Jeux sur des graphes de processus à pile

Olivier Serre
LIAFA, Université Paris 7 & CNRS.
serre@liafa.jussieu.fr

Plan

- Définitions.
- Jeux d'accessibilité.
- Jeux d'explosion.
- Ensembles de positions gagnantes.

Définitions

Comment représenter finiment un graphe infini ?

Motivation : Les jeux sur des graphes infinis sont naturels pour la vérification mais pour les étudier de ce point de vu, il faut qu'ils possèdent une représentation finie.

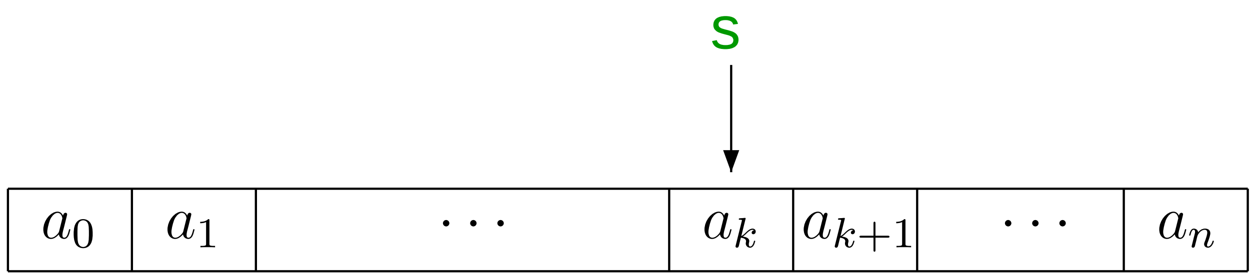
Une solution (très générale) : prendre le graphe de transition $G = (V, E)$ d'une machine de Turing M :

Comment représenter finiment un graphe infini ?

Motivation : Les jeux sur des graphes infinis sont naturels pour la vérification mais pour les étudier de ce point de vu, il faut qu'ils possèdent une représentation finie.

Une solution (très générale) : prendre le graphe de transition $G = (V, E)$ d'une machine de Turing M :

- V est l'ensemble des configurations de M (*i.e.* les mots décrivant le contenu du ruban et la position de la tête de lecture).
  Exemple : $a_0 a_1 \cdots a_k s a_{k+1} \cdots a_n$ représente la config. suivante. :



Comment représenter finiment un graphe infini ?

Motivation : Les jeux sur des graphes infinis sont naturels pour la vérification mais pour les étudier de ce point de vu, il faut qu'ils possèdent une représentation finie.

Une solution (très générale) : prendre le graphe de transition $G = (V, E)$ d'une machine de Turing M :

- V est l'ensemble des configurations de M (*i.e.* les mots décrivant le contenu du ruban et la position de la tête de lecture).
- La relation E simule celle de la machine : $(C_1, a, C_2) \in E$ ssi depuis C_1 en lisant a la machine peut aller en C_2.

Comment représenter finiment un graphe infini ?

Motivation : Les jeux sur des graphes infinis sont naturels pour la vérification mais pour les étudier de ce point de vu, il faut qu'ils possèdent une représentation finie.

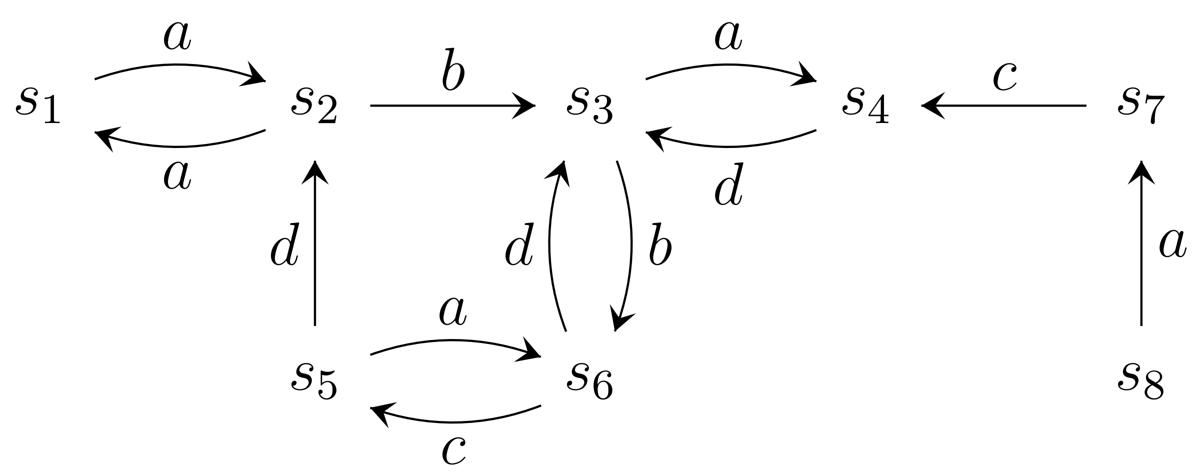
Une solution (très générale) : prendre le graphe de transition $G = (V, E)$ d'une machine de Turing M :

Partition des sommets entre Eve et Adam :

- Prendre une machine de Turing M' : les configurations d'Eve sont celles acceptées par M'.
- Cas simple :
  - prendre une partition $Q_E \sqcup Q_A$ des états de contrôle de M.
  - un sommet appartient à Eve ssi son état de contrôle lui appartient.

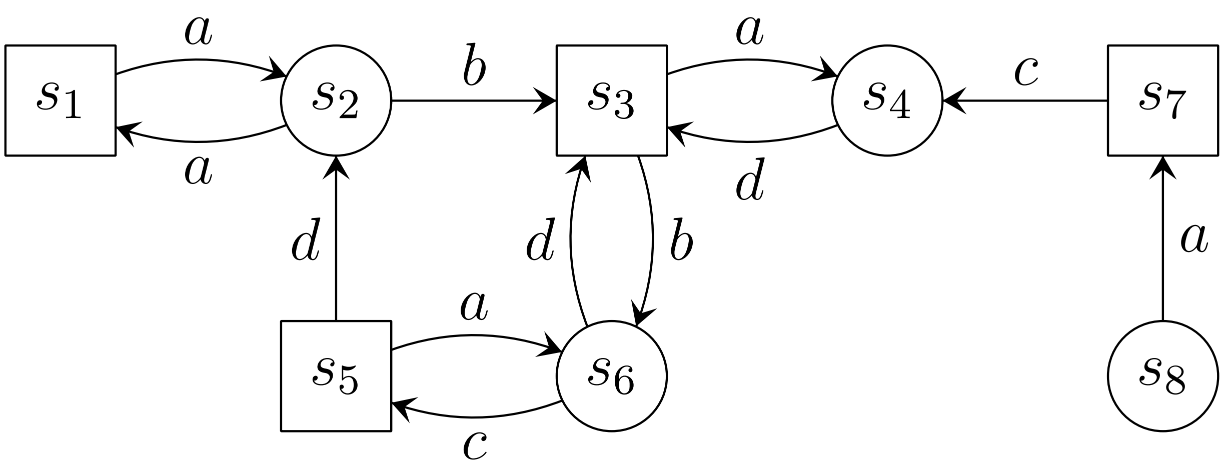
Si l'on part d'un automate fini :

- Les configurations sont les états : le graphe de transition est donc fini.
- Les arêtes traduisent la relation de transition.



Si l'on part d'un automate fini :

- Les configurations sont les états : le graphe de transition est donc fini.
- Les arêtes traduisent la relation de transition.
- Partitioner les configurations revient à partitioner les états de contrôle.



Cas particuliers

Si l'on part d'un automate fini :

- Les configurations sont les états : le graphe de transition est donc fini.
- Les arêtes traduisent la relation de transition.
- Partitioner les configurations revient à partitioner les états de contrôle.

Exemples de graphe infinis :

- Graphes de transition d'automates à pile.
- Graphes de transition d'automates à pile de pile.

Conditions de gain

Tout d'abord : La condition de gain doit être finiment descriptible.

Comment faire ?

- Condition de gain externe : la décrire finiment (*e.g.* à l'aide d'une machine de Turing).

Conditions de gain

Tout d'abord : La condition de gain doit être finiment descriptible.

Comment faire ?

- Condition de gain externe : la décrire finiment (*e.g.* à l'aide d'une machine de Turing).
- Conditions de gain internes, quelques pistes :
  - Choisir une fonction de coloriage $Q \to C$ et l'étendre aux configurations.
  - Considérer un langage (finiment décrit) L sur C.
  - Une partie est remportée par Eve ssi son coloriage est dans L.

Conditions de gain

Tout d'abord : La condition de gain doit être finiment descriptible.

Comment faire ?

- Condition de gain externe : la décrire finiment (*e.g.* à l'aide d'une machine de Turing).
- Conditions de gain internes, quelques pistes :
  - Choisir une fonction de coloriage $Q \to C$ et l'étendre aux configurations.
  - Considérer un langage (finiment décrit) L sur C.
  - Une partie est remportée par Eve ssi son coloriage est dans L.

Bien sûr cela ne permet pas de tout avoir :

- *"Eve gagne ssi il existe un sommet infiniment souvent visité"*

Tout d'abord : La condition de gain doit être finiment descriptible.

Comment faire ?

- Condition de gain externe : la décrire finiment (*e.g.* à l'aide d'une machine de Turing).
- Conditions de gain internes, quelques pistes :
  - Choisir une fonction de coloriage $Q \to C$ et l'étendre aux configurations.
  - Considérer un langage (finiment décrit) L sur C.
  - Une partie est remportée par Eve ssi son coloriage est dans L.

Bien sûr cela ne permet pas de tout avoir :

- *"Eve gagne ssi il existe un sommet infiniment souvent visité"*
- On pourrait utiliser de la logique pour cela...

$$\Omega = \{\lambda = v_0 v_1 \cdots \mid \exists v \in V \text{ t.q. } \forall i \geq 0\ \exists j \geq i \text{ t.q. } v_j = v\}$$

Mais attention ! (1/2)

Les graphes peuvent être trop expressifs :

- Soit G le graphe de configuration d'une machine de Turing quelconque M sans entrée.
- Considérons le jeu d'accessibilité à un joueur sur G.

Mais attention ! (1/2)

Les graphes peuvent être trop expressifs :

- Soit G le graphe de configuration d'une machine de Turing quelconque M sans entrée.
- Considérons le jeu d'accessibilité à un joueur sur G.
- On peut réduire le problème de l'arrêt pour M à l'existence d'une stratégie gagnante pour Eve depuis la configuration initiale.
- En conclusion, si M est quelconque, décider le gagnant (même dans un jeu à un joueur) est indécidable.

Mais attention ! (1/2)

Les graphes peuvent être trop expressifs :

- Soit G le graphe de configuration d’une machine de Turing quelconque M avec entrée.
- Considérons le jeu d’accessibilité à un joueur sur G.
- On peut réduire le problème du vide pour M à l’existence d’une stratégie gagnante pour Eve depuis la configuration initiale.
- En conclusion, si M est dans une classe pour lequel le vide est indécidable, décider le gagnant (même dans un jeu à un joueur) est indécidable.

Mais attention ! (1/2)

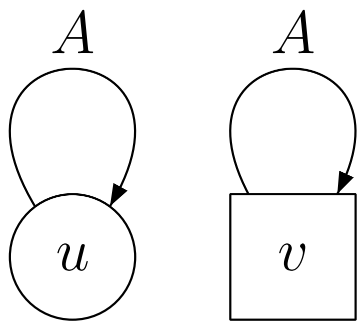
Les graphes peuvent être trop expressifs :

- Soit G le graphe de configuration d'une machine de Turing quelconque M avec entrée.
- Considérons le jeu d'accessibilité à un joueur sur G.
- On peut réduire le problème du vide pour M à l'existence d'une stratégie gagnante pour Eve depuis la configuration initiale.
- En conclusion, si M est dans une classe pour lequel le vide est indécidable, décider le gagnant (même dans un jeu à un joueur) est indécidable.

Et même si les problèmes précédents sont décidables : il se peut que les jeux à deux joueurs soient indécidables !

Les conditions de gains peuvent être trop puissantes :

Condition de gain externe : $L(M) \subseteq A^\omega$ pour une machine M (*e.g.* un automate à pile non déterministe).



- u est gagnant Eve ssi $L(M) \neq \emptyset$.
- v est gagnant Eve ssi $L(M) = A^\omega$.

Mais attention ! (2/2)

Les conditions de gains peuvent être trop puissantes :

Conclusion :

Il faut choisir pour modèle de condition externe de gain une machine dont le vide et l'universalité sont décidables.

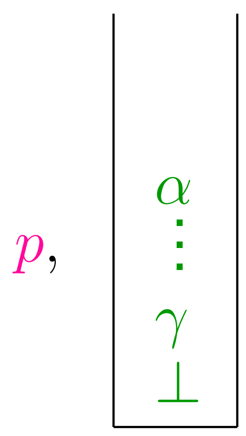
Processus à pile : définition

Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$ **:**

- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.

Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

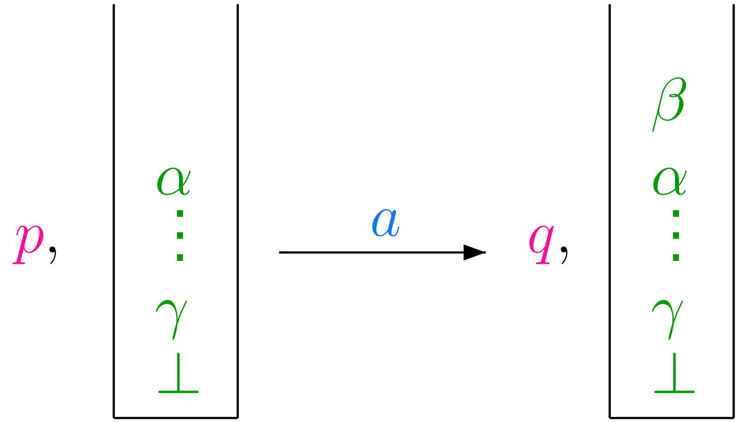
- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.
  - $Push(q, \beta) \in \Delta(p, \alpha, a)$.



Processus à pile : définition

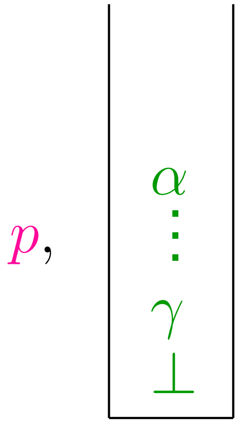
Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.
  - $Push(q, \beta) \in \Delta(p, \alpha, a)$.



Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

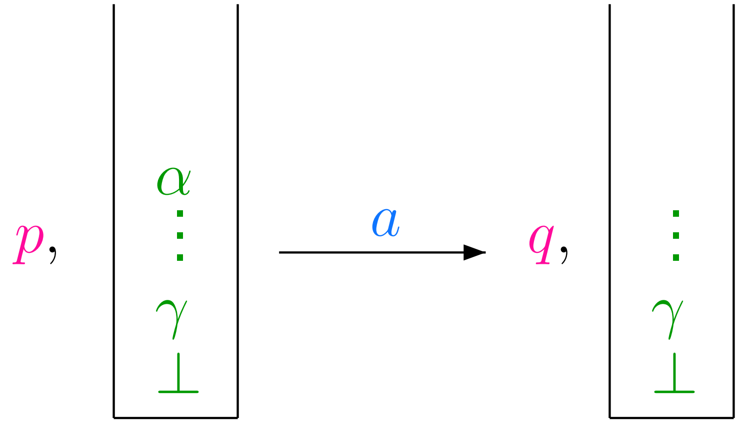
- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.
    - $Pop(q) \in \Delta(p, \alpha, a)$.



Processus à pile : définition

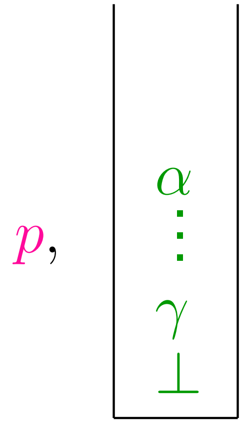
Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$ **:**

- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.
    - $Pop(q) \in \Delta(p, \alpha, a)$.



Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$ **:**

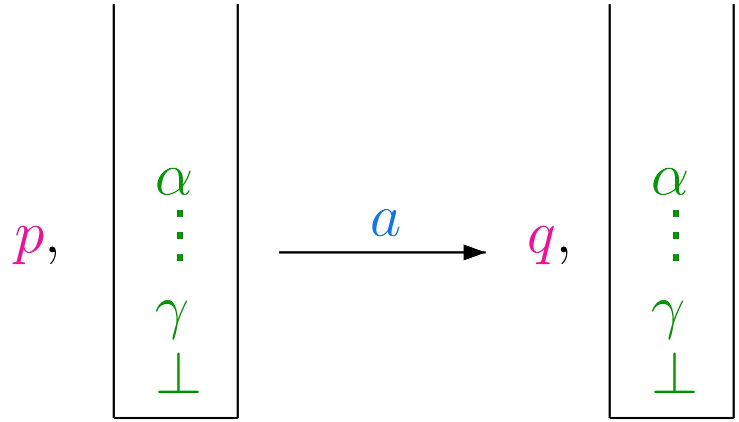
- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.
  - $Skip(q) \in \Delta(p, \alpha, a)$.



Processus à pile : définition

Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.
  - $Skip(q) \in \Delta(p, \alpha, a)$.



Processus à pile : définition

Processus à pile $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

- Q : ensemble fini d'états de contrôle.
- A : alphabet fini d'entrée.
- Γ : alphabet fini de pile.
- $\perp$: symbole de fond de pile.
- Δ : fonction de transition.

$$\Delta : Q \times \Gamma \times A \longrightarrow \{push(q,\alpha),\ pop(q),\ ,skip(q) \mid q \in Q,\ \alpha \in \Gamma \setminus \{\perp\}\}$$

and s.t. $\forall q, q' \in Q$, $\forall a \in A$, $pop(q') \notin \Delta(q, \perp, a)$.

Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \perp\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \perp) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \perp) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \perp) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$

Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \bot\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \bot) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \bot) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \bot) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$

$p, \bot$

Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \bot\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \bot) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \bot) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \bot) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$

$$\begin{tikzcd} & r, \beta\bot \\ p, \bot \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & p, \alpha\bot \end{tikzcd}$$

Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \perp\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

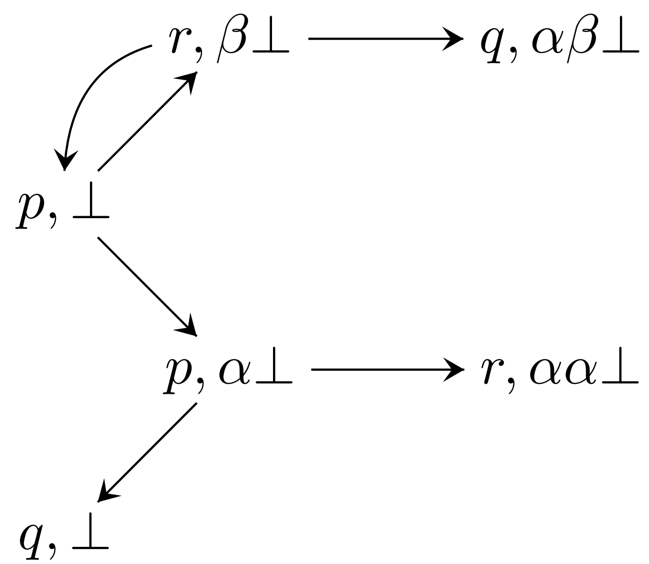
$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \perp) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \perp) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \perp) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$



Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \perp\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

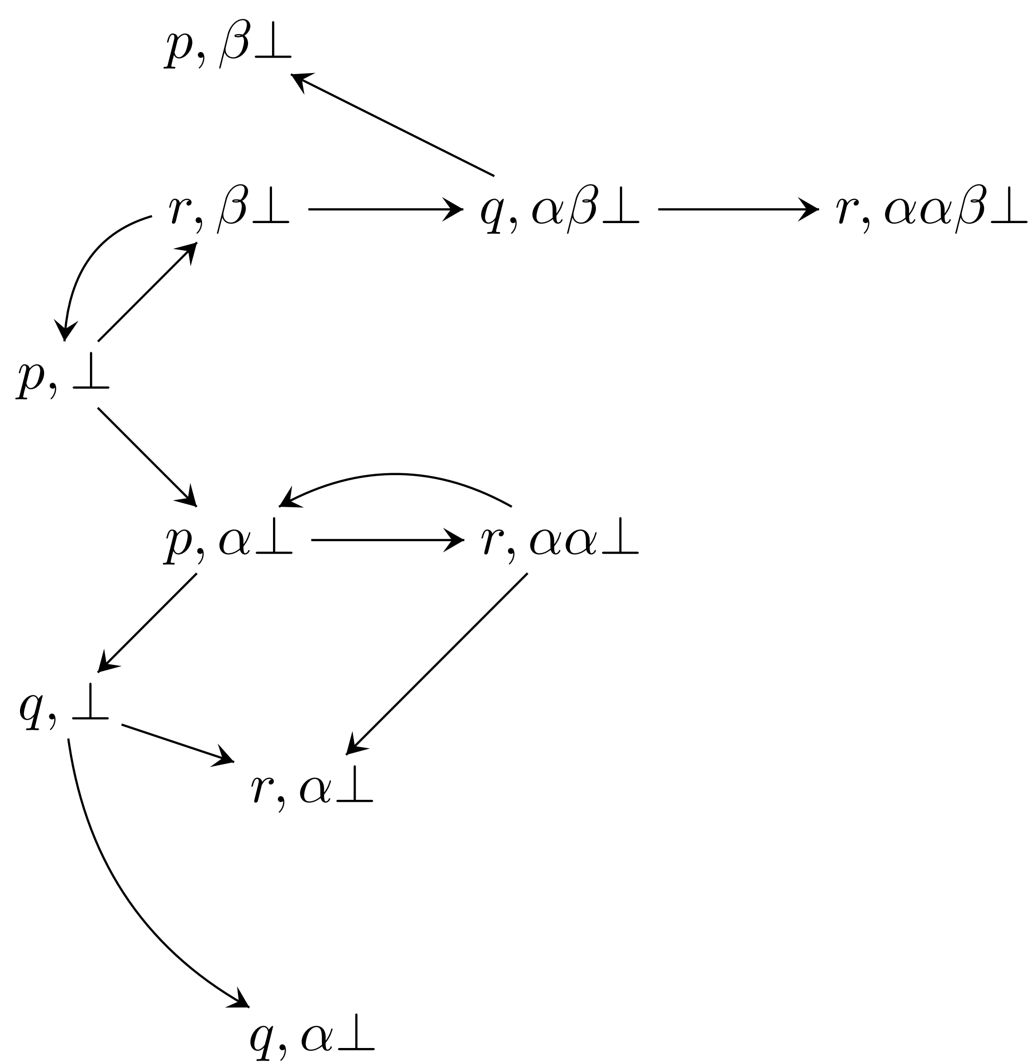
$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \perp) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \perp) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \perp) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$



Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \bot\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

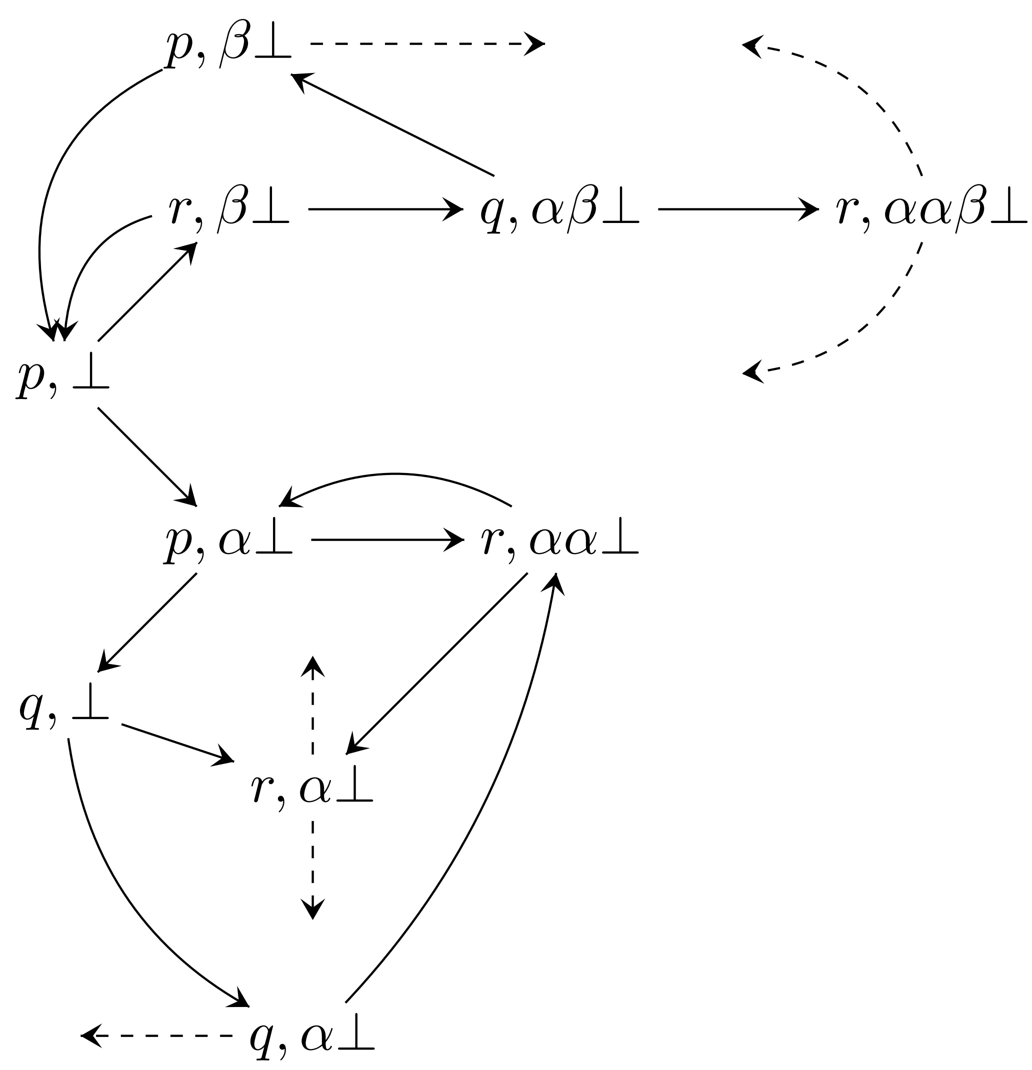
$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \bot) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \bot) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \bot) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$



Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \bot\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

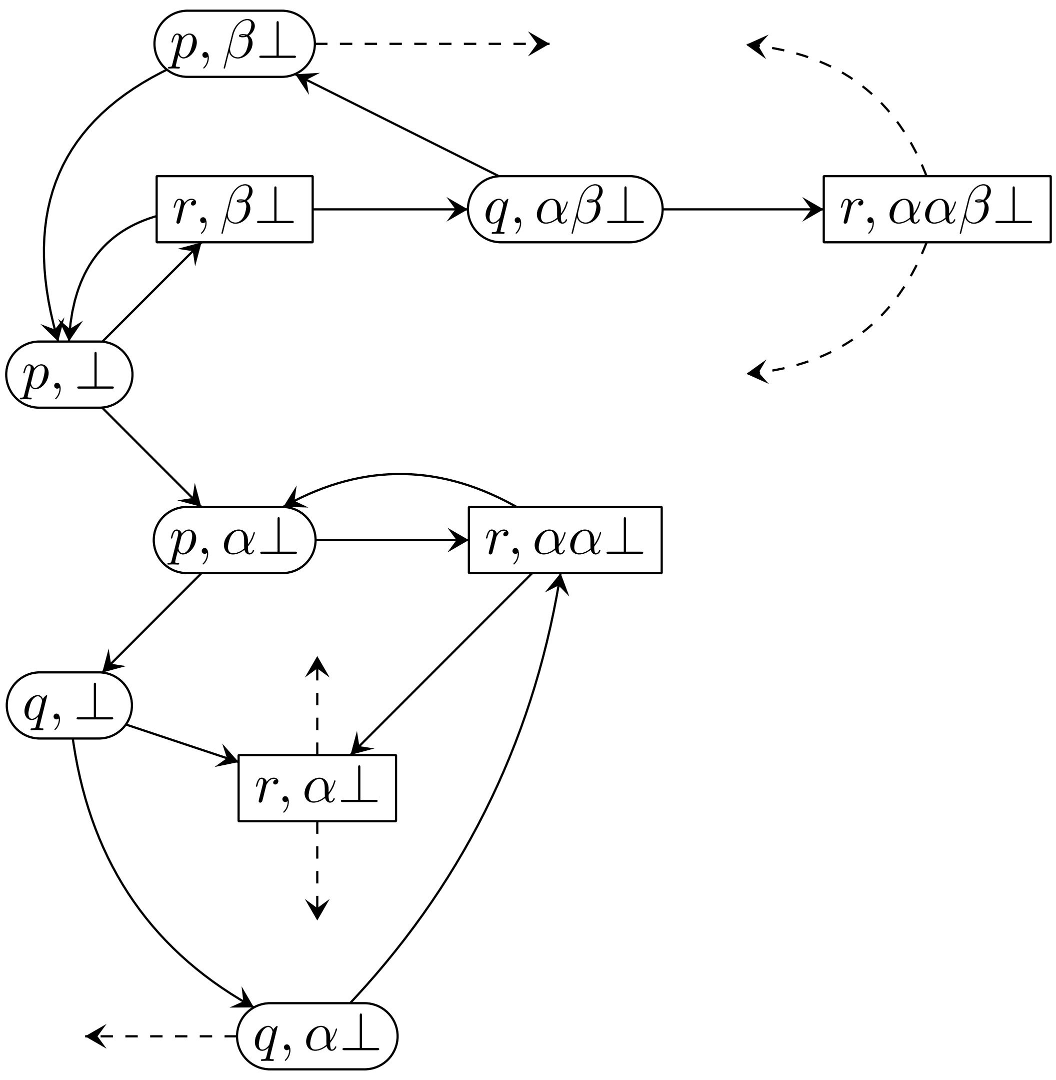
$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \bot) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \bot) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \bot) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$

$Q_E = \{p, q\}$ et $Q_A = \{r\}$



Graphe de jeu et jeux associés (1/3)

$Q = \{p, q, r\}$

$\Gamma = \{\alpha, \beta, \perp\}$

$\Delta(p, \alpha) = \{pop(q), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(q, \alpha) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \alpha) = \{pop(p), pop(r)\}$

$\Delta(p, \beta) = \{pop(p), push(p, \alpha)\}$

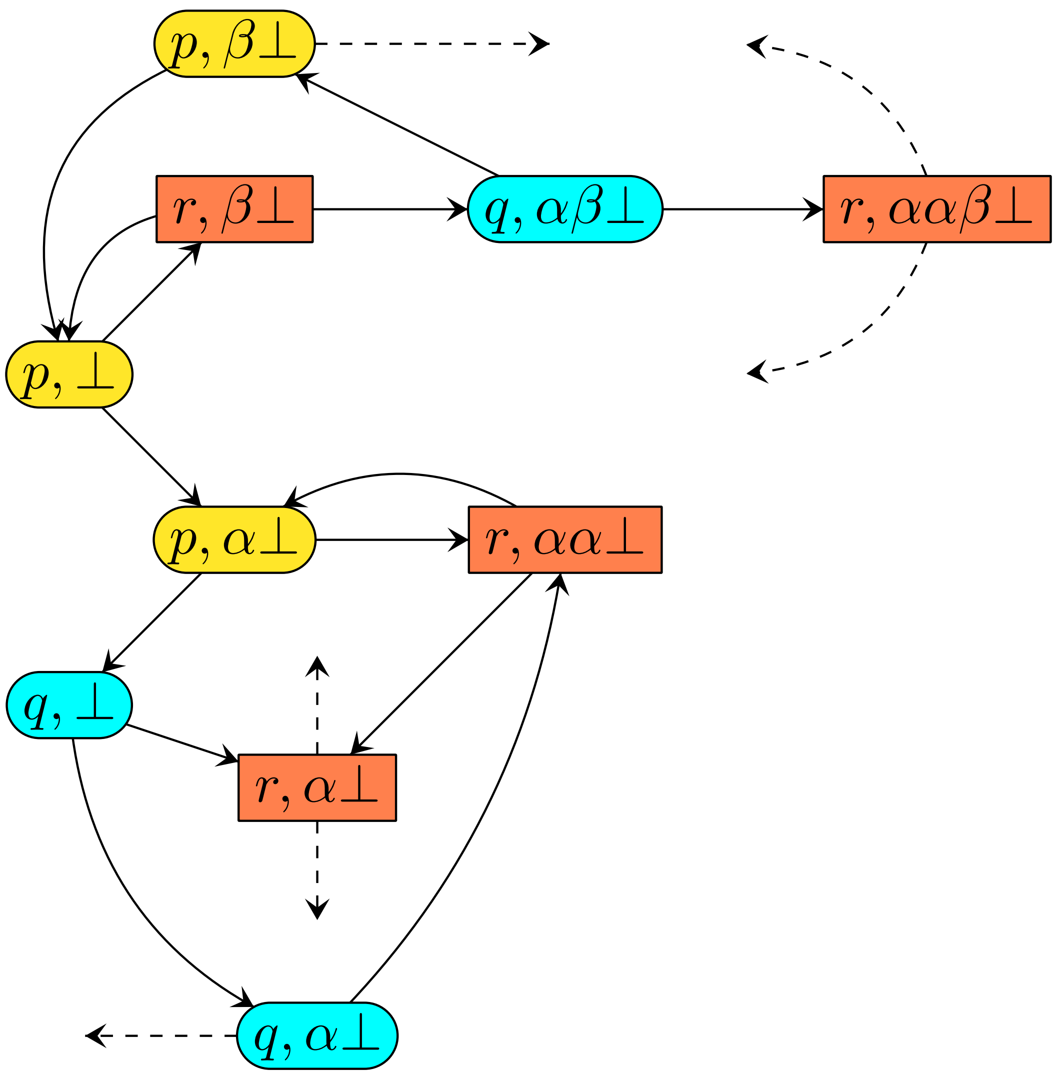
$\Delta(q, \beta) = \{pop(p), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \beta) = \{pop(p), push(q, \alpha)\}$

$\Delta(p, \perp) = \{push(p, \alpha), push(r, \beta)\}$

$\Delta(q, \perp) = \{push(q, \alpha), push(r, \alpha)\}$

$\Delta(r, \perp) = \{push(q, \beta), push(r, \alpha)\}$



$Q_E = \{p, q\}$ et $Q_A = \{r\}$

$\rho(p) = 0,\ \rho(q) = 2,\ \rho(r) = 1$

Graphe de jeu et jeux associés (2/3)

Soit $G = (V, E)$ associé avec $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

- $V = Q \times (\Gamma \setminus \{\perp\})^* \perp$: ensemble de sommets / configurations.

Graphe de jeu et jeux associés (2/3)

Soit $G = (V, E)$ associé avec $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

- $V = Q \times (\Gamma \setminus \{\perp\})^*\perp$: ensemble de sommets / configurations.
- $E \subseteq V \times A \times V$: ensemble d'arêtes. $((q, \alpha u), a, (q', u')) \in E$ ssi :
  - $push(q', \beta) \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = \beta\alpha u$,
  - ou $pop(q') \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = \alpha u$,
  - ou $skip(q') \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = u$.

Graphe de jeu et jeux associés (2/3)

Soit $G = (V, E)$ associé avec $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \perp, \Delta)$:

- $V = Q \times (\Gamma \setminus \{\perp\})^*\perp$: ensemble de sommets / configurations.
- $E \subseteq V \times A \times V$: ensemble d'arêtes. $((q, \alpha u), a, (q', u')) \in E$ ssi :
  - $push(q', \beta) \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = \beta\alpha u$,
  - ou $pop(q') \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = \alpha u$,
  - ou $skip(q') \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = u$.
- Remarque : Si $\mathcal{A}$ est trivial, $E \subseteq V \times V$.

Graphe de jeu et jeux associés (2/3)

Soit $G = (V, E)$ associé avec $\mathcal{P} = (Q, A, \Gamma, \bot, \Delta)$:

- $V = Q \times (\Gamma \setminus \{\bot\})^*\bot$: ensemble de sommets / configurations.
- $E \subseteq V \times A \times V$: ensemble d'arêtes. $((q, \alpha u), a, (q', u')) \in E$ ssi :
  - $push(q', \beta) \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = \beta\alpha u$,
  - ou $pop(q') \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = \alpha u$,
  - ou $skip(q') \in \Delta(q, \alpha, a)$ et $u' = u$.
- Remarque : Si $\mathcal{A}$ est trivial, $E \subseteq V \times V$.

Graphe de jeu $\mathcal{G} = (G, V_E, V_A)$ associé avec $Q_E \sqcup Q_A = Q$:

- $V_E = Q_E \times (\Gamma \setminus \{\bot\})^*\bot$: configurations contrôlées par Eve.
- $V_A = Q_A \times (\Gamma \setminus \{\bot\})^*\bot$: configurations contrôlées par Adam.

Graphe de jeu et jeux associés (3/3)

Exemples de conditions de gain internes :

- Condition d'accessibilité :
  - $F \subseteq Q$: ensemble d'états finaux.
  - $V_F = F \times (\Gamma \setminus \{\perp\})^* \perp$: ensemble de configurations finales.
  - $\Omega_{access} = V^* V_F V^\omega$.

Graphe de jeu et jeux associés (3/3)

Exemples de conditions de gain internes :

- Condition d'accessibilité.
- Condition de Büchi :
  - $F \subseteq Q$: ensemble d'états finaux.
  - $V_F = F \times (\Gamma \setminus \{\perp\})^* \perp$: ensemble de configurations finales.
  - $\Omega_{Buc} = \{v_0 v_1 \cdots \in V^\omega \mid \forall k \geq 0,\ \exists n \geq k$ s.t. $v_k \in V_F\}$.

