{\omega}) = \dfrac{d^2\Phi_e}{dA\cos\theta\, d\omega}$

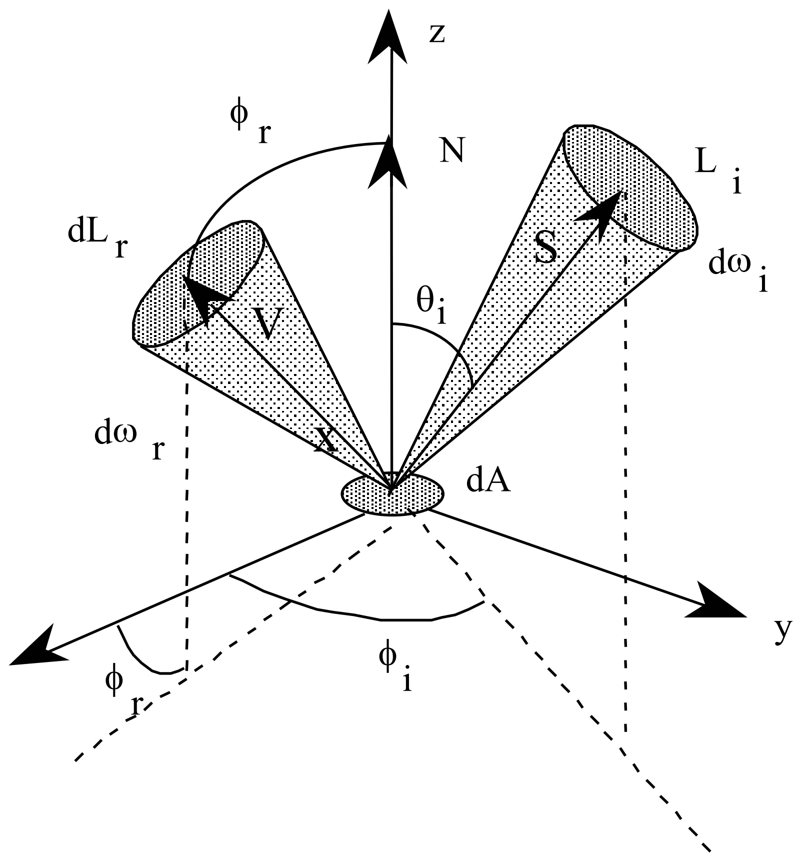
cette notion approche de très près la perception visuelle de la couleur par l'homme

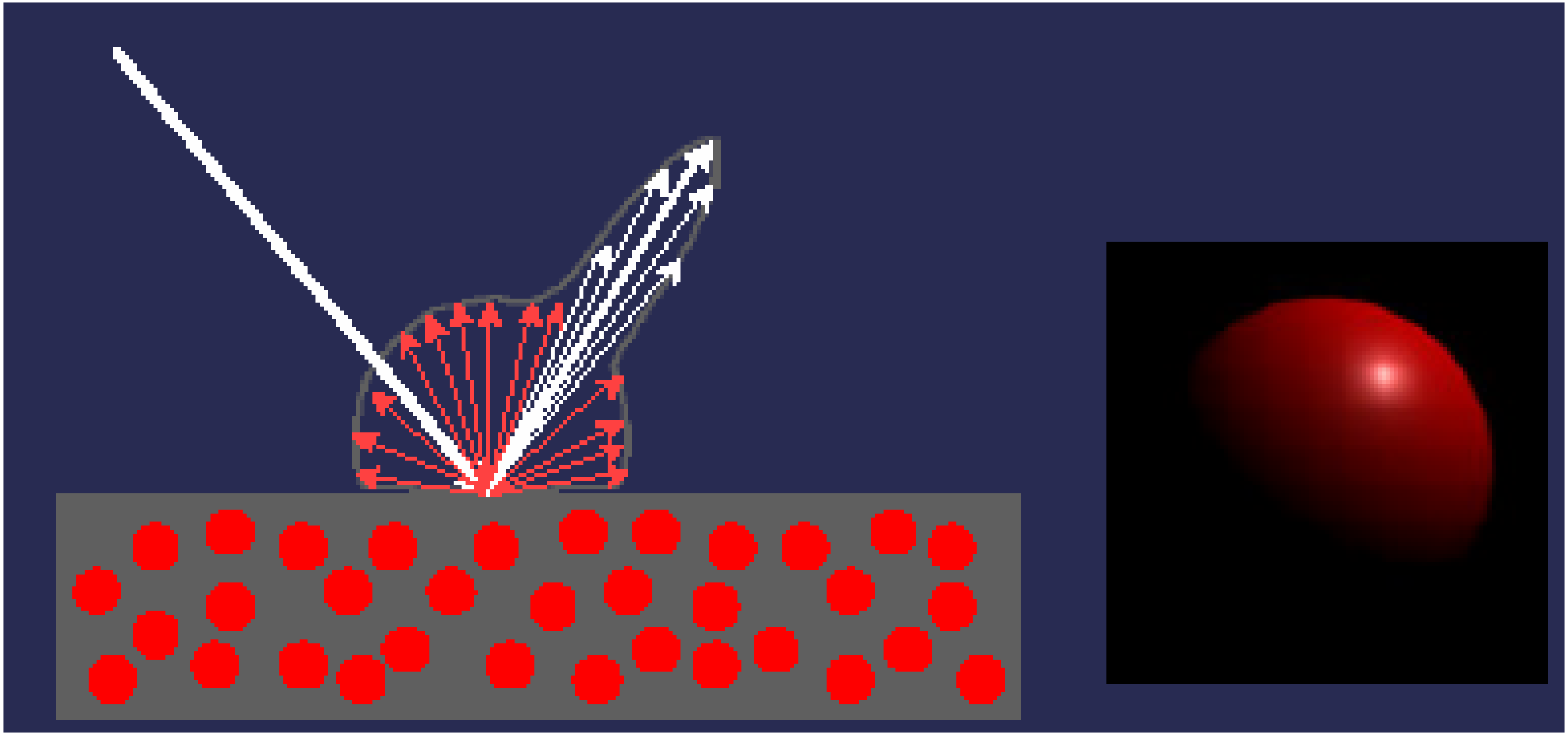
- **éclairement** $dE(x,\vec{\omega}) = \dfrac{d^2\Phi_e}{dA}$

- **intensité** $dI(x,\vec{\omega}) = \dfrac{d^2\Phi_e}{d\omega}$

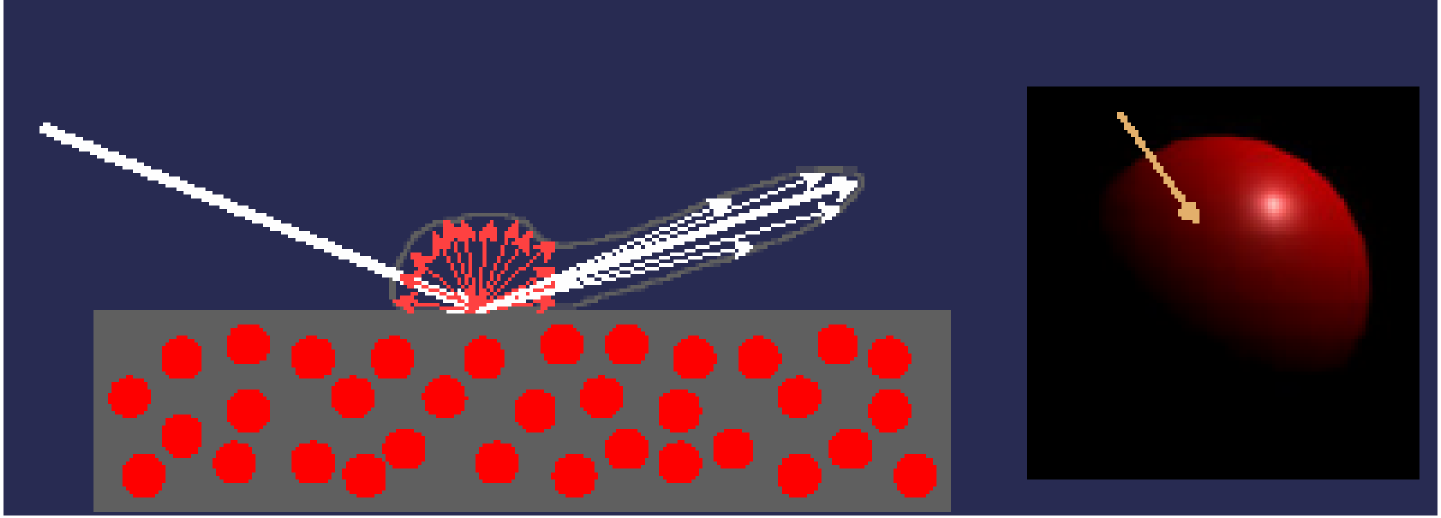
- **fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle** (BRDF)