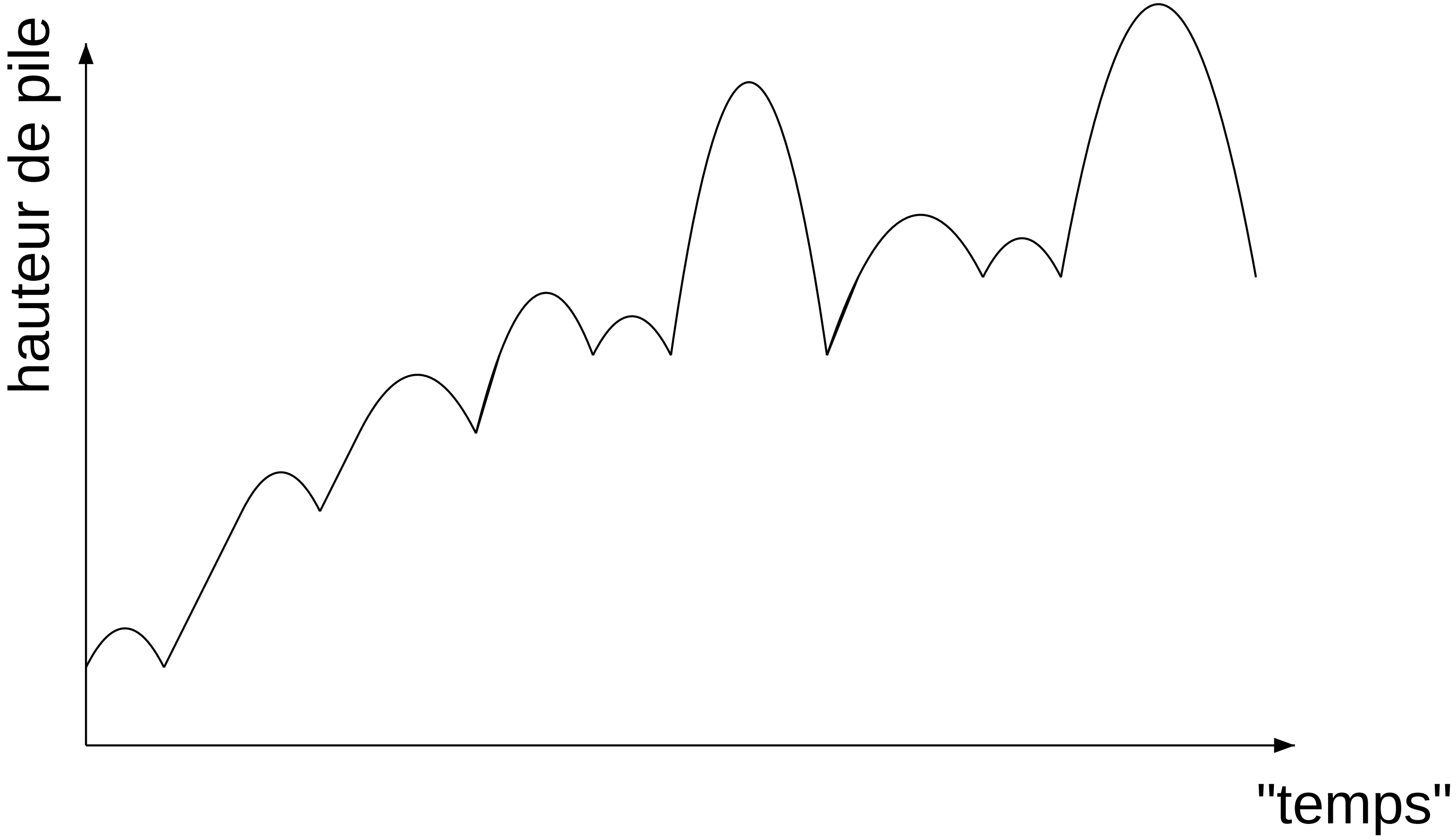
Graphe de jeu et jeux associés (3/3)

Exemples de conditions de gain internes :

- Condition d'accessibilité.
- Condition de Büchi.
- Condition de parité :
  - $col : Q \to C$: fonction de coloriage ($C \subseteq \mathbb{N}$ ensemble fini de couleurs).
  - $col : V \to C$ définie par $col((q, u)) = col(q)$.
  - $\Omega_{Par} = \{v_0 v_1 \cdots \in V^\omega \mid \liminf(col(v_i))_{i \geq 0}$ est pair$\}$.

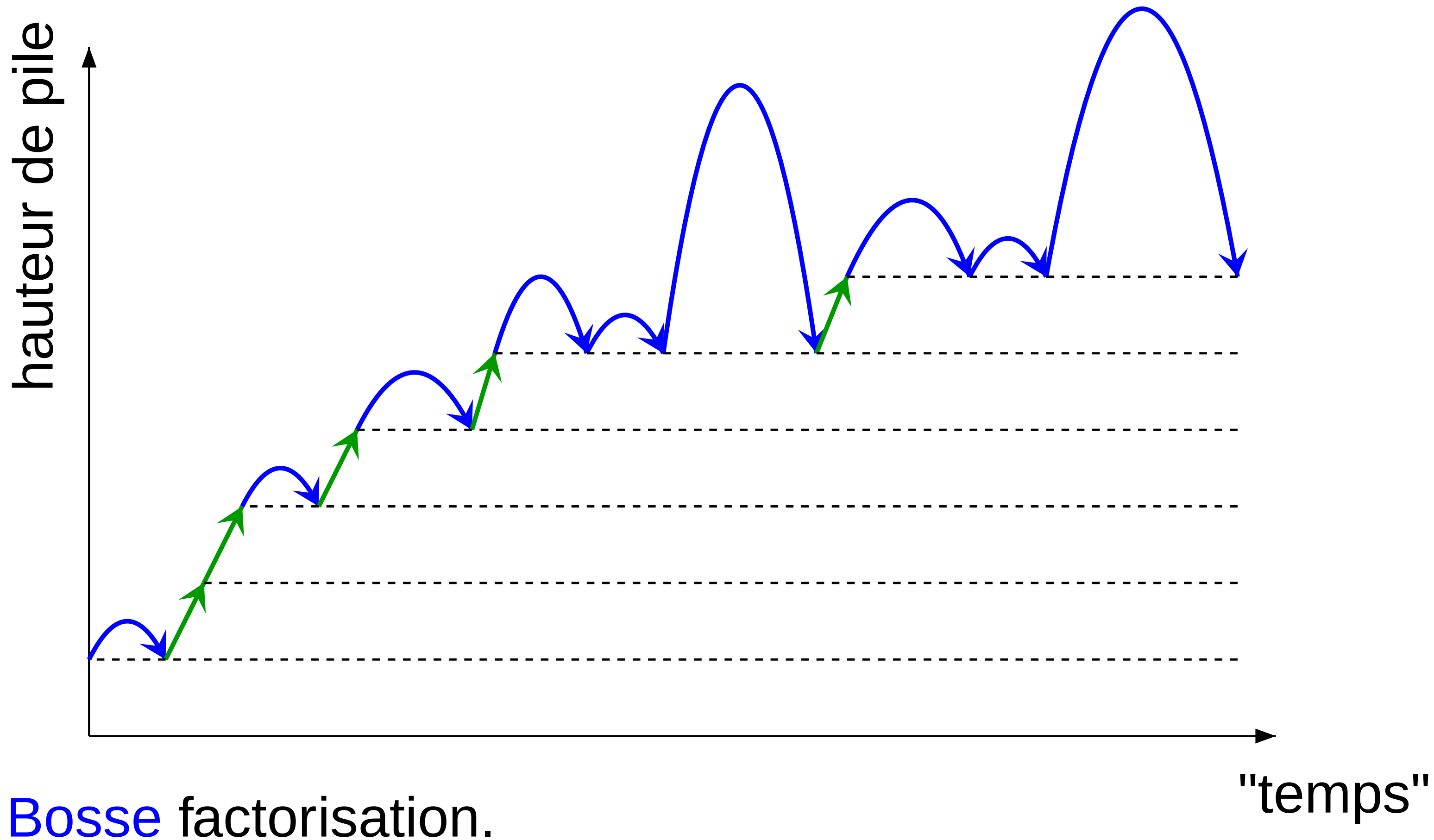
Représentation graphique d'une partie, factorisation

Montrer l'évolution de la hauteur de pile



Représentation graphique d'une partie, factorisation

Montrer l'évolution de la hauteur de pile



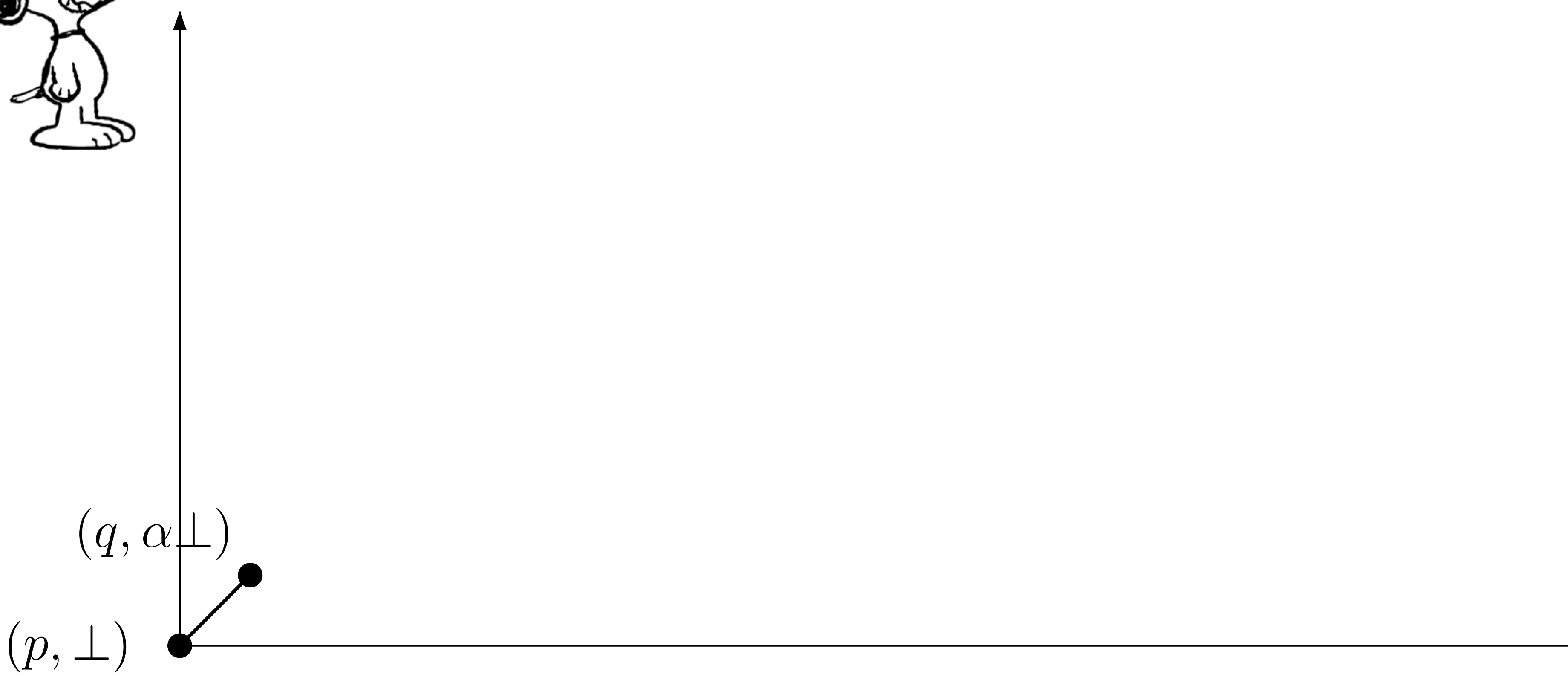
Marche / Bosse factorisation.

Jeux d'accessibilité.

Zzz. . .
Adam, tout le monde t’attend ! Joue !
$(p, \perp)$

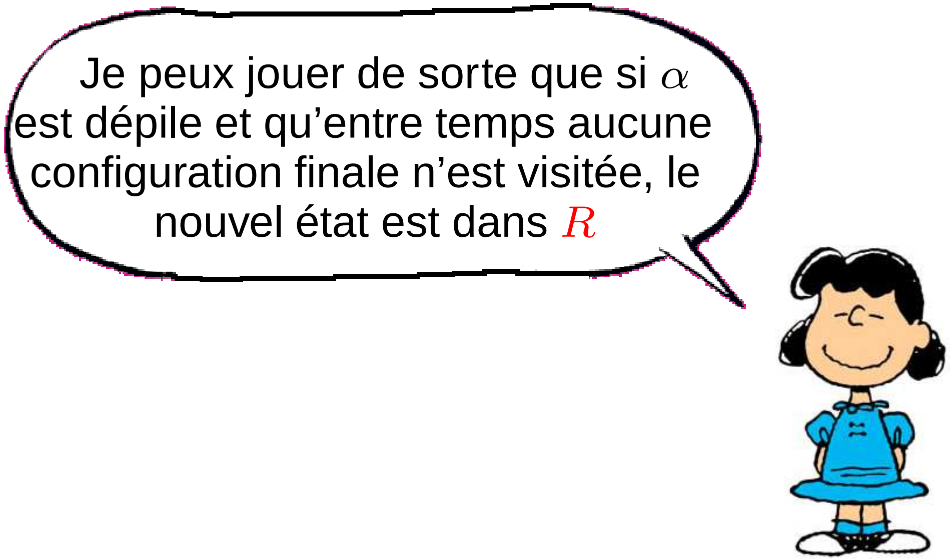
Jeu d’accessibilité : intuition

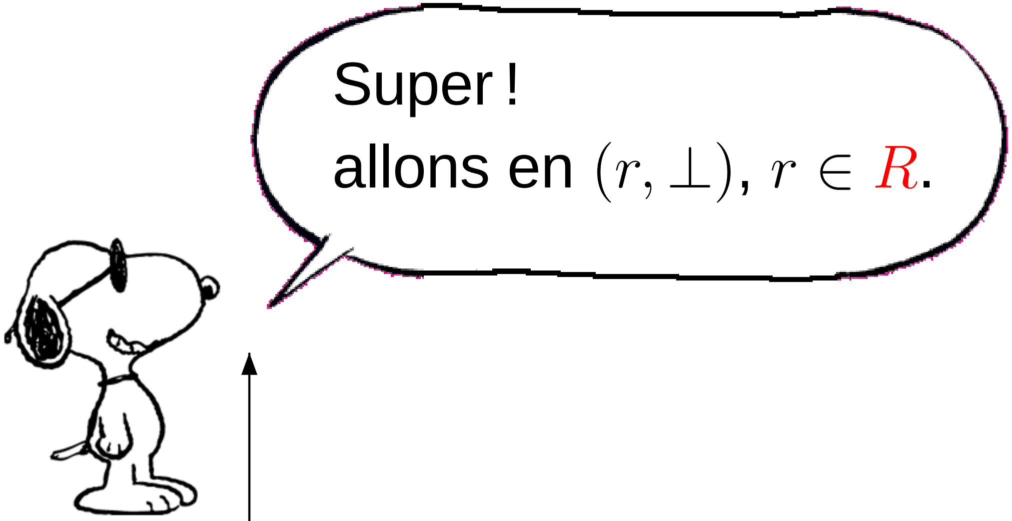
Ok, j’empile α et
je vais dans l’état q.