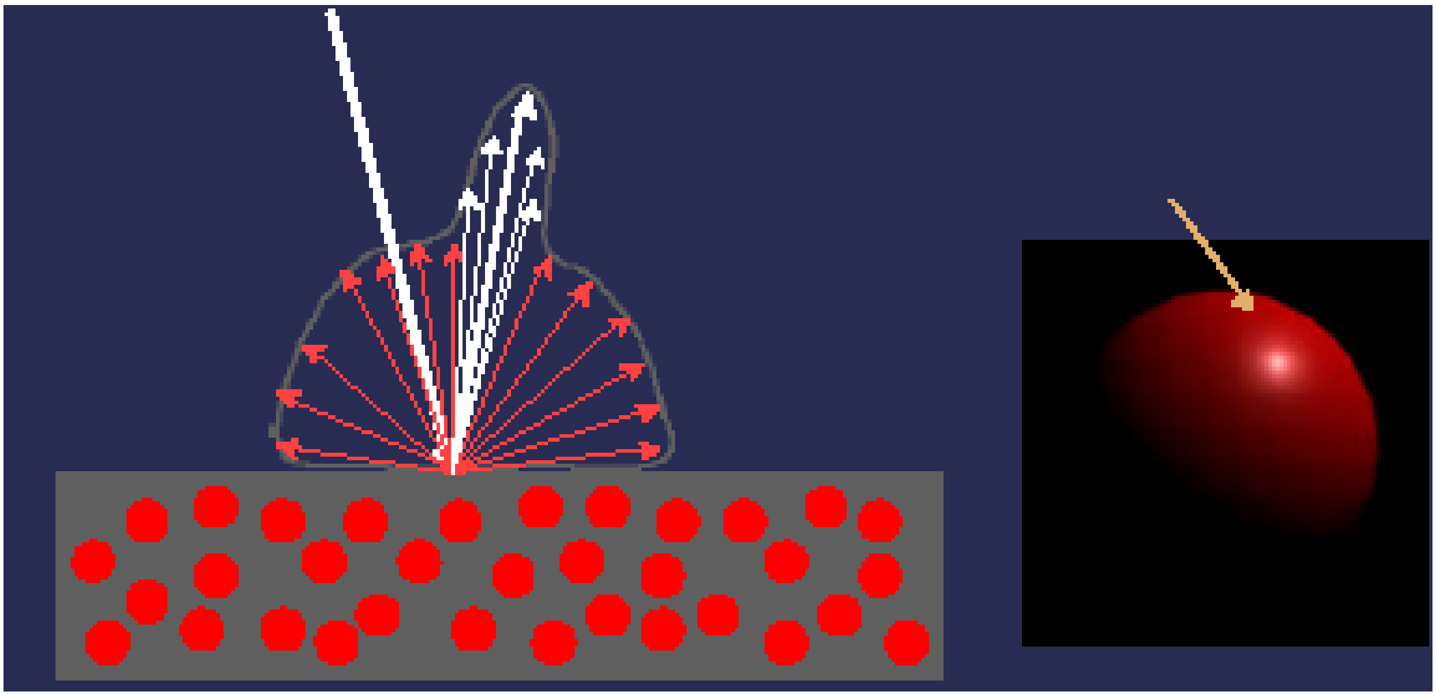
$$f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = \frac{dL_r(x, \vec{\omega}_r)}{L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos\theta_i d\omega_i}$$

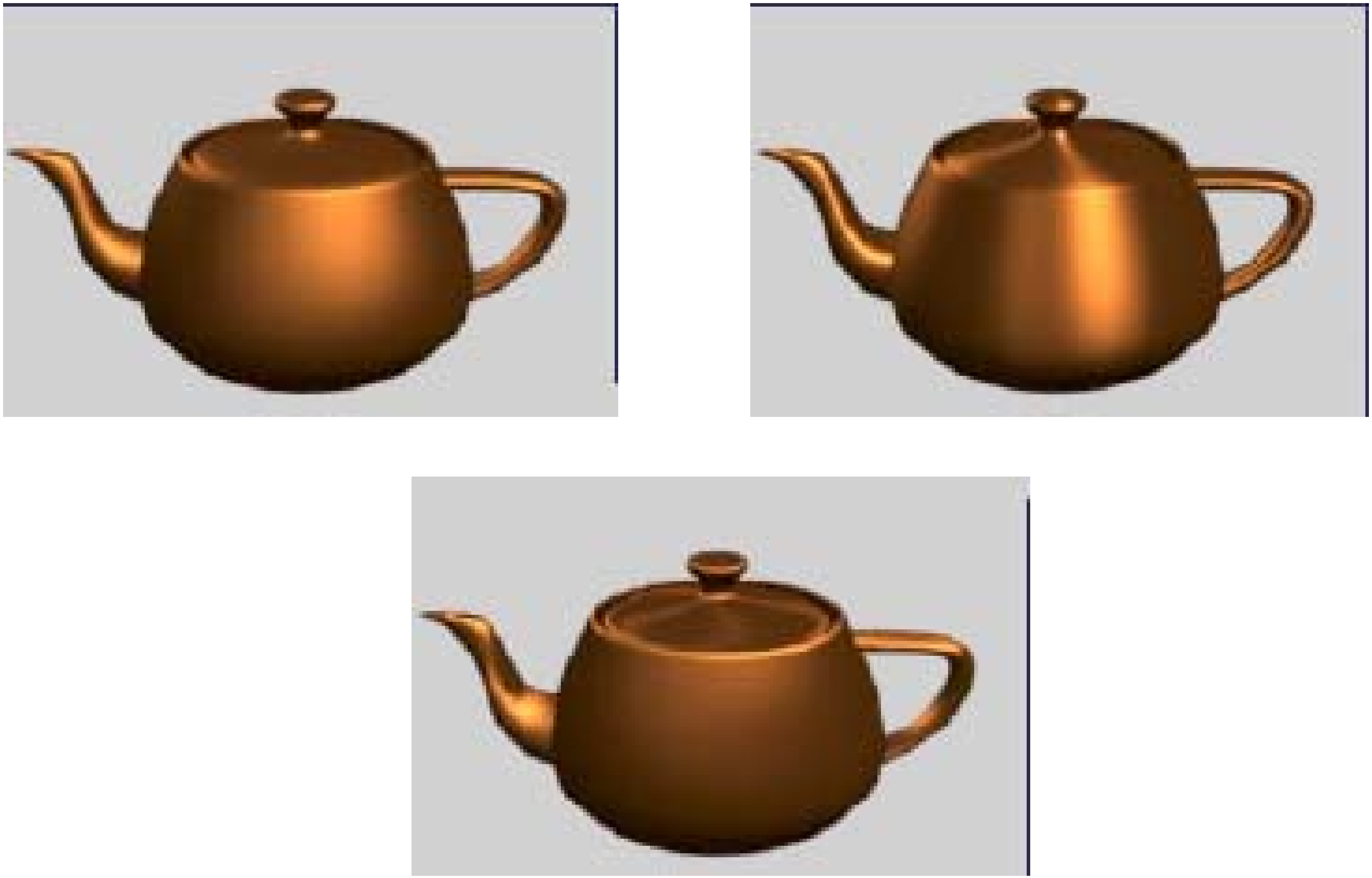




plastique rouge







BRDF anisotrope

==> **équation de réflectance**

$$L_r(x,\vec{\omega}_r) = \int_{\Omega_i} f_r(x,\vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r)\, L_i(x,\omega_i) \cos\theta_i \, d\omega_i$$

out modèle physiquement plausible doit vérifier :

- la loi de conservation de l'énergie
- le principe de réciprocité de Helmoltz

$$f_r(x,\vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = f_r(x,\vec{\omega}_r \rightarrow \vec{\omega}_i)$$

5 Modèles locaux

5.1 : Modèle primaire

chaque objet possède une intensité constante : k_i

=> modélisation d'un monde :

sans interactions entre les objets

où chaque objet est une source lumineuse

5.2 Modèle de Lambert

$$f_r\left(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r\right) = \frac{R}{\pi}$$

$$L_r\left(x, \vec{\omega}_r\right) = \frac{R}{\pi} \sum_j L_j\left(x, \vec{\omega}_i\right) \cos\theta_i \, d\omega_i$$

5.3 Modèle spéculaire

$$f_r(x,\vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = \frac{\delta(\cos\theta_i - \cos\theta_r)}{\cos\theta_i}\delta(\phi_i - (\phi_r \pm \pi))$$

où δ est la fonction de Dirac

5.4 Modèle de Phong [PHON 75]

$$f_r(x,\vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = d\ k_d + s\ k_s \frac{(\vec{N}\cdot\vec{H})^n}{(\vec{N}\cdot\vec{\omega}_i)}$$

où

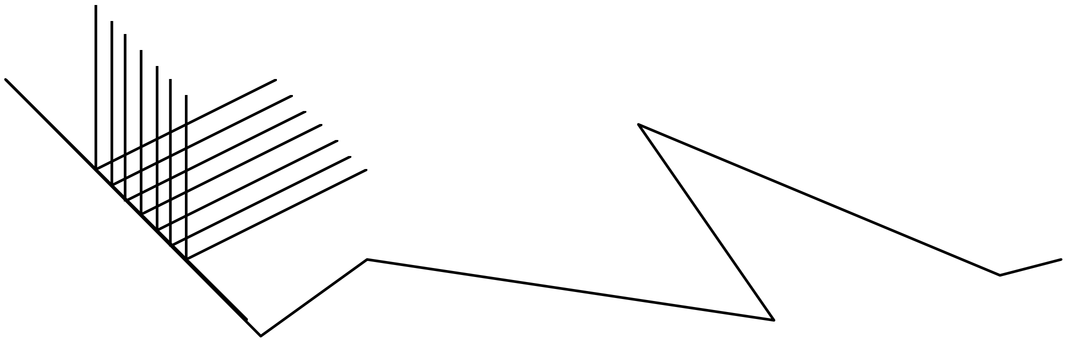
$\vec{H}$ est le vecteur unitaire bissecteur entre $\vec{\omega}_i$ et $\vec{\omega}_r$: $\vec{H} = \dfrac{\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_r}{\|\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_r\|}$

n est le coefficient de réflexion spéculaire

$$\mathrm{L_r}(x,\vec{\omega}_r) = k_a L_a + [d\ k_d(\vec{N}\cdot\vec{\omega}_i) + s\ k_s(\vec{N}\cdot\vec{H})^n]L_i(x,\vec{\omega}_i)$$

5.5 Modèle de Torrance-Sparrow

modélisation de la surface par des micro-facettes



$$f_r(x, \vec{\omega}_i \to \vec{\omega}_r) = \frac{d}{\pi} k_d + \frac{s}{4\pi (\vec{N} \cdot \vec{\omega}_i)(\vec{N} \cdot \vec{\omega}_r)} D(\alpha) F(\theta_i, \hat{n}) G(\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r)$$

$D(\alpha)$	est la distribution de probabilité des micro-facettes ;
$F(\theta_i, \hat{n})$	est le facteur de Fresnel ;
$G(\vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r)$	est un facteur d'atténuation géométrique.

$d \in [0,1]$ est la proportion de la surface se comportant comme un réflecteur diffus ;

$s \in [0,1]$ est la proportion de la surface se comportant comme un réflecteur spéculaire ;
$s + d = 1$;
k_d est la proportion de lumière réfléchie par le réflecteur diffus.

5.6 Modèles basés sur l 'optique physique

6 Modèles globaux

les modèles locaux

- dépendent du point de vue ;
- ne prennent pas en compte les inter-réflexions entre les surfaces (terme ambiant)
- ne tentent pas de tenir compte de l'équilibre énergétique

6.1 - Modèle du tracé de rayons

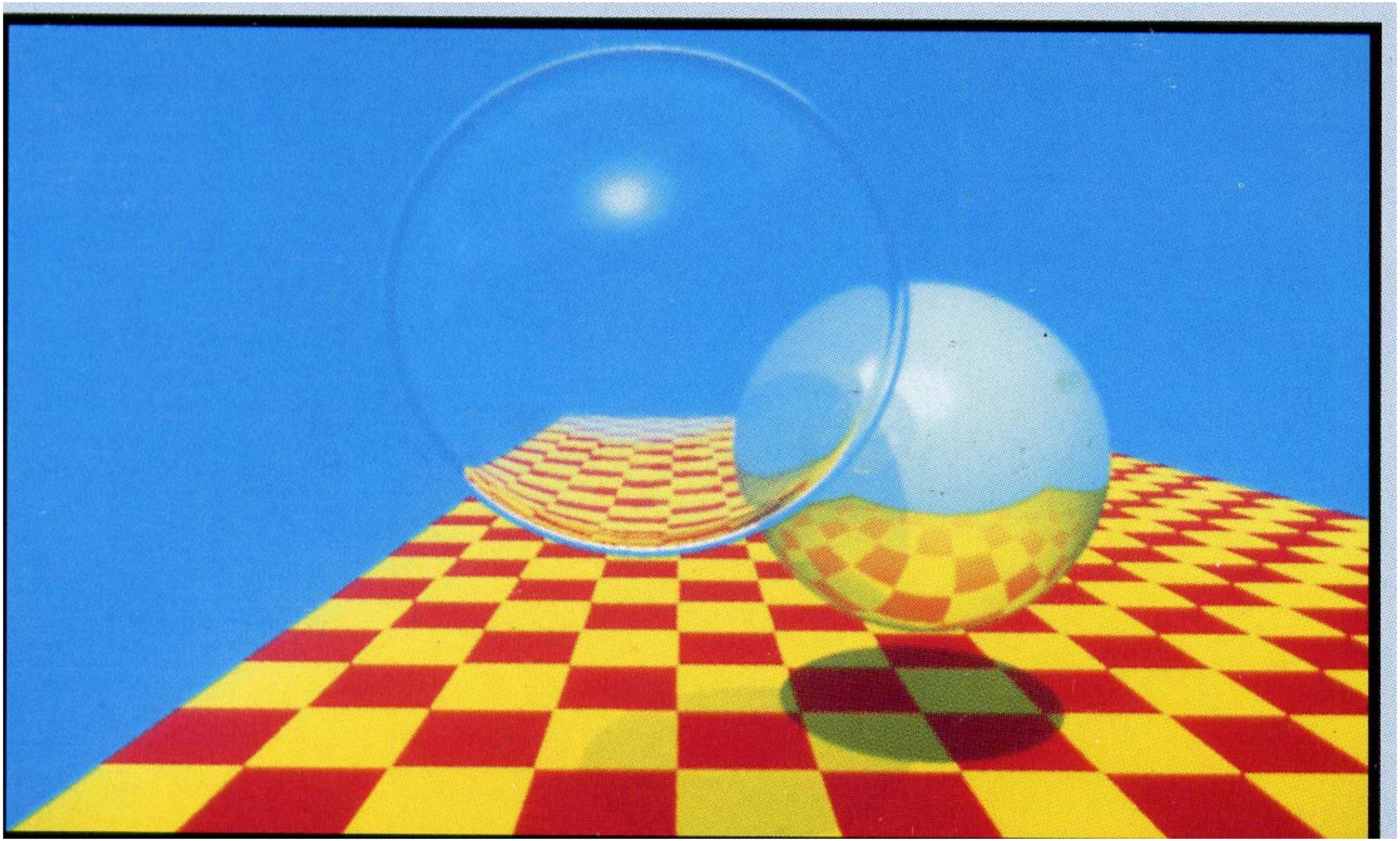
1ère tentative pour tenir compte de l'environnement,