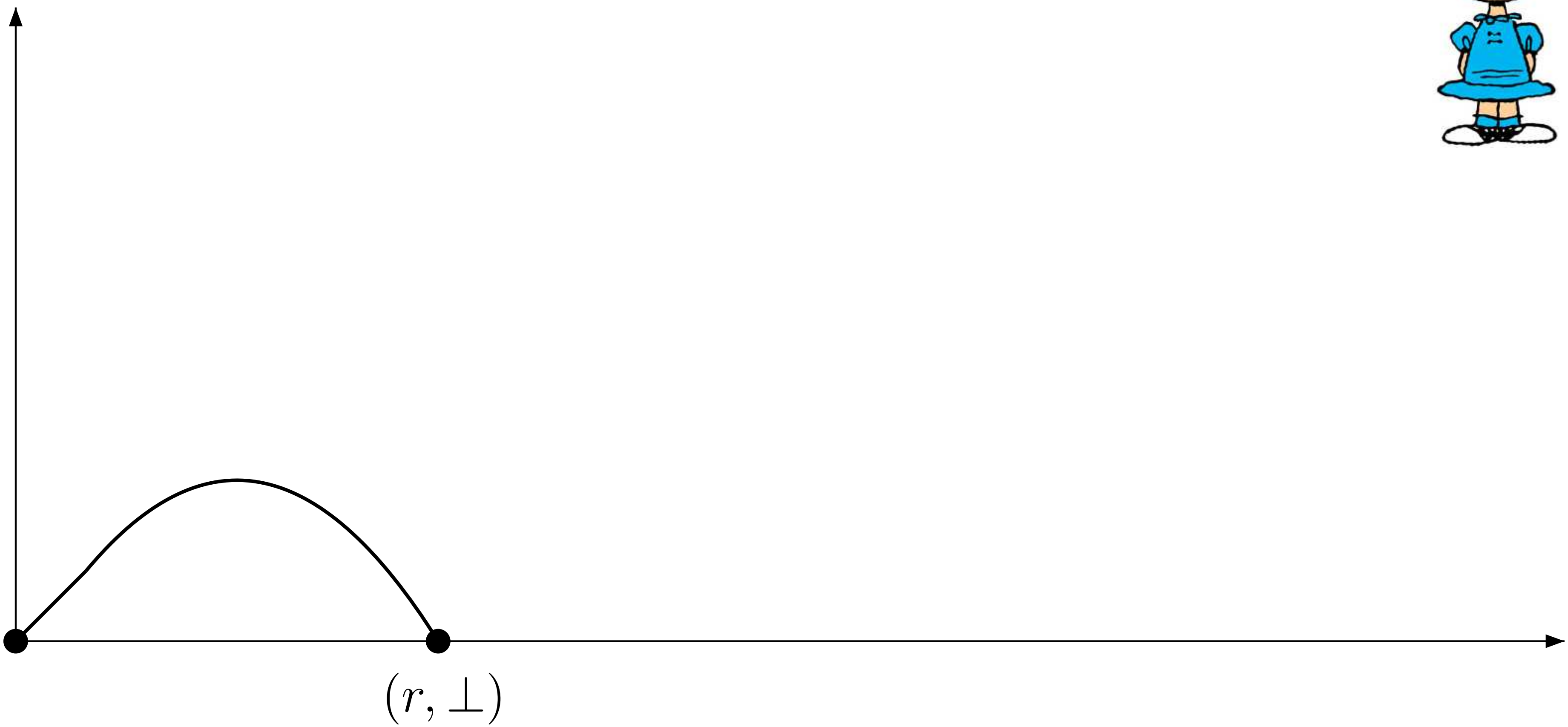
Jeu d’accessibilité : intuition

Jeu d'accessibilité : intuition

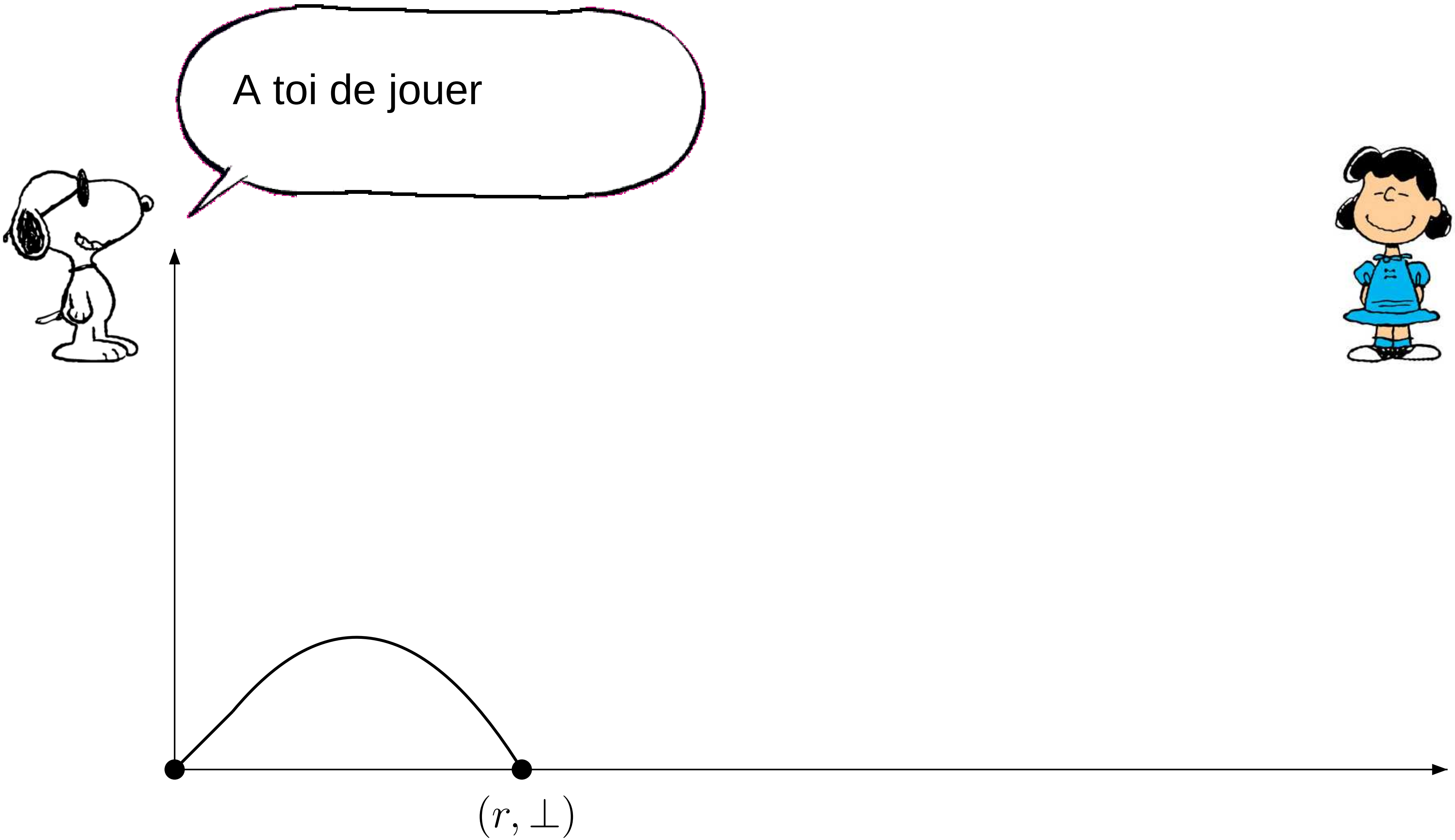


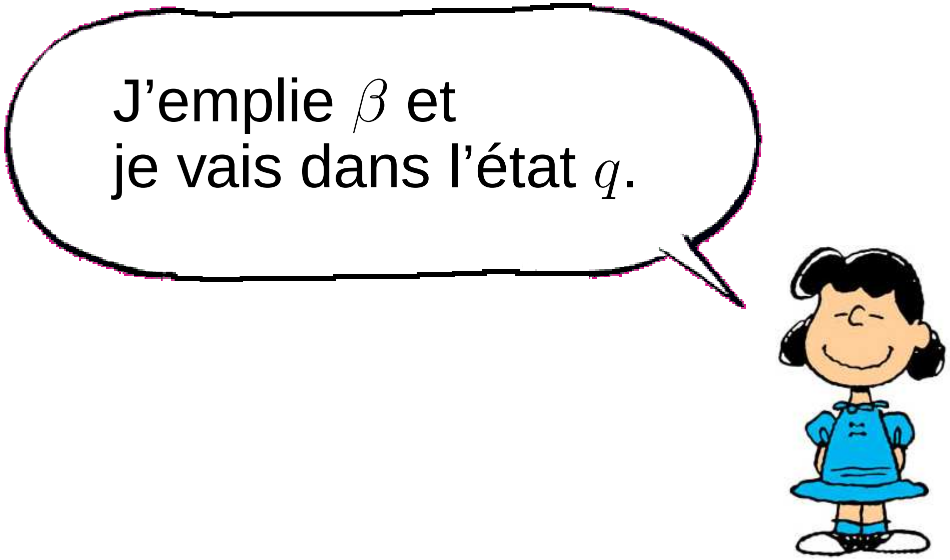


Super !
allons en $(r, \perp)$, $r \in R$.

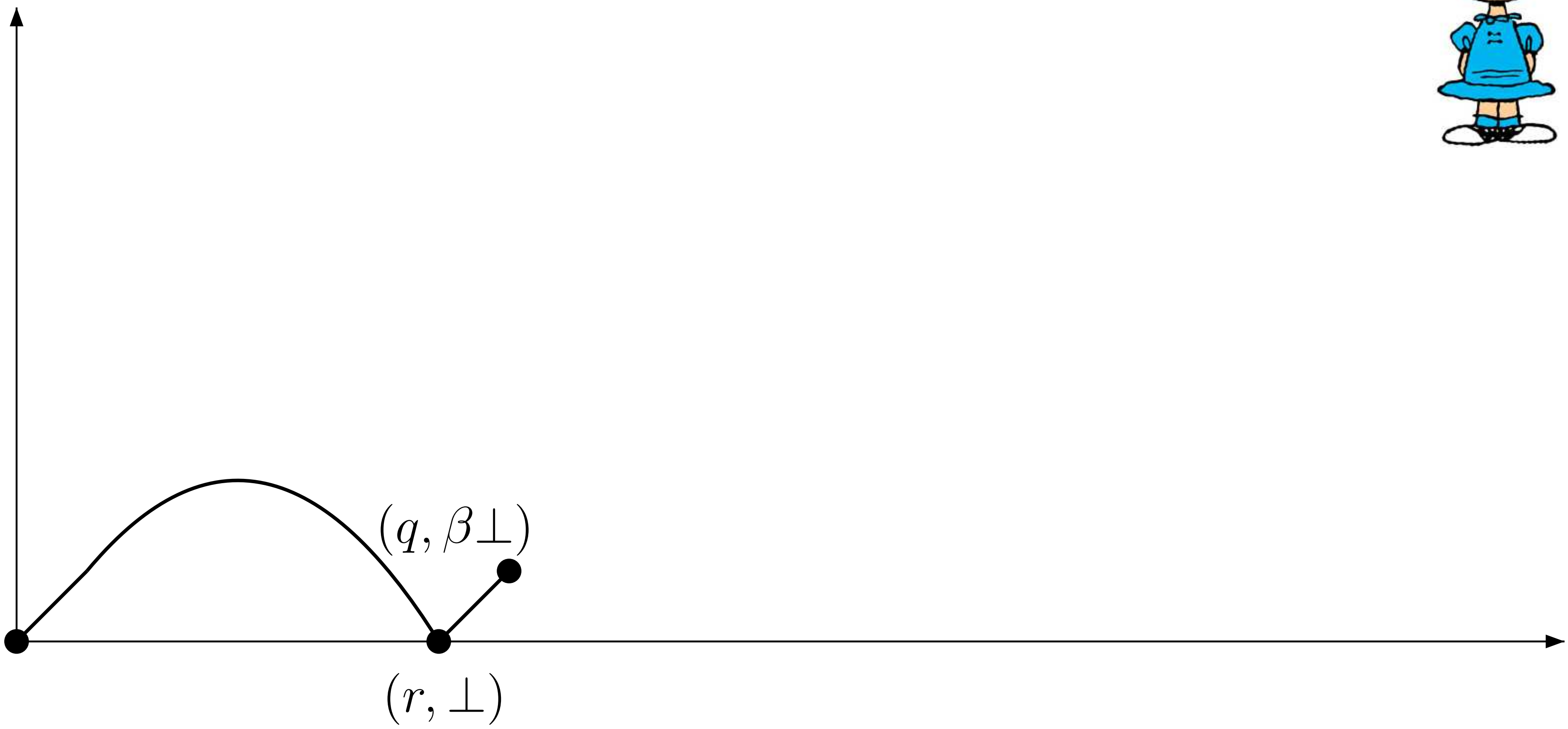


$(r, \perp)$


A toi de jouer
$(r, \perp)$

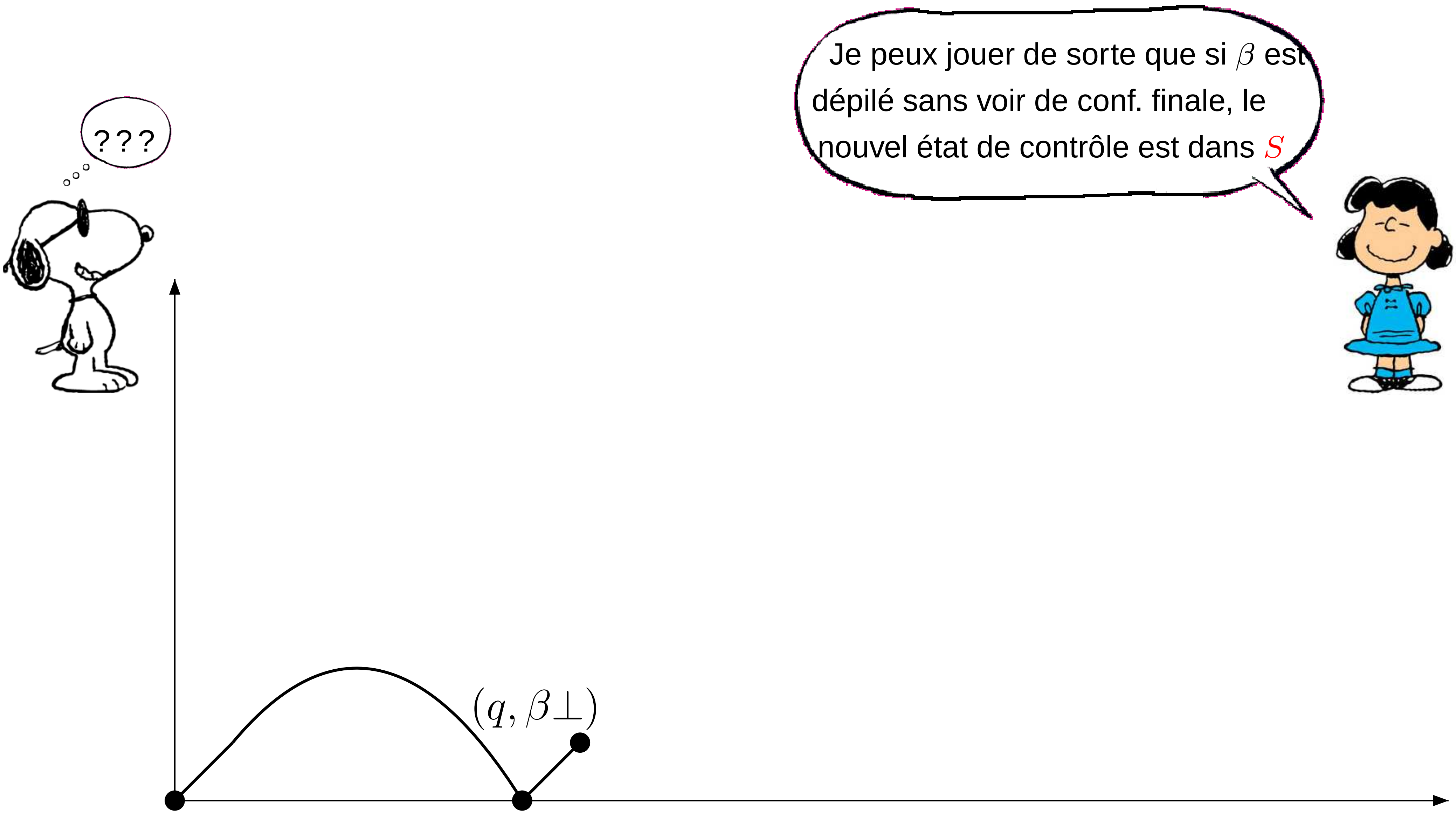


J’emplie β et
je vais dans l’état q.

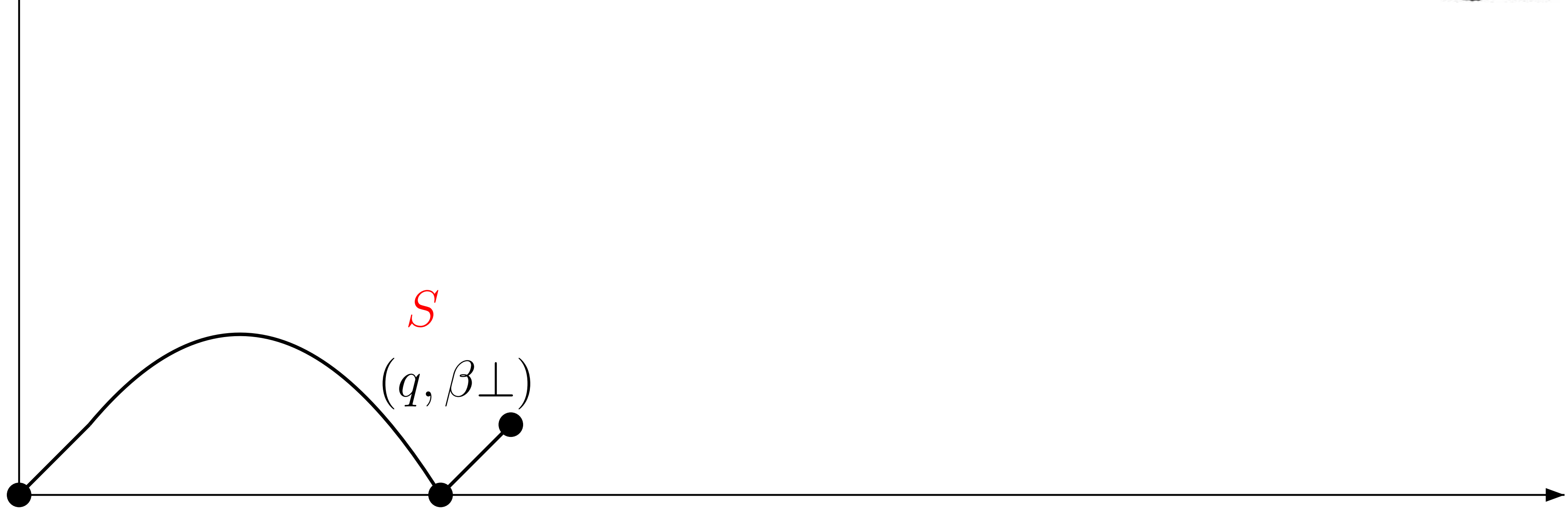


$(q, \beta\perp)$
$(r, \perp)$

Jeu d'accessibilité : intuition

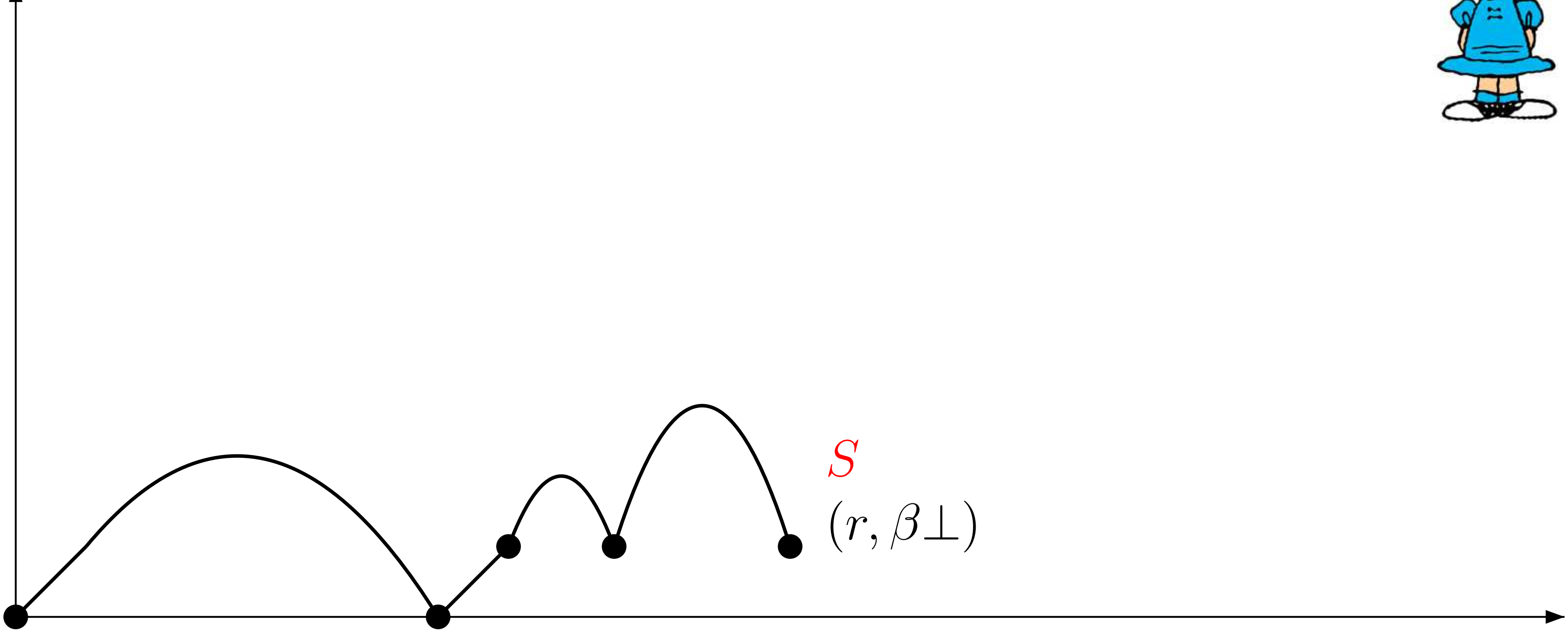


Jeu d’accessibilité : intuition



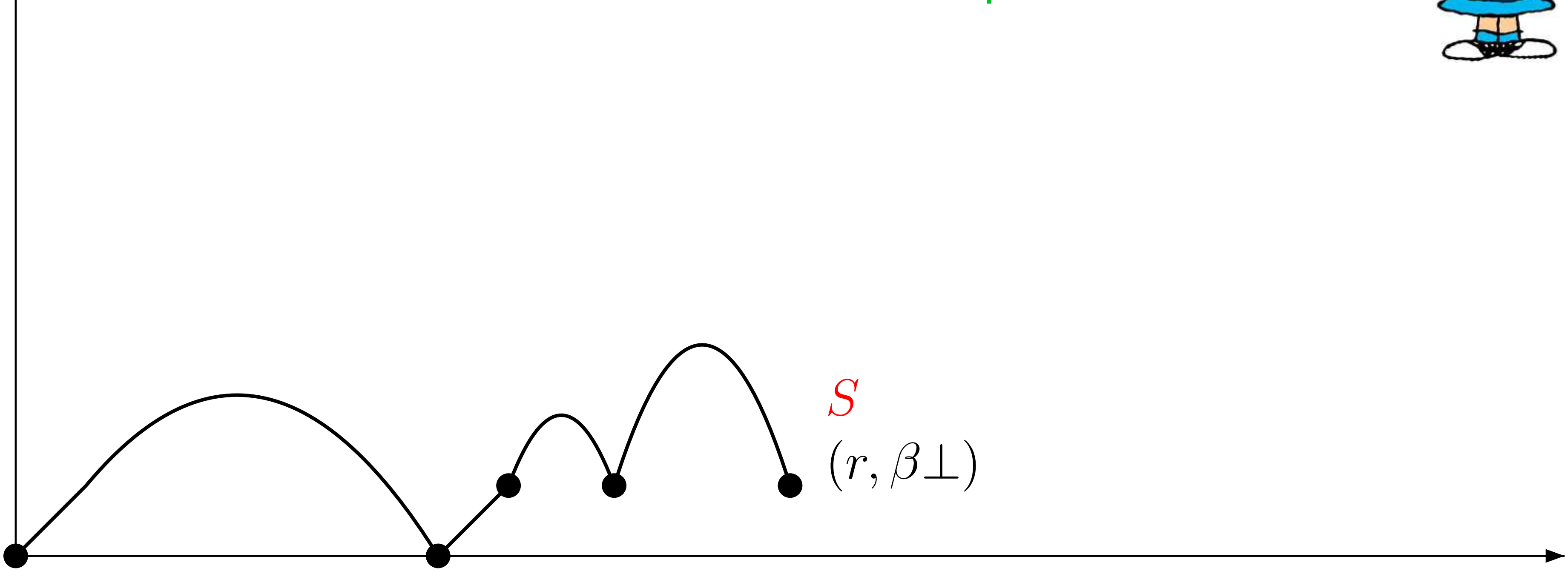
Jeu d’accessibilité : intuition

Quelques coups plus tards. . .