notamment des réflexions et des transmissions spéculaires modèle local d 'éclairement (Whitted)

$$L = L_a c + \sum_j [dc(\vec{N} \cdot \vec{L}) + s(\vec{N} \cdot \vec{H})^n (mc + (1-m))L_j] + s(mc + (1-m))S + tcT$$

remarques :

- le modèle est correct si toutes les surfaces sont spéculaires
- ne vérifie pas la conservation de l 'énergie (terme ambiant)
- dépend de la position de l'observateur



d’après Whitted, Siggraph’1981

Trop faible (valeur nulle)

Moyen

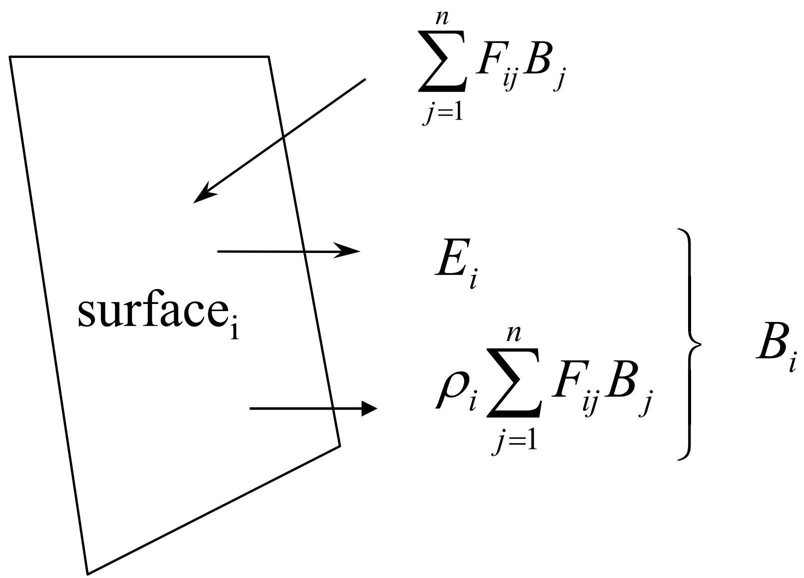
Trop élevé

$\Longrightarrow$ conservation de l'énergie non assurée.

6.2 - Radiosité

6.2.1 - Modèle initial

- provient de la thermique
- idée fondamentale : équilibre énergétique
- suppose la scène close
- suppose toutes les surfaces diffuses



$$B_{dA_i} dA_i = E_{dA_i} + \rho_{dA_i} \int_j B_{dA_j} F_{dA_i dA_j} dA_j$$

où

B_{dA_i} = radiosité de l'élément dA_i

dA_i = aire élémentaire

E_{dA_i} = émission de la surface dA_i

ρ_{dA_i} = réflectivité

$F_{dA_i dA_j}$ = fraction de l'énergie quittant dA_j et atteignant dA_i

(facteur de forme)

Remarque : $F_{A_i A_j} A_i = F_{A_j A_i} A_j$

Si l'environnement est divisé en n carreaux, on obtient n équations

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j \neq i} F_{i,j} B_j$$

d'où

$$\begin{pmatrix} 1 & -\rho_1 F_{1,2} & \dots & -\rho_1 F_{1,n} \\ -\rho_2 F_{2,1} & 1 & \dots & -\rho_2 F_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\rho_n F_{n,1} & -\rho_n F_{n,2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_n \end{pmatrix}$$

Remarque : $\sum_{j \neq i} F_{i,j} = 1 \text{ et } \rho_i \leq 1$

=> système soluble par Gauss-Seidel, par exemple

Algo_radiosité

Pour *chaque surface*

Discrétiser en facette

Fin Pour

Pour *chaque facette*

Pour *chaque facette*

Calculer le facteur de forme entre les deux facettes

Fin Pour

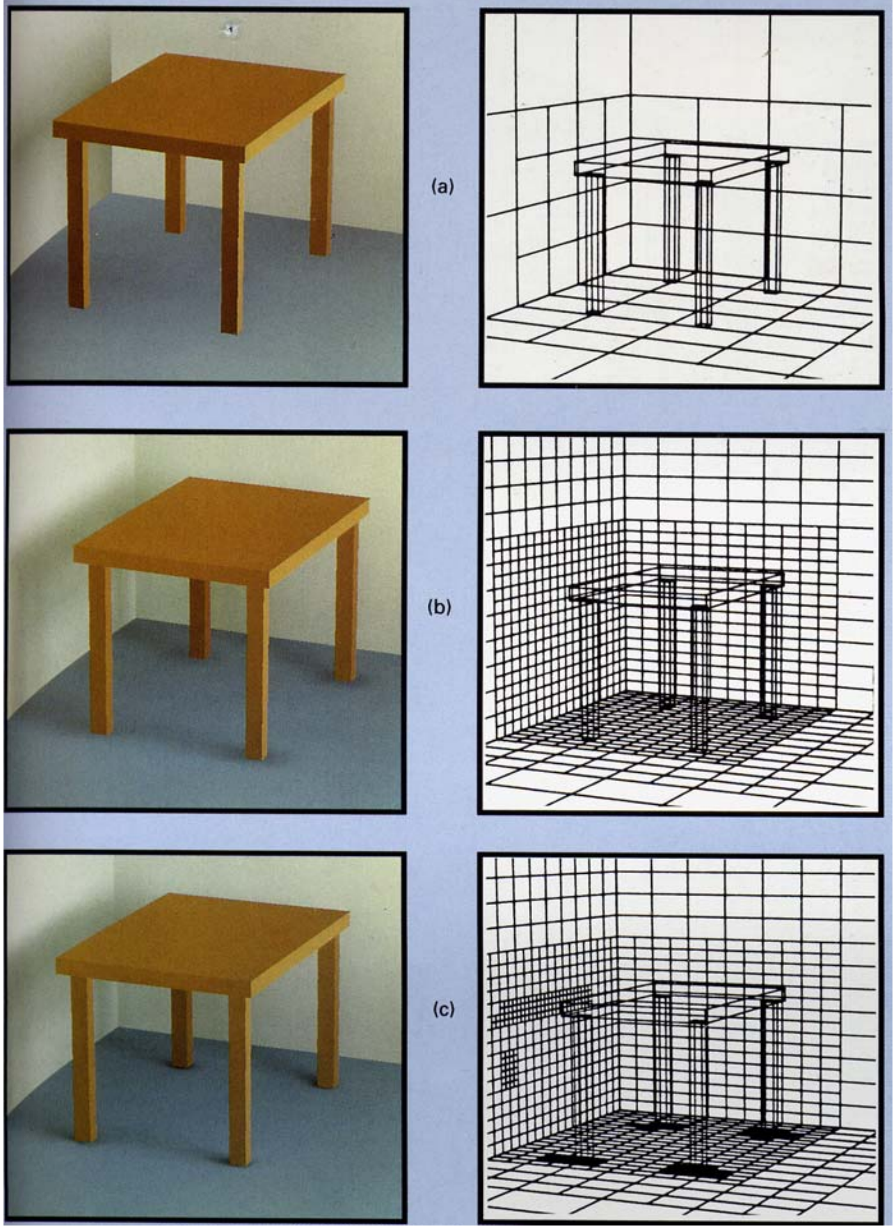
Fin Pour

Initialiser les radiosités des facettes à leur émissivité

Résoudre le système matriciel par la méthode de **Gauss Seidel**

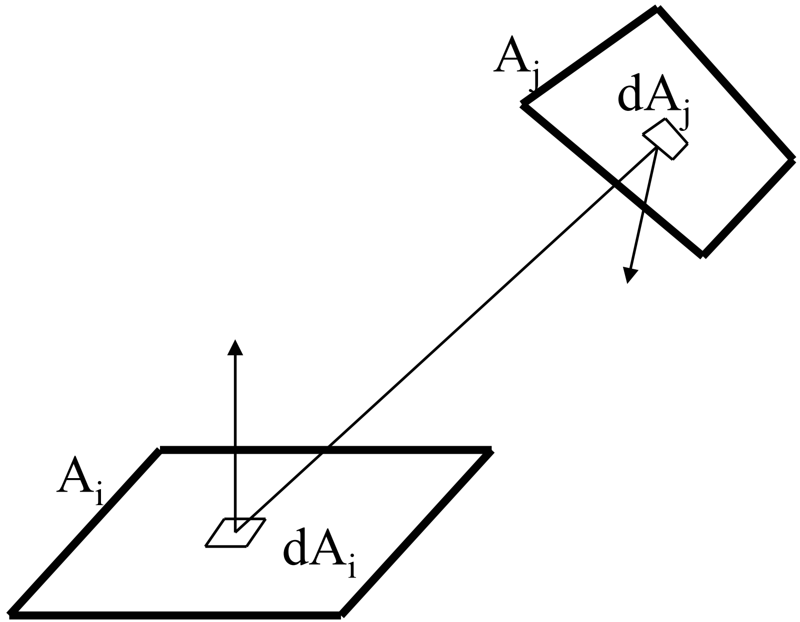
Calculer la radiosité en chaque sommet

Visualiser la scène par lancer de rayons ou Z-buffer en utilisant un lissage de Gouraud.



d’après M. Cohen (Cornell University), 1985

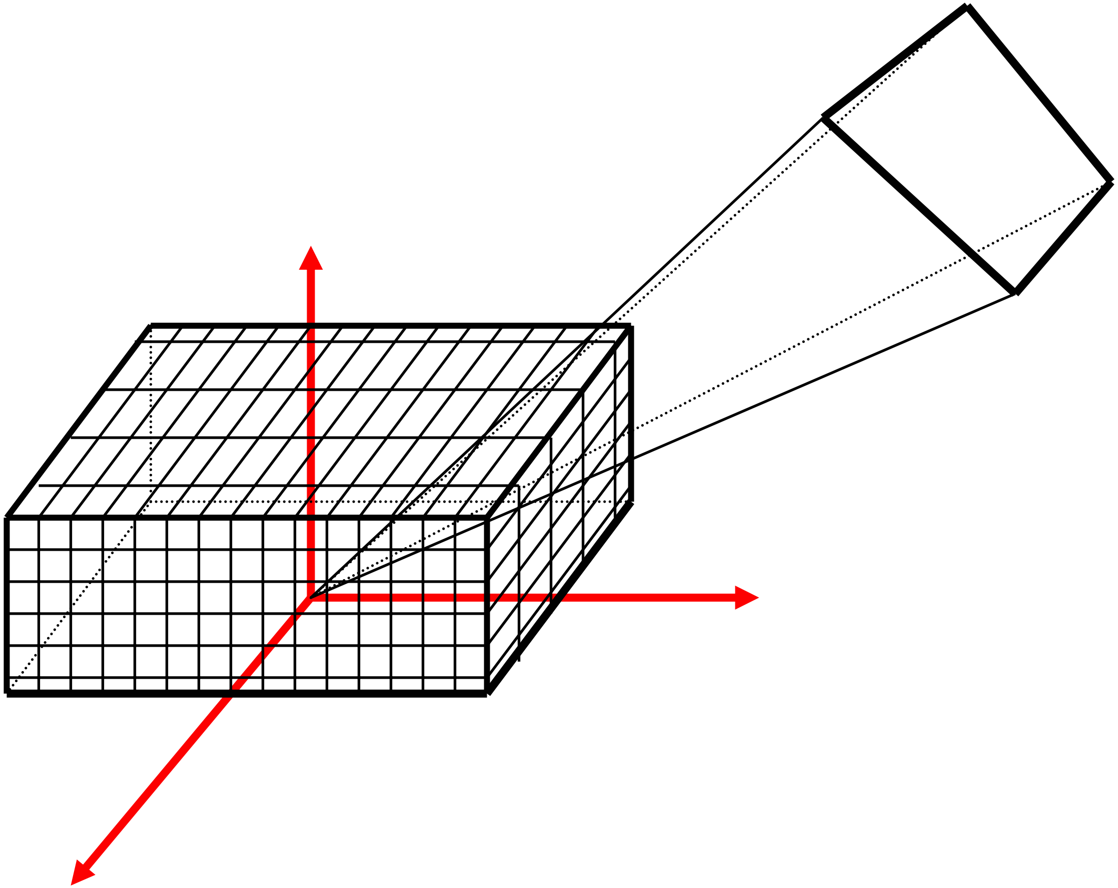
MAIS facteurs de forme inconnus



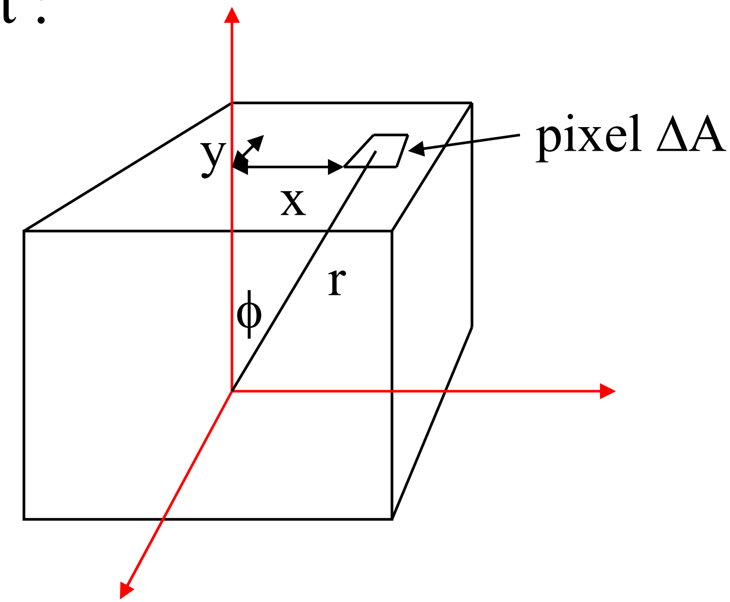
$$F_{dA_i,dA_j} = \frac{\cos\phi_i \, \cos\phi_j}{\pi \, r^2} dA_j$$

$$F_{A_i,A_j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\phi_i \, \cos\phi_j}{\pi \, r^2} dA_j dA_i$$