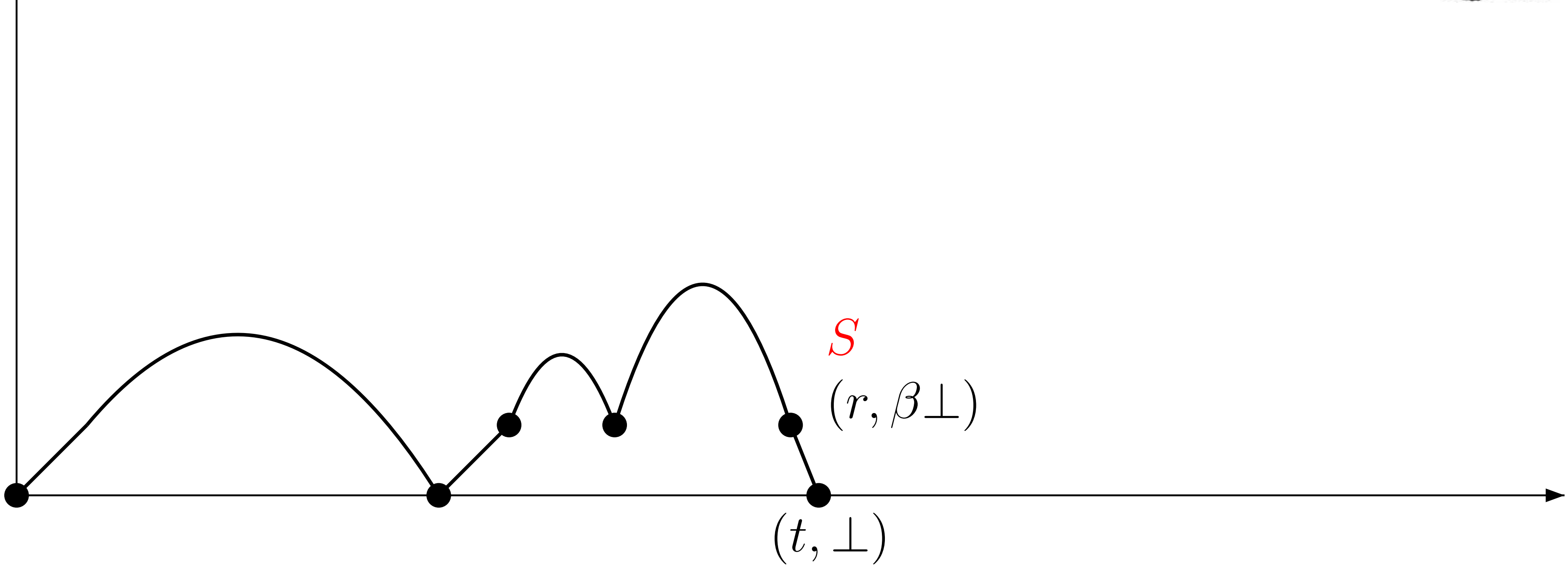


Jeu d’accessibilité : intuition

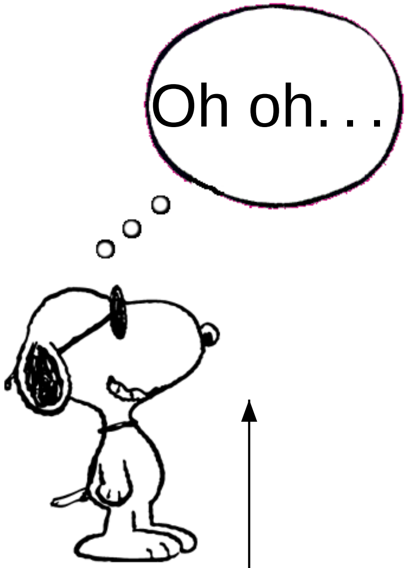
Premier scénario : tu n’aurais pas dû mentir



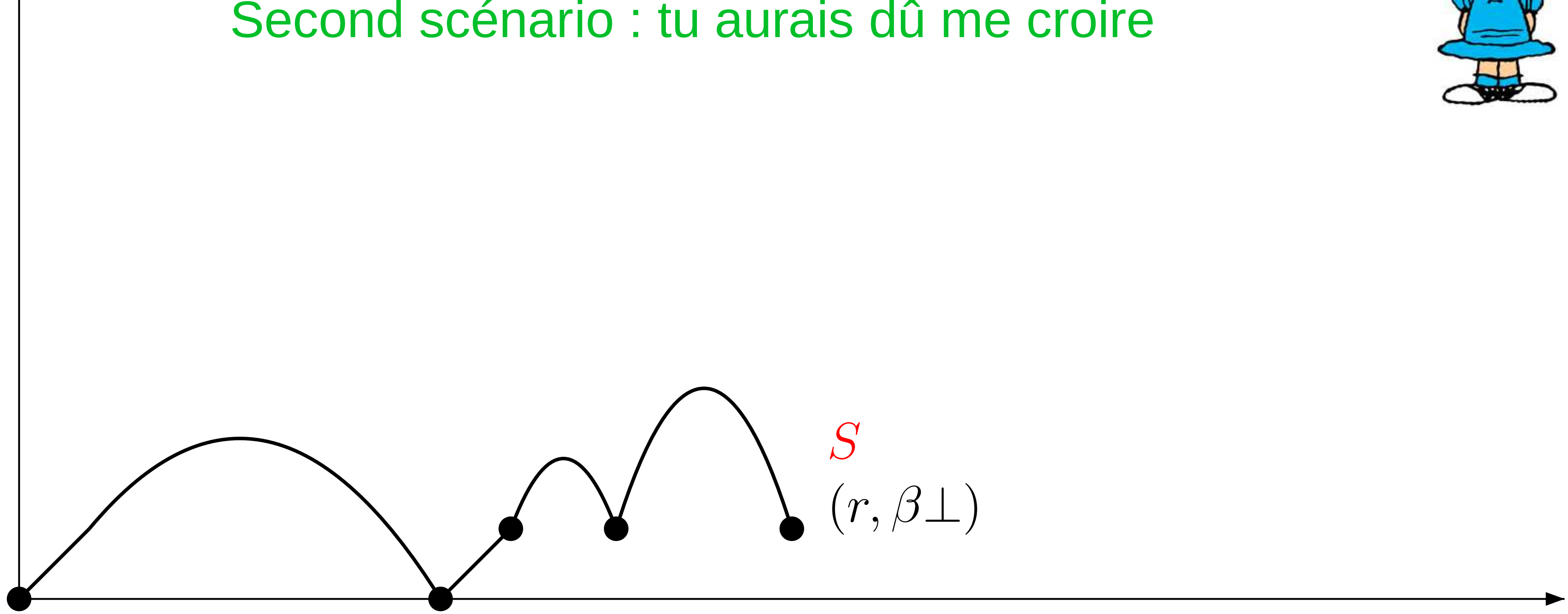
Jeu d’accessibilité : intuition

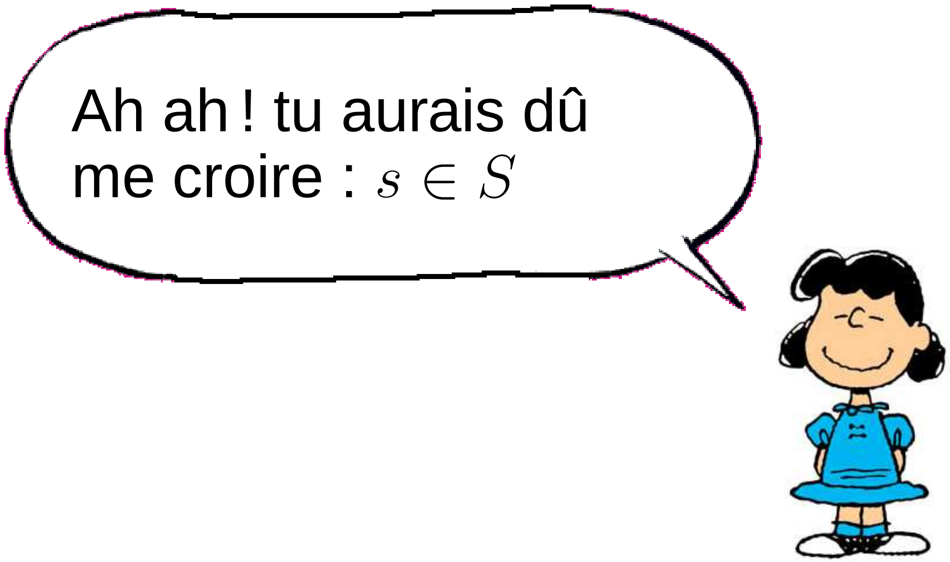


Jeu d’accessibilité : intuition

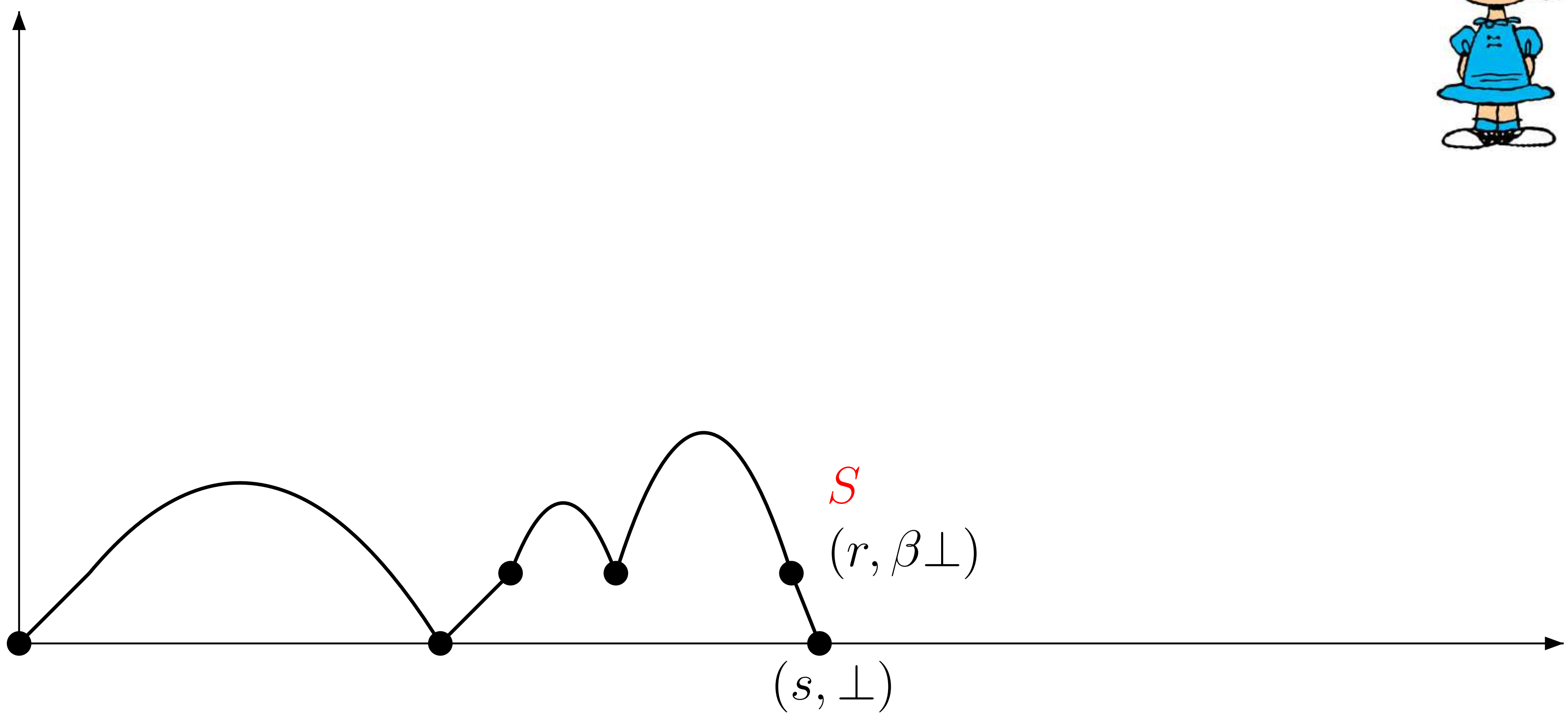


Second scénario : tu aurais dû me croire





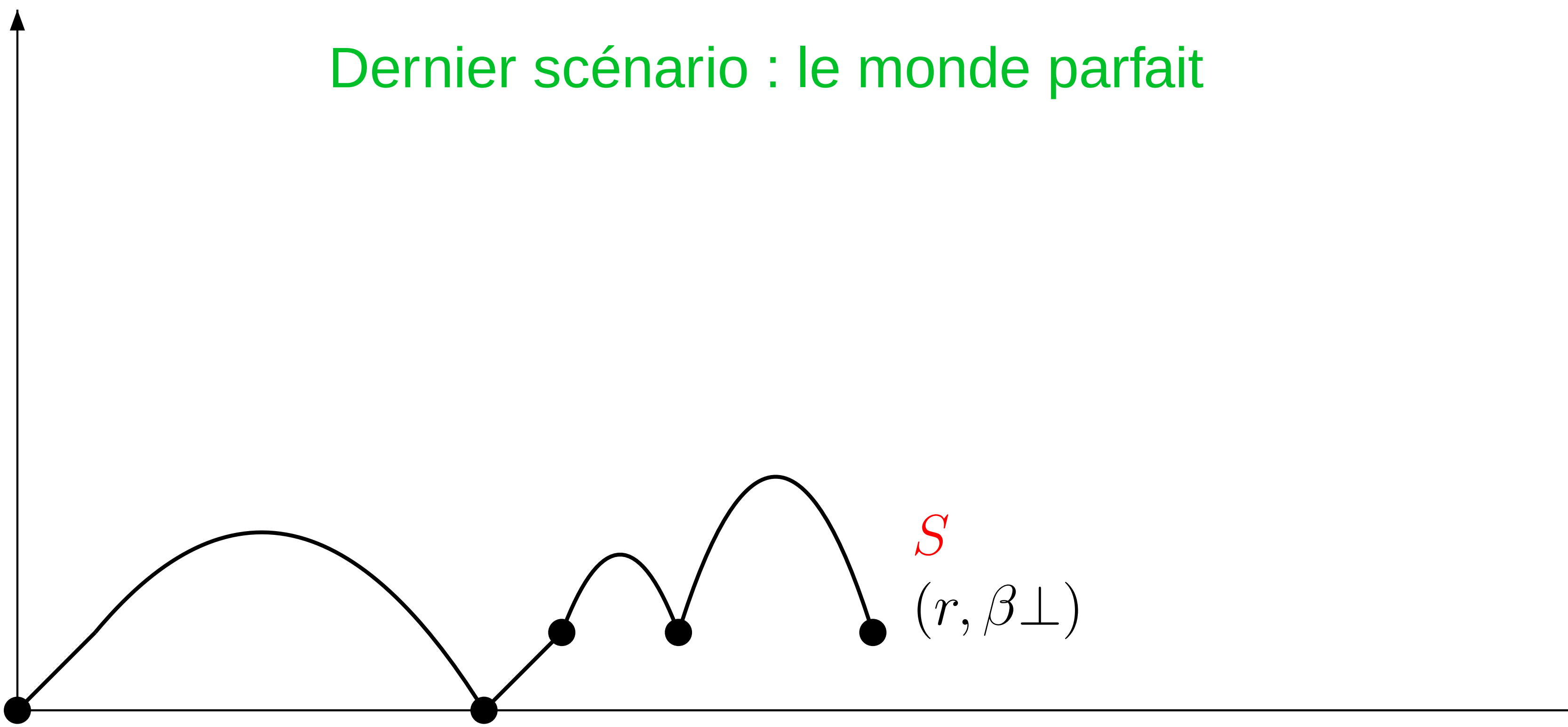
Ah ah ! tu aurais dû
me croire : $s \in S$