1. Solution de l'hémi-cube



calculs sur le haut :

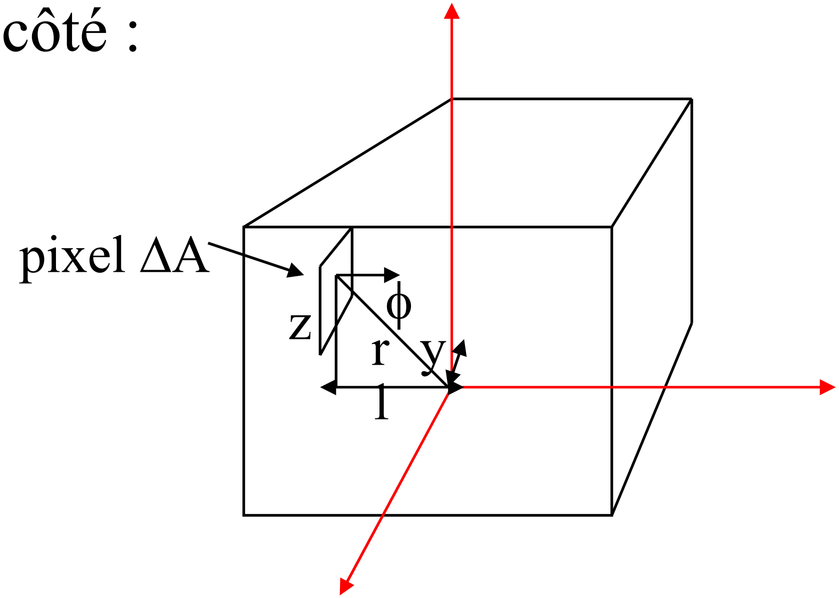


$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$$

$$\cos\phi_i = \cos\phi_j = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}}$$

$$\text{facteur de forme élémentaire} = \frac{1}{\pi\left(x^2 + y^2 + 1\right)^2}\Delta A$$

calculs sur le côté :



$$r = \sqrt{y^2 + z^2 + 1}$$

$$\cos\phi_i = \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2 + 1}}$$

$$\cos\phi_j = \frac{1}{\sqrt{y^2 + z^2 + 1}}$$

$$\text{facteur de forme élémentaire} = \frac{z}{\pi\left(y^2 + z^2 + 1\right)^2}\Delta A$$

avantages : utilisation d ’un tampon de profondeur câblé

inconvénients : discrétisation => problèmes d'aliassage

2. solution du plan (SILLION 89)

3. solution de l ’hémi-sphère

6.2.2 - Raffinement progressif

- interprétation du système (1) : la i[ème] ligne fournit une estimation de la radiosité de la surface i basée sur les estimations courantes des autres surfaces

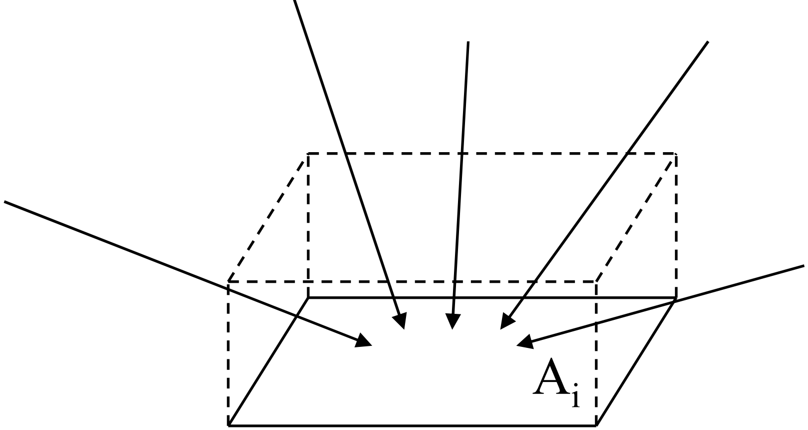
$$B_i \text{ dû à } B_j = \rho_i B_j F_{ij}$$

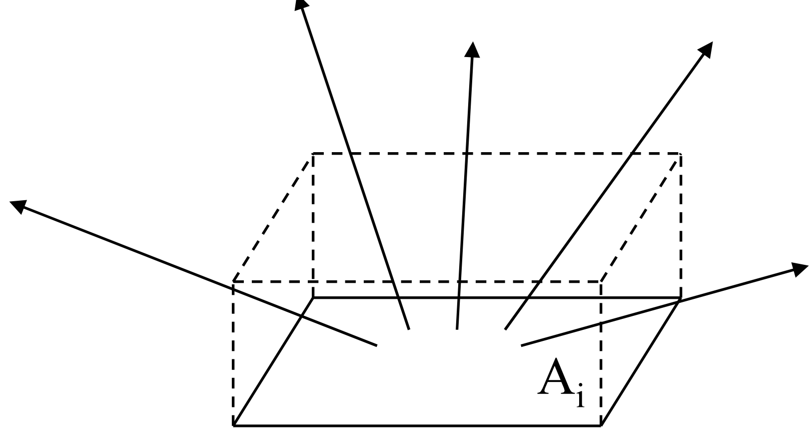
=> rassemblement de la lumière (gathering)

- autre interprétation : version projective (shooting)

  surface i projette son énergie sur autres surfaces

$$B_j \text{ dû à } B_i = \rho_i \; B_i F_{ij} A_i/A_j$$





rassemblement

projection

$$\begin{bmatrix} \\ x \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ x \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ xx\ldots xx \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ . \\ . \\ . \\ x \\ x \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x \\ x \\ . \\ . \\ . \\ x \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ . \\ . \\ . \\ x \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ x \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & & \\ x & & \\ . & & \\ . & & \\ . & & \\ x & & \\ x & & \end{bmatrix}$$

$$B_i = E_i + \sum_{j=1}^{n} \rho_i F_{ij} B_j \qquad B_i = E_i + \rho_i F_{ji} B_j$$

Discrétiser la scène

***Pour** chaque facette*

Fixer la radiosité et la radiosité latente à l'émissivité de la surface

Fin Pour

Jusqu'à** convergence (image satisfaisante, radiosité latente faible, ...) **fair

Déterminer la facette j ayant la plus grande radiosité latente

Calcul de tous les facteurs de forme entre cette facette et les autres

***Pour** chaque facette A_i*

Augmentation de la radiosité latente : $\Delta B_i^{lat} = \Delta B_i^{lat} + \rho_i \Delta B_j^{lat} F_{i\to j}$

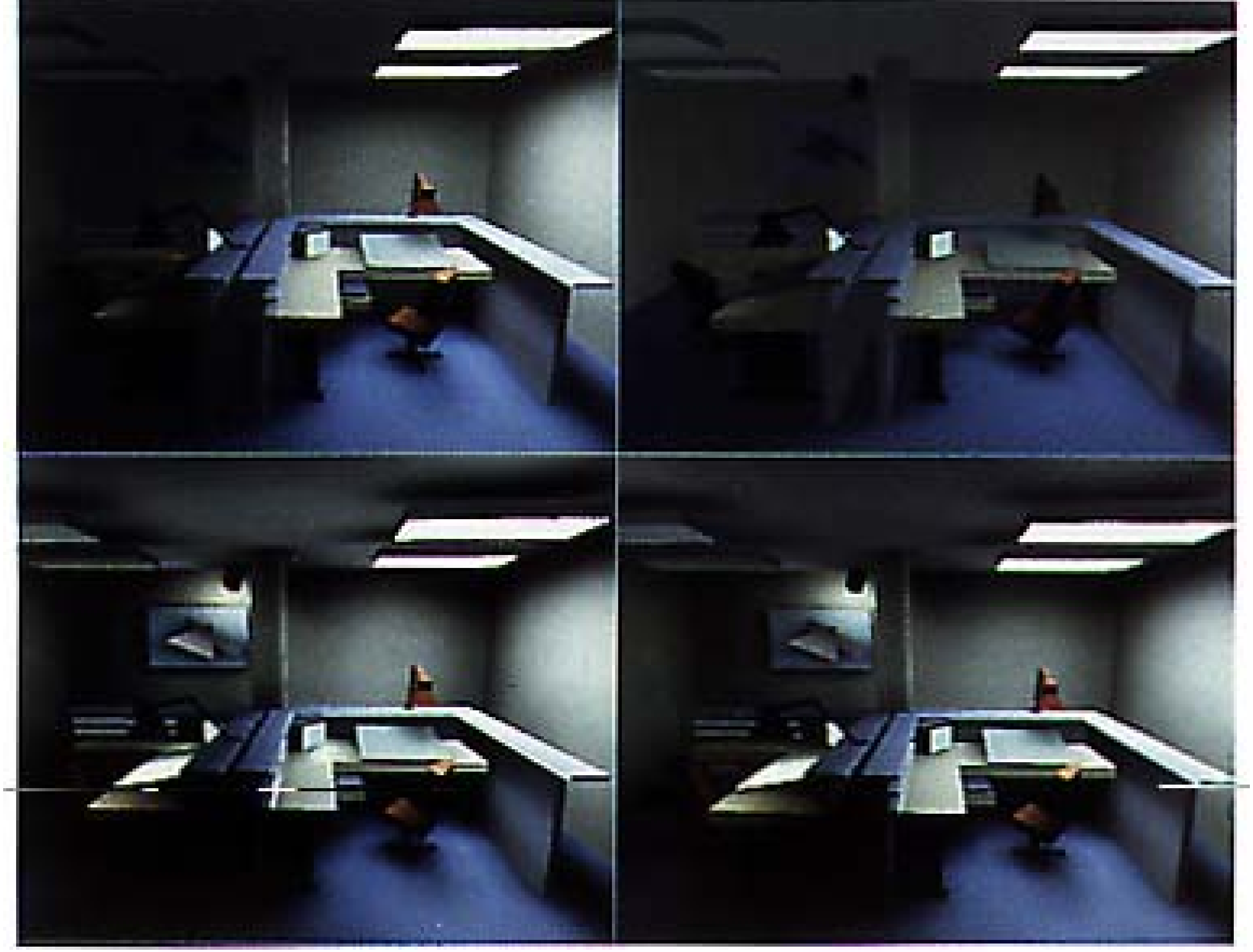
Réactualisation de la radiosité : $B_i = B_i + \rho_i \Delta B_j^{lat} F_{i\to j}$

Fin Pour

Fixer la radiosité latente de la facette j à zéro

*Eventuellement **Rendu** de la scène*

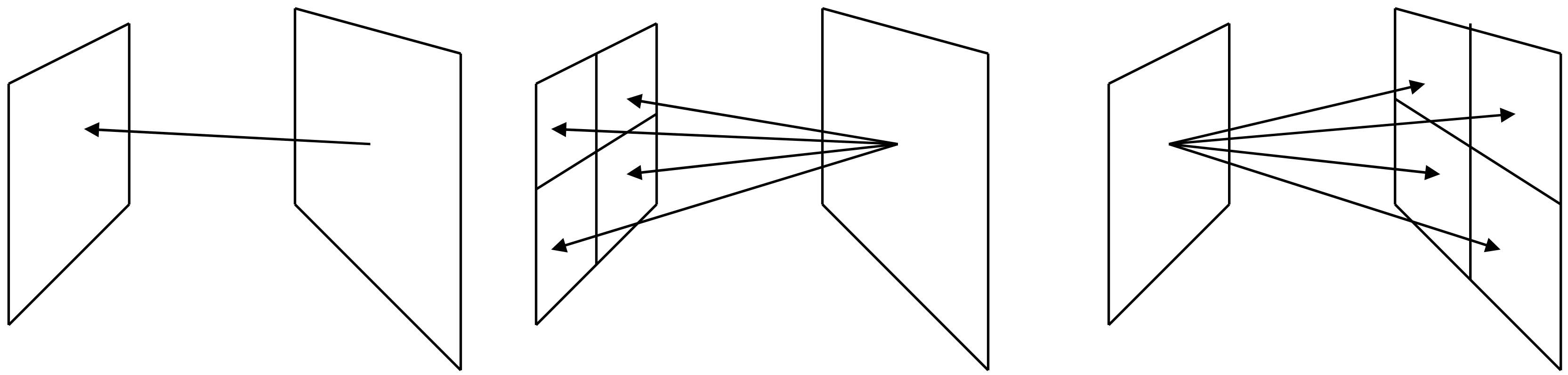
Fin faire



d’après Cohen et al., Siggraph’1988

6.2.3 Méthodes hiérarchiques

utilisation de liens



Chaque surface est une facette

Pour *chaque couple de facettes* A_i *et* A_j

Evaluer deux facteurs de forme approchés $F_{i\text{->}j}$ *et* $F_{j\text{->}i}$

Si *leurs valeurs sont inférieures à un seuil*

Créer un lien entre A_i *et* A_j

Sinon

Si $F_{i\text{->}j} > F_{j\text{->}i}$ ***et*** *subdivision de* A_j *possible*

Subdivision de A_j *et appel récursif sur les facettes créées et* A_j

Si $F_{i\text{->}j} < F_{j\text{->}i}$ ***et*** *subdivision de* A_i *possible*

Subdivision de A_j *et appel récursif sur les facettes créées et* A_i

Sinon

Créer un lien entre A_i *et* A_j

Fin Si

Fin Si

Fin Pour

Résolution du système linéaire

Rendu *de l'image*

6.2.4 - Avantages et inconvénients

- Avantages :
  - permet de calculer inter-réflexions entre surfaces (terme ambiant)
  - indépendant de la position de l'observateur

- Inconvénients :
  - suppose surfaces diffuses
  - temps de calcul (moins vrai pour méthodes hiérarchiques)
  - place mémoire (surtout pour méthode initiale)

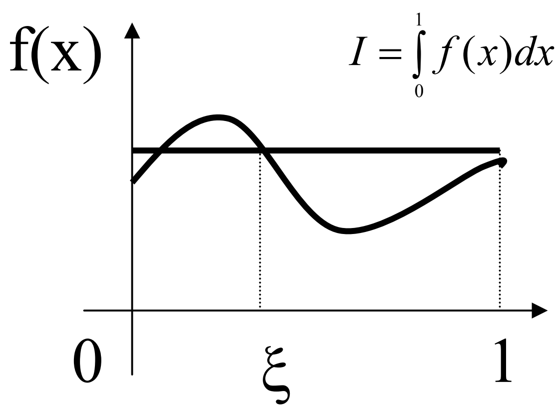
6.3 – Méthodes multi-passes

Méthodes en 2 passes

6.4. Méthodes de Monte Carlo

6.4.1. Généralités

Si ξ est une variable aléatoire tirée uniformément sur [0,1], $f(\xi)$ est un **estimateur primaire** de I, noté $\langle I \rangle_{prim}$



$$E\left(\left\langle I_{prim}\right\rangle\right)=\int_0^1 f(\xi)d\xi = I$$

L 'incertitude sur la valeur obtenue est fournie par la variance :

$$\sigma^2_{prim}\left(\left\langle I_{prim}\right\rangle\right)=\int_0^1 \left[f(x)-I\right]^2 dx = \int_0^1 f^2(x)dx - I^2$$