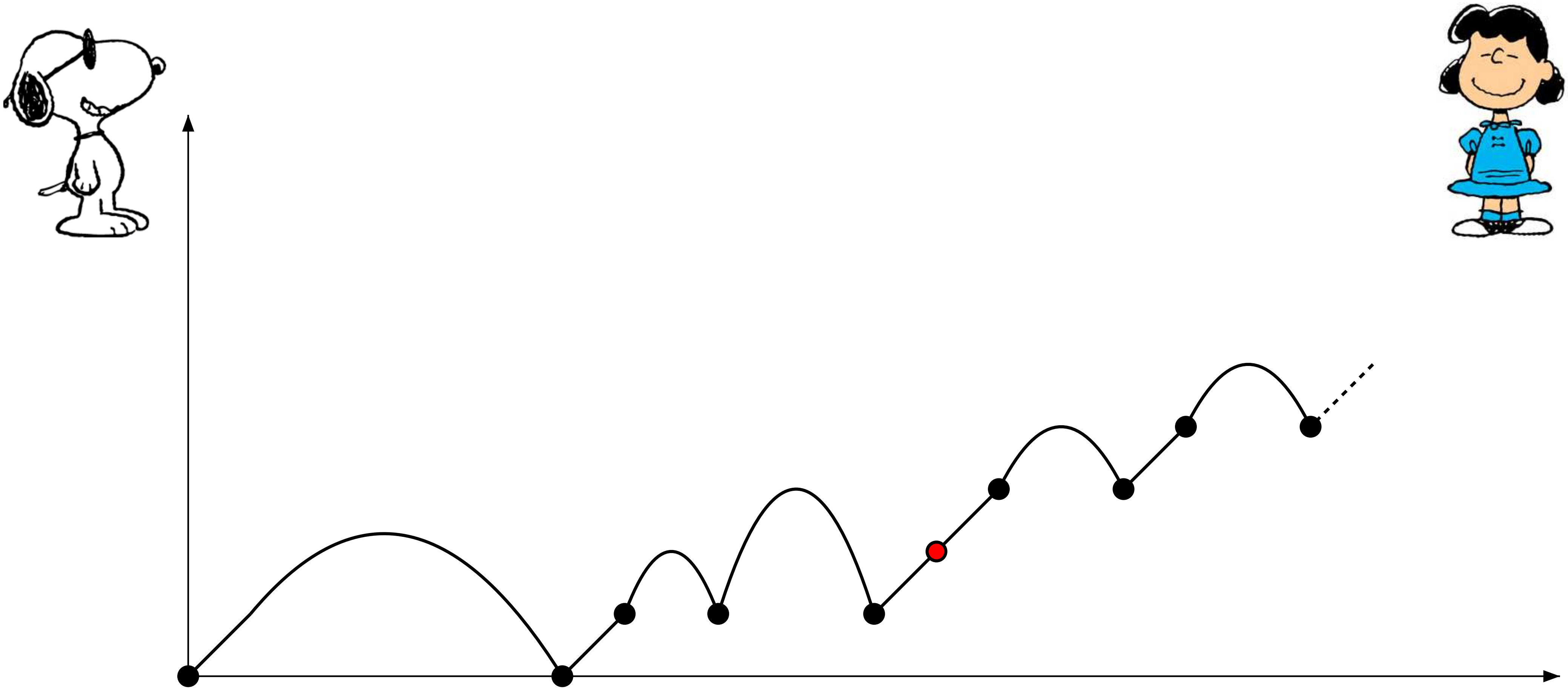
S
$(r, \beta\perp)$
$(s, \perp)$

Jeu d’accessibilité : intuition

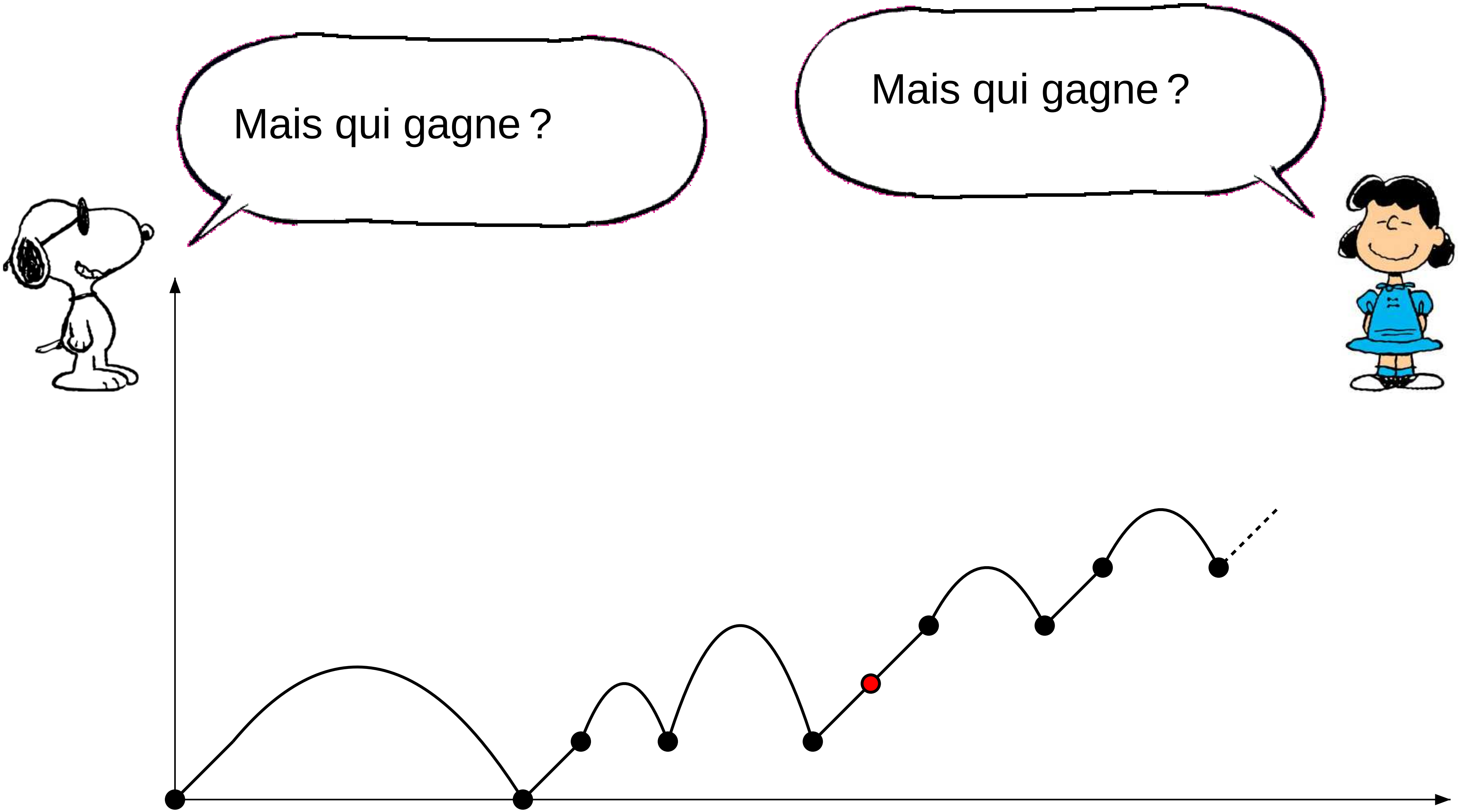
Dernier scénario : le monde parfait



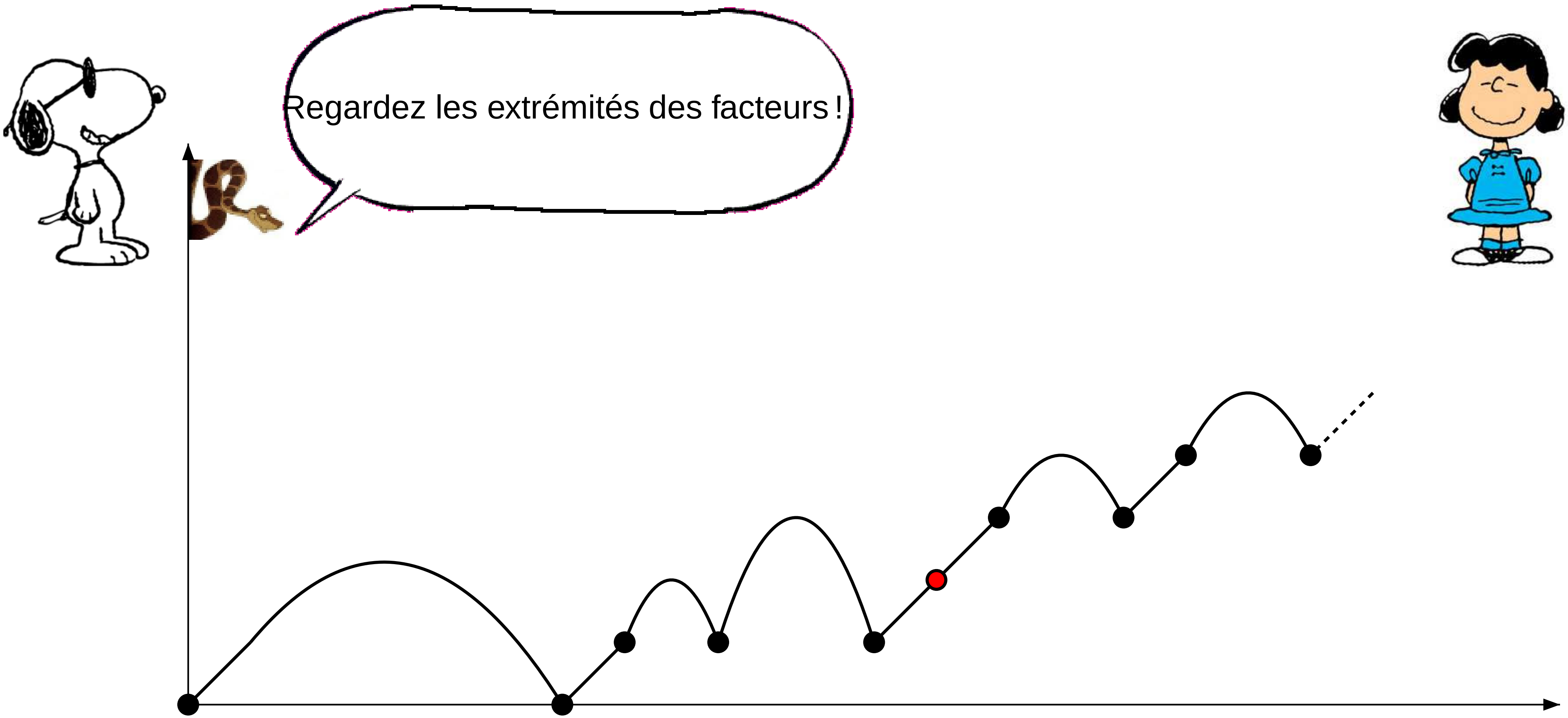
Jeu d’accessibilité : intuition



Jeu d’accessibilité : intuition



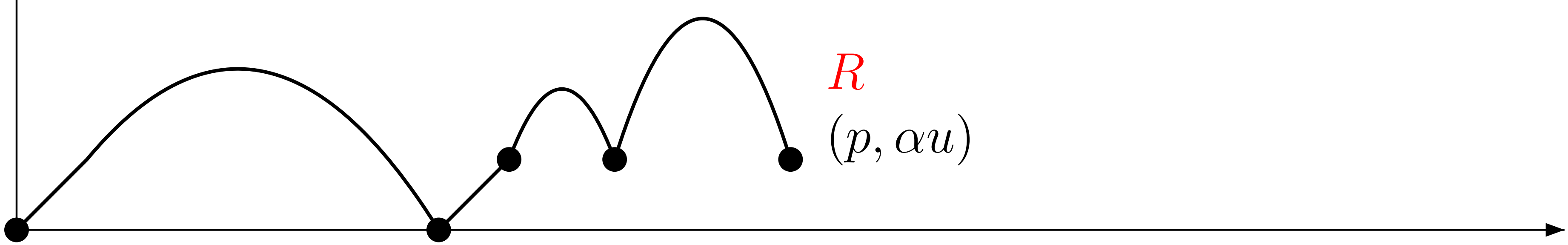
Jeu d’accessibilité : intuition



Mais c’est un jeu sur un graphe fini !

Les informations importantes :

- l’état de contrôle (p) et son caractère final ou non
- le sommet de pile (α)
- le dernier ensemble annoncé par Eve ((R))



Mais c'est un jeu sur un graphe fini !

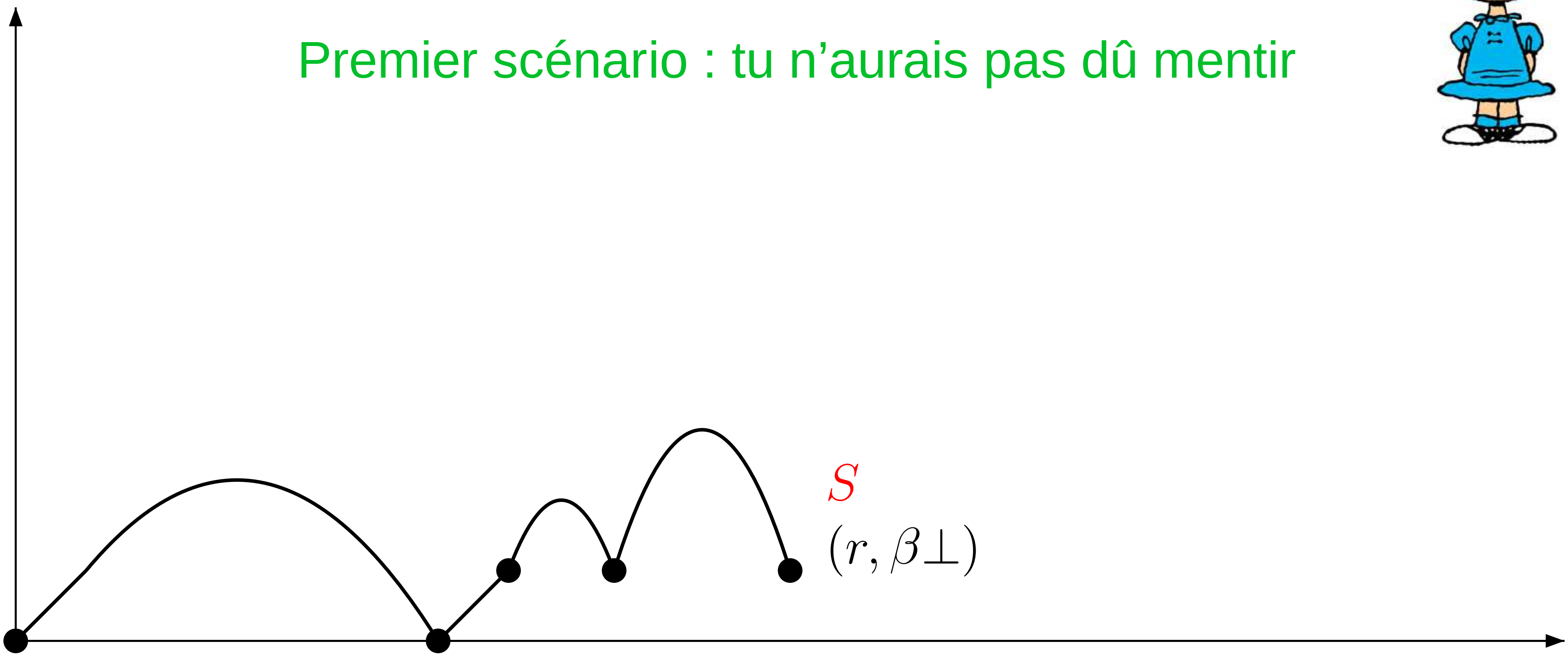
$$(p, \alpha, R)$$

Les informations importantes :

- l'état de contrôle (p) et son caractère final ou non
- le sommet de pile (α)
- le dernier ensemble annoncé par Eve ((R))

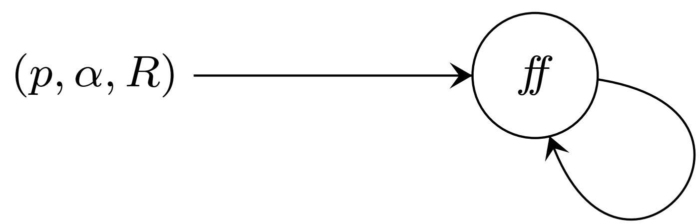
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !

Premier scénario : tu n’aurais pas dû mentir

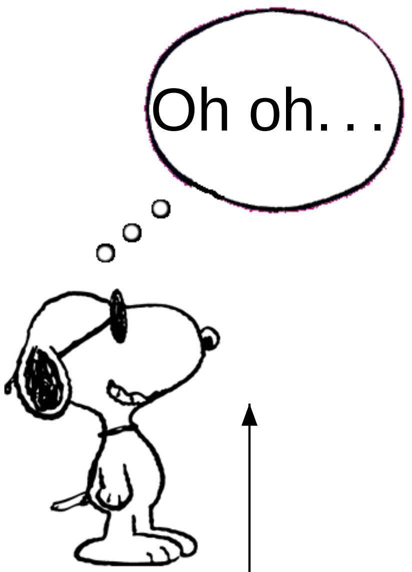


Mais c'est un jeu sur un graphe fini !

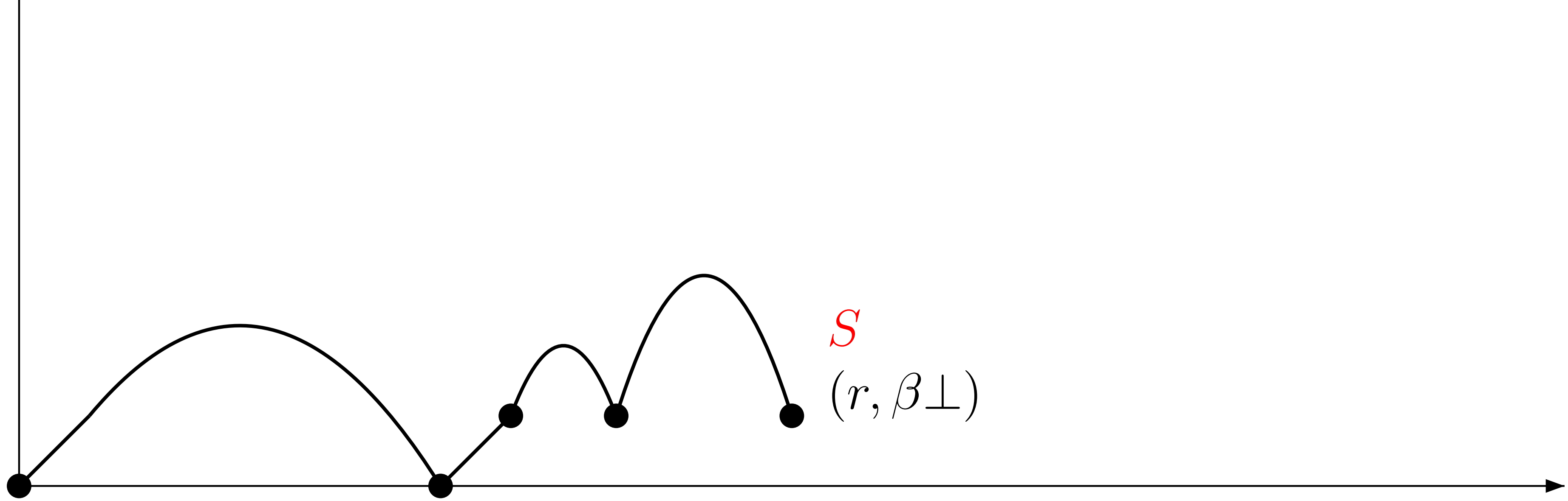
Si $\exists\, pop(r) \in \Delta(p,\alpha)$ t.q. $r \notin R$



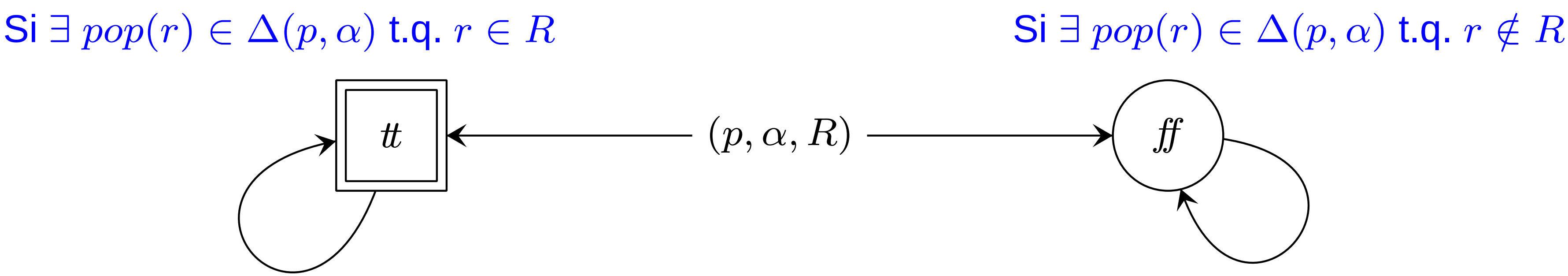
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !



Second scénario : tu aurais dû me croire

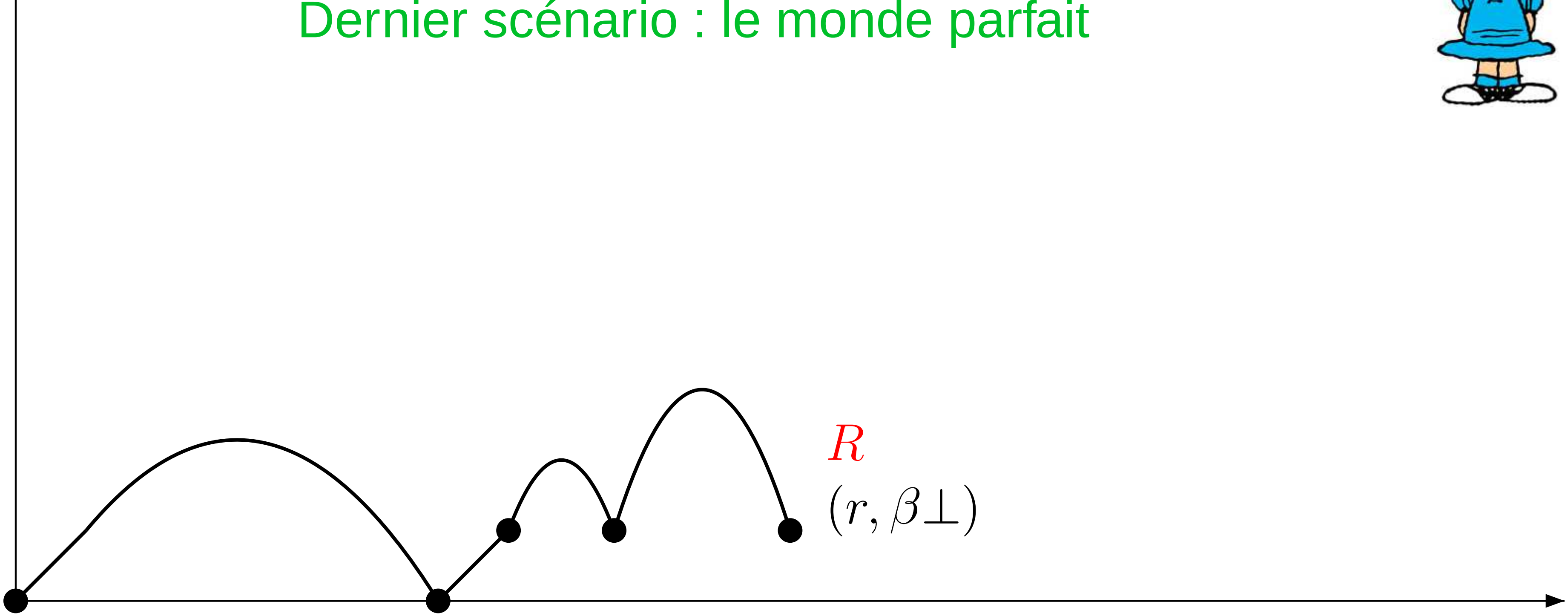


Mais c'est un jeu sur un graphe fini !



Mais c’est un jeu sur un graphe fini !

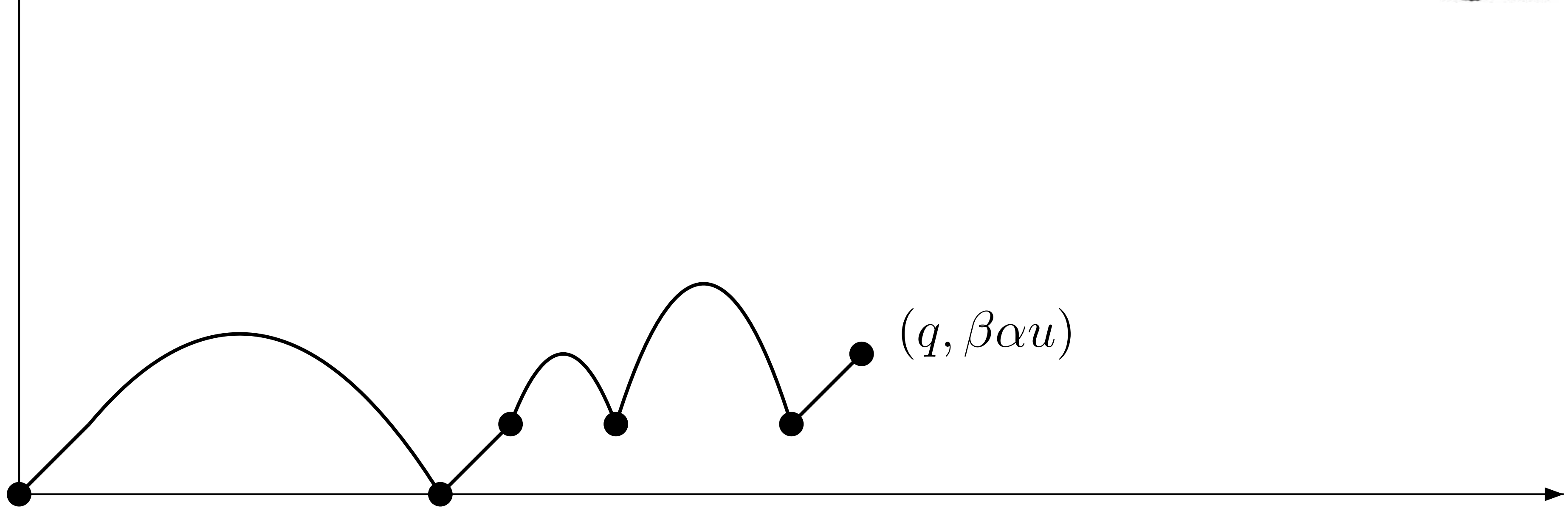
Dernier scénario : le monde parfait



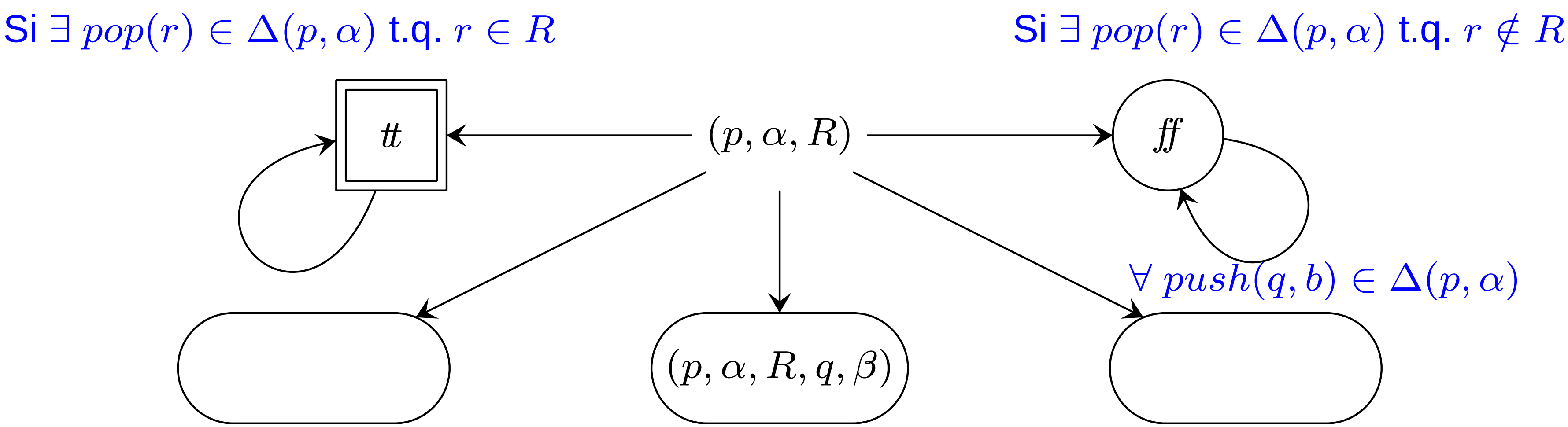
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !

J’emplie β et je change l’état de contrôle en q.

Dernier scénario : le monde parfait



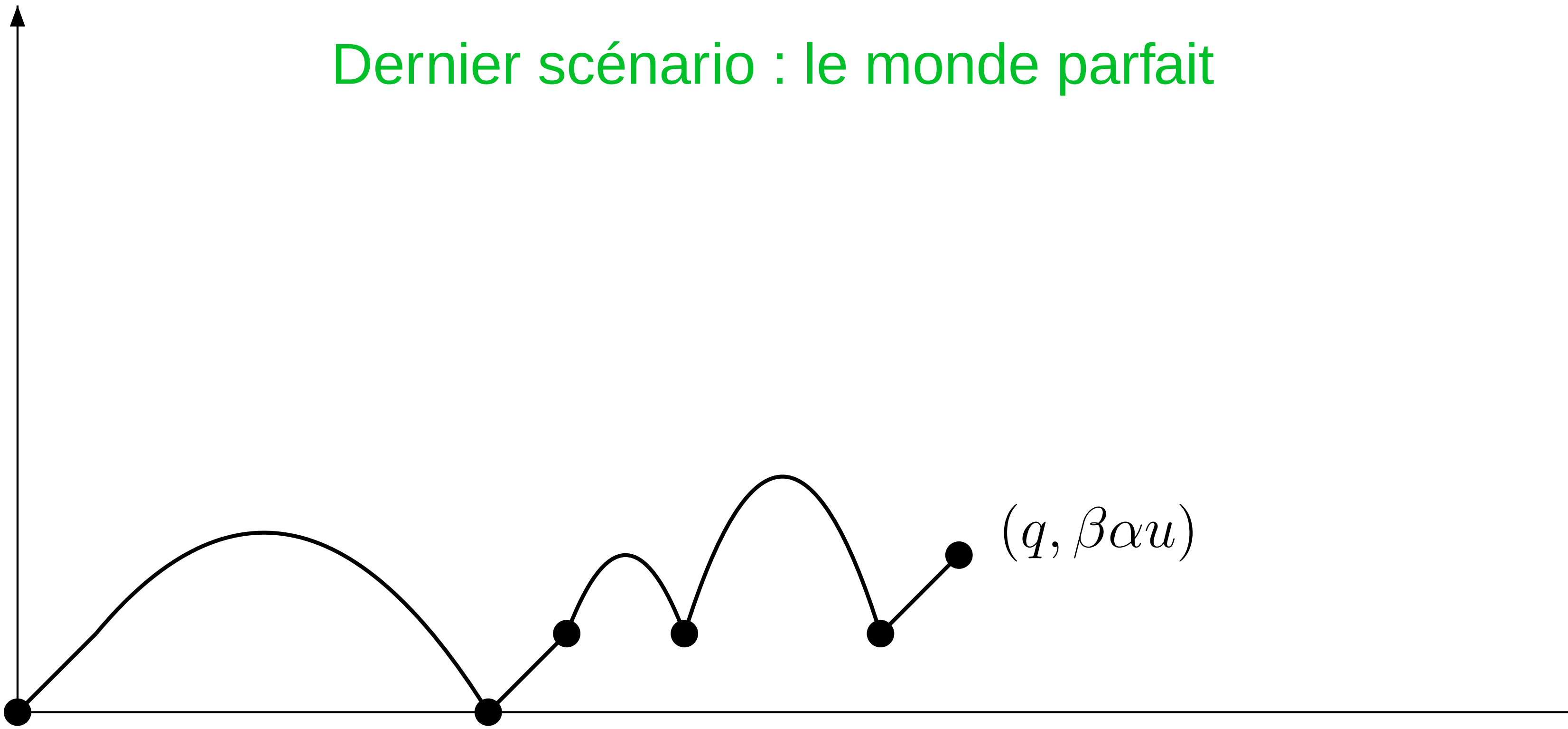
Mais c'est un jeu sur un graphe fini !



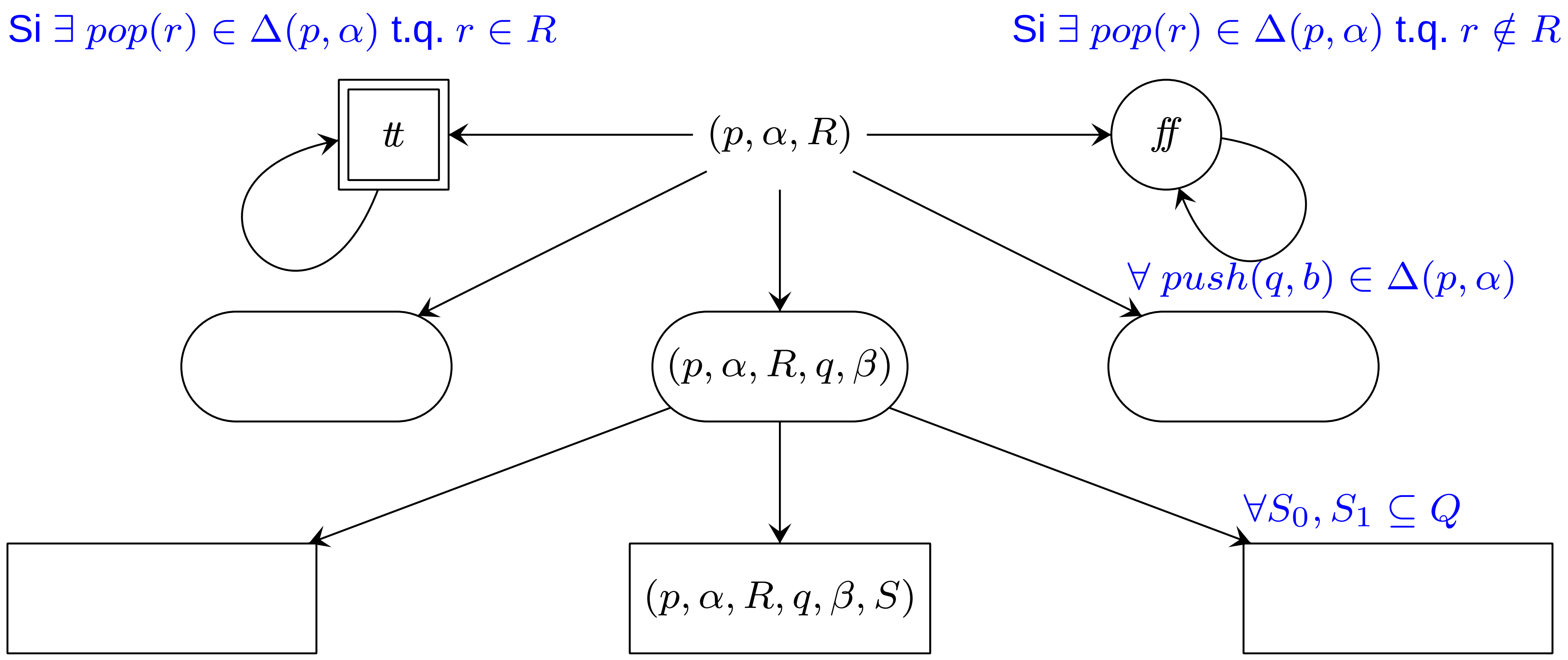
Mais c'est un jeu sur un graphe fini !

Je peux jouer de sorte que si α est dépile et qu'entre temps aucune configuration finale n'est visitée, le nouvel état est dans S

Dernier scénario : le monde parfait



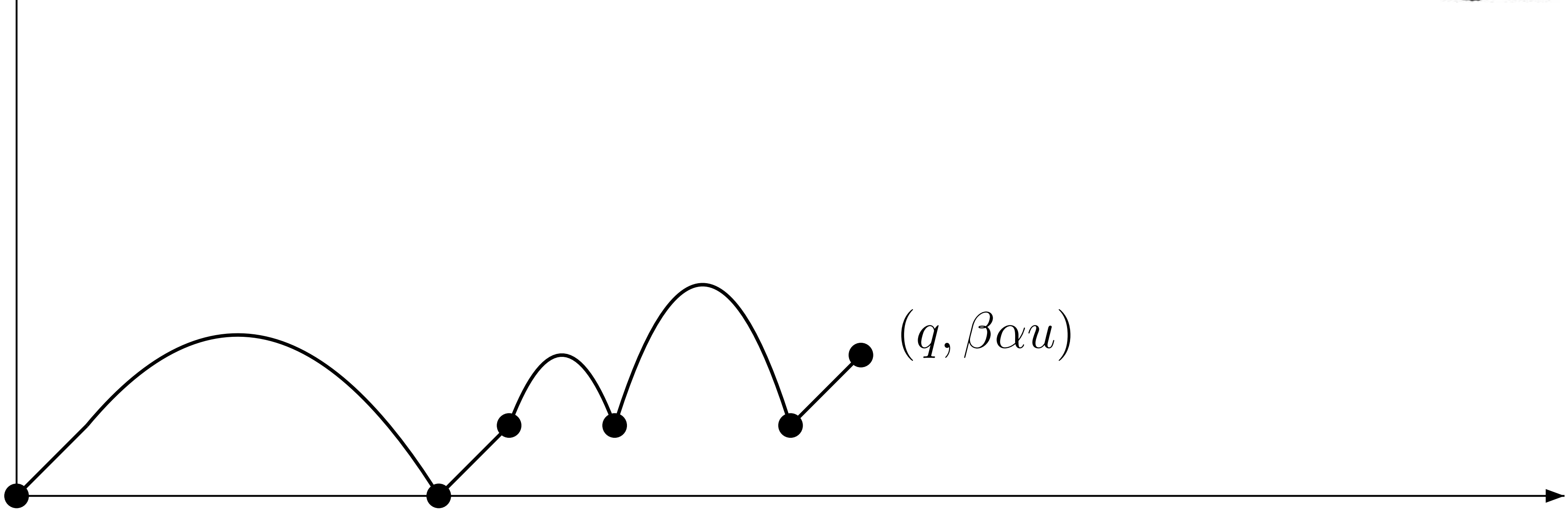
Mais c'est un jeu sur un graphe fini !



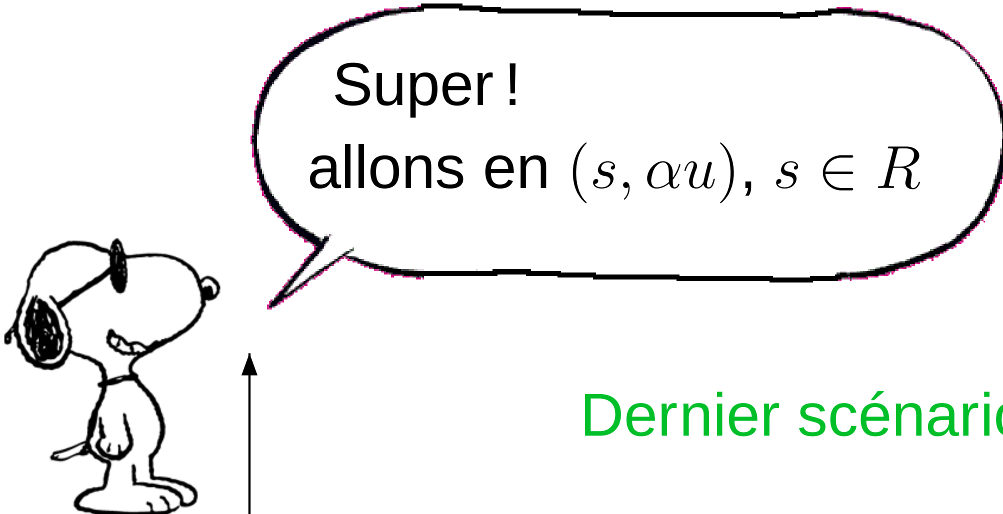
Mais c'est un jeu sur un graphe fini !