6.4.2. Méthode de Monte Carlo

on prend N échantillons indépendants ξ_i

$$\langle I_{\sec} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(\xi_i)$$

$$E(\langle I_{\sec} \rangle) = \int_0^1 \ldots \int_0^1 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(\xi_i) d\xi_1 \ldots d\xi_N = I$$

$$\sigma_{\sec}^2 = \int_0^1 \ldots \int_0^1 \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(\xi_i) \right]^2 d\xi_1 \ldots d\xi_N - I^2$$

$$= \frac{1}{N} \int_0^1 f^2(x) dx - \frac{1}{N} I^2$$

$$= \frac{\sigma_{prim}^2}{N}$$

6.4.3. Echantillonnage stratifié

$\{A_i\}$ partition de [0,1]

$$I = \sum_{i=1}^{N} \int_{A_i} f(x)dx = \sum_{i=1}^{N} I_i$$

si tous les A_i ont même longueur et si on ne tire qu 'un seul échantillon par domaine avec une loi uniforme sur A_i

$$\langle I \rangle_{strat} = \sum_{i=1}^{N} \langle I_i \rangle_{prim}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} f(\xi_i)$$

$$\sigma^2_{strat} = \sum_{i=1}^{N} \left[\int_{A_i} \left(\frac{f(x_i)}{N} \right)^2 N dx_i - I_i^2 \right]$$

$$= \frac{1}{N} \int_0^1 f^2(x)dx - \sum_{i=1}^{N} I_i^2$$

6.4.4. Echantillonnage d 'importance

soit p une fonction de densité de probabilité, ie vérifiant :

$$p(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0,1]$$

$$\int_0^1 p(x)dx = 1$$

alors :

$$I = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{f(x)}{p(x)} p(x)dx$$

Si ξ est une variable aléatoire échantillonnée suivant la densité p, on obtient un estimateur :

$$\langle I \rangle_{imp} = \frac{f(\xi)}{p(\xi)}$$

$$E\left(\langle I \rangle_{imp}\right) = I \quad \text{et}$$

$$\sigma^2_{imp} = \int_0^1 \left[\frac{f(x)}{p(x)}\right]^2 p(x)dx - I^2$$

$$= \int_0^1 \frac{f^2(x)}{p(x)}dx - I^2$$

6.4.5. Application à l'éclairement global

l'équation de rendu

$$L_r(x,\vec{\omega}_r) = L_e(x,\vec{\omega}_r) + \int_{\Omega_i} f_r(x,\vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x,\omega_i) \cos\theta_i \, d\omega_i$$

peut être réécrite

$$\mathrm{L_r}(\mathrm{x},\vec{\omega}_\mathrm{r}) = \mathrm{L_e}(\mathrm{x},\vec{\omega}_\mathrm{r}) + \int_\mathrm{S} \mathrm{f_r}(\mathrm{x},\vec{\omega}_\mathrm{i} \rightarrow \vec{\omega}_\mathrm{r}) \mathrm{L_i}(\mathrm{y},\omega_\mathrm{i}) \, \mathrm{V}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \cos\theta_\mathrm{i} \frac{\cos\alpha}{\mathrm{r}_2} \, \mathrm{dy}$$

où S est l'ensemble des points de la scène et V une fonction de visibilité ; si on pose $G(x, y) = V(x, y) \cos\theta_i \dfrac{\cos\alpha}{r^2}$, on obtient

$$\mathrm{L_r}(\mathrm{x},\vec{\omega}_\mathrm{r}) = \mathrm{L_e}(\mathrm{x},\vec{\omega}_\mathrm{r}) + \int_\mathrm{S} \mathrm{f_r}(\mathrm{x},\vec{\omega}_\mathrm{i} \rightarrow \vec{\omega}_\mathrm{r}) \mathrm{L_i}(\mathrm{y},\omega_\mathrm{i}) \, \mathrm{G}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \, \mathrm{dy}$$

Cette formule est récursive et peut s'écrire

$$L_r(x,\vec{\omega}_r) = L_e(x,\vec{\omega}_r) + \int_S f_r(x,\vec{\omega}_i \to \vec{\omega}_r) L_e(y,\omega_i)\, G(x,y)\, dy +$$

$$\int_S \int_S f_r(x,\vec{\omega}_i \to \vec{\omega}_r)\, G(x,y)\, f_r(y,\vec{\omega}j \to \vec{\omega}_i) L_e(y',\omega_j)\ \ dy' + \ldots$$

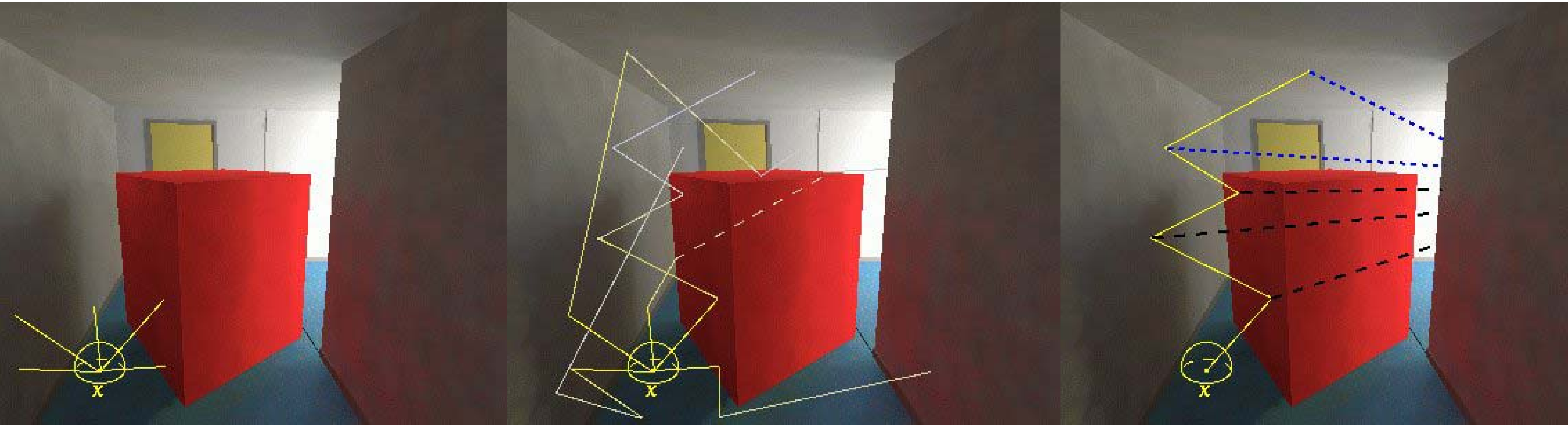
ce qui revient à intégrer l'équation du rendu suivant la longueur des chemins lumineux possibles, en suivant la méthode générale :

✓ choix aléatoire d'un couple (point, direction) pour initialiser un chemin lumineux

✓ propagation de ce chemin dans le milieu selon les lois de probabilité définies par les propriétés des matériaux

Cette méthode générale peut être déclinée de plusieurs manières :

✓ **lancer de chemins** : on choisit un chemin lumineux à partir de l'œil et on le propage dans la scène ; la valeur en un pixel est alors la moyenne des valeurs des chemins émis à travers ce pixel ;



- ✓ **lancer de particules** : on part des sources de lumière ;
- ✓ **méthodes bidirectionnelles.**