Je peux jouer de sorte que si α est dépile et qu'entre temps aucune configuration finale n'est visitée, le nouvel état est dans S

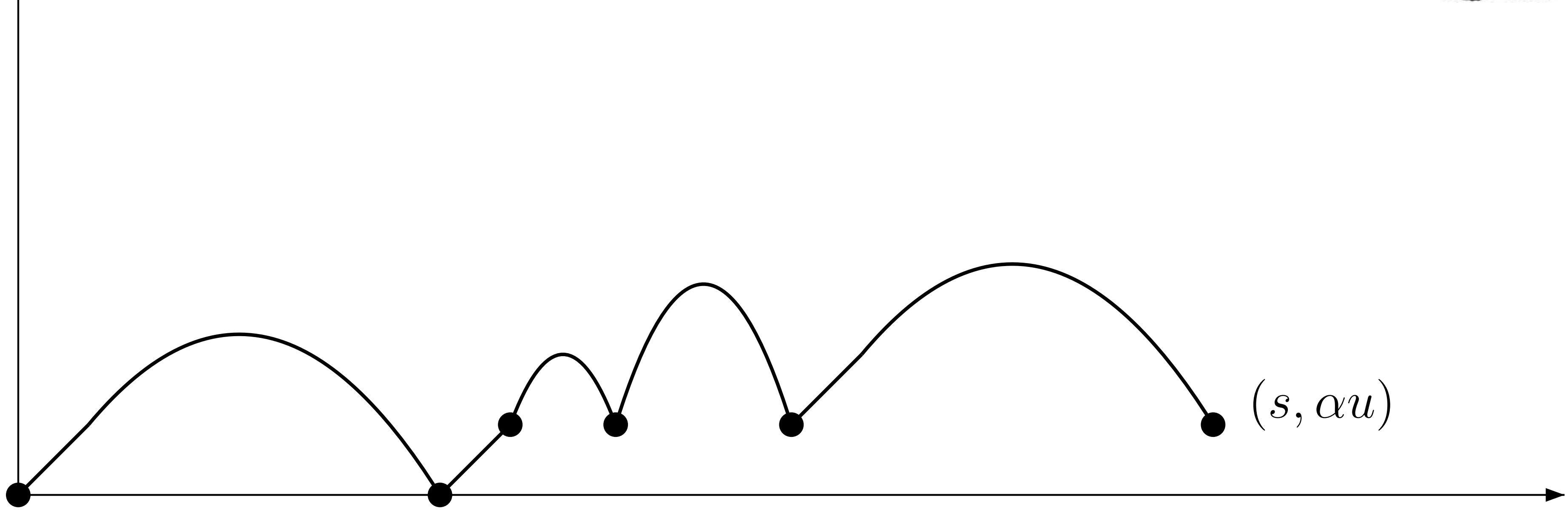
Dernier scénario : le monde parfait



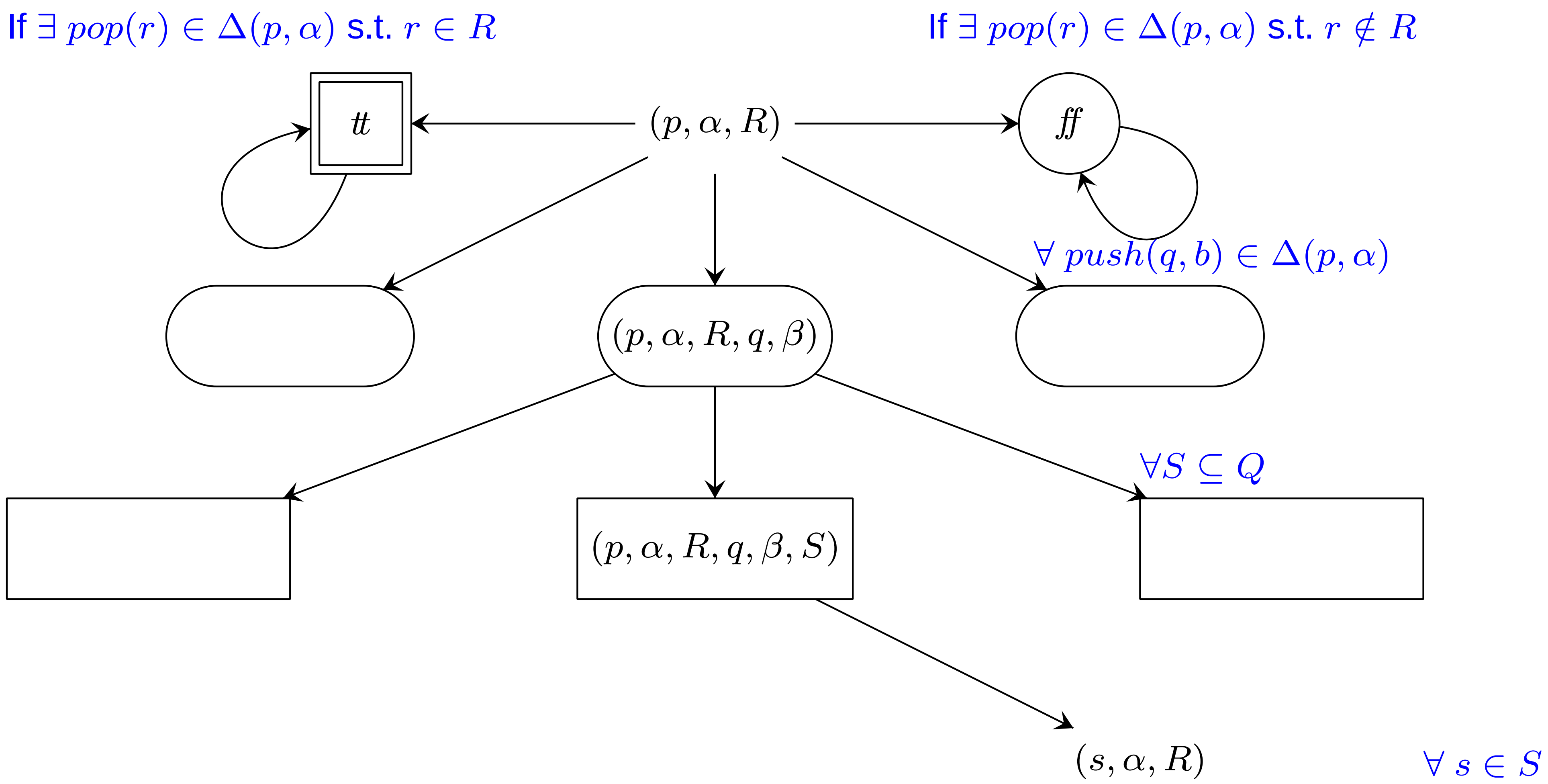
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !



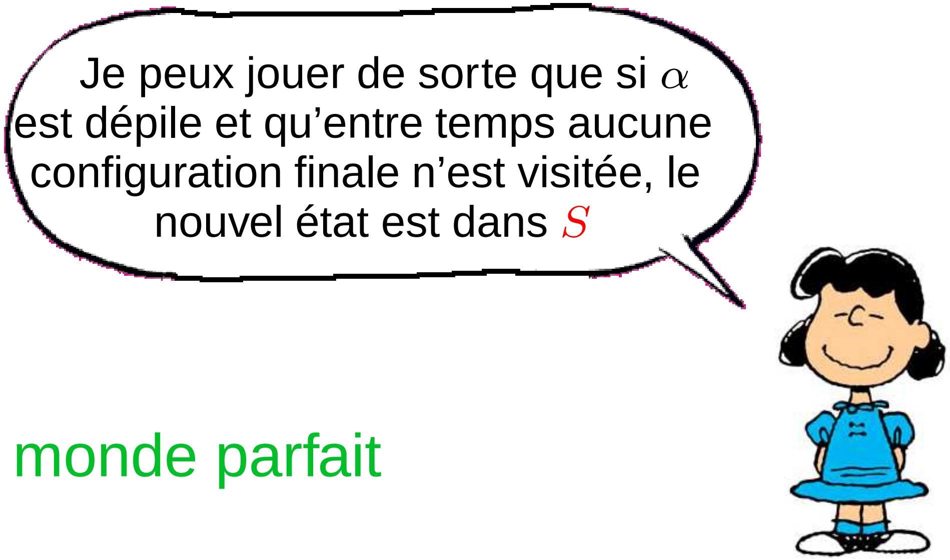
Dernier scénario : le monde parfait



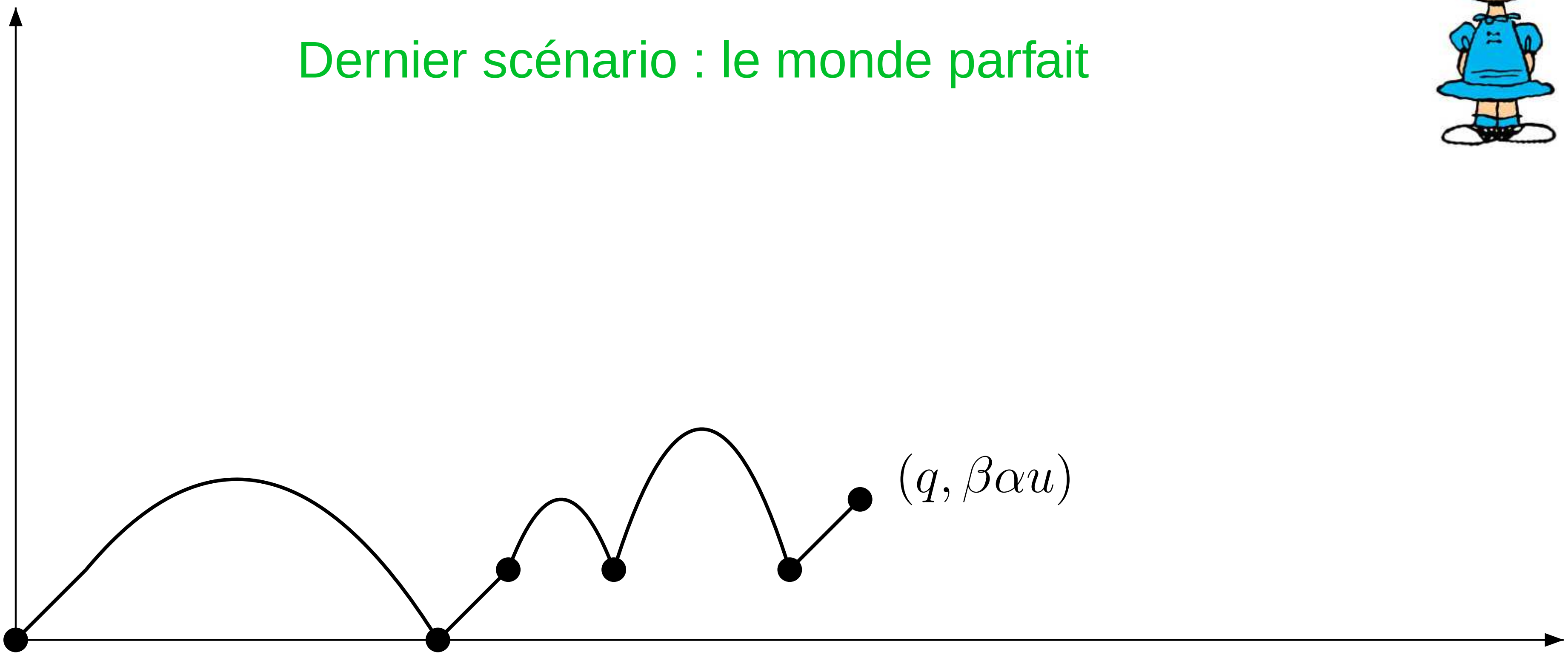
Mais c'est un jeu sur un graphe fini !



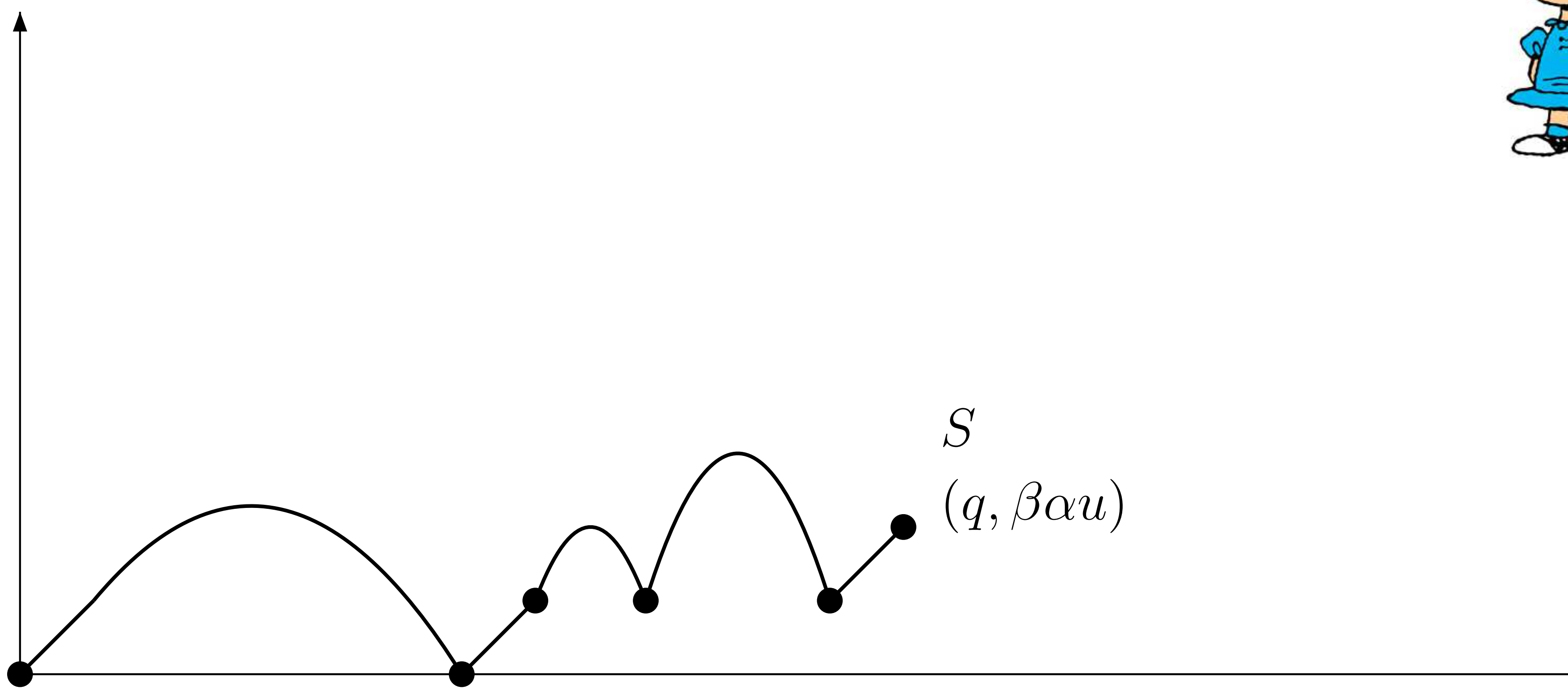
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !



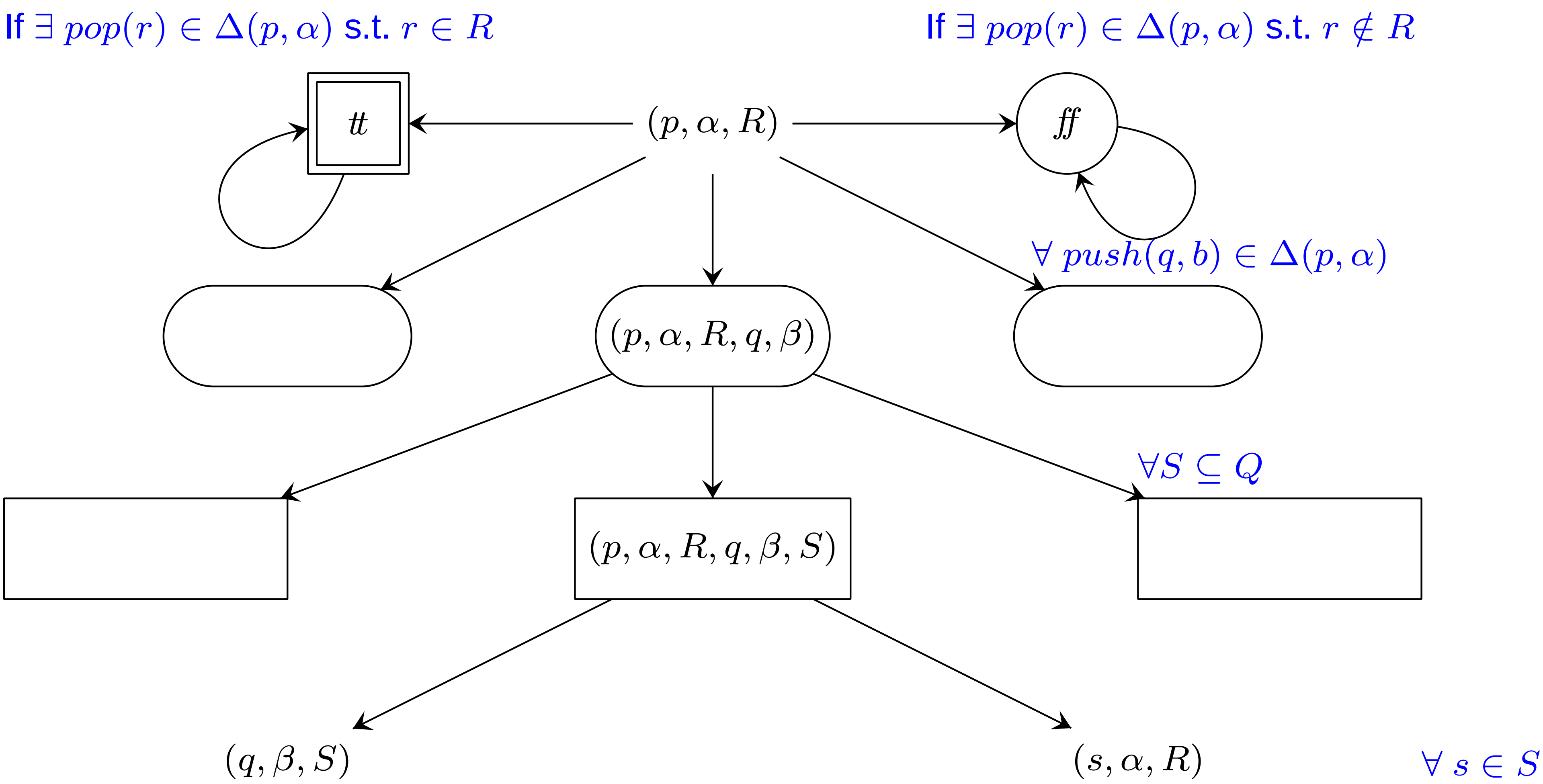
Dernier scénario : le monde parfait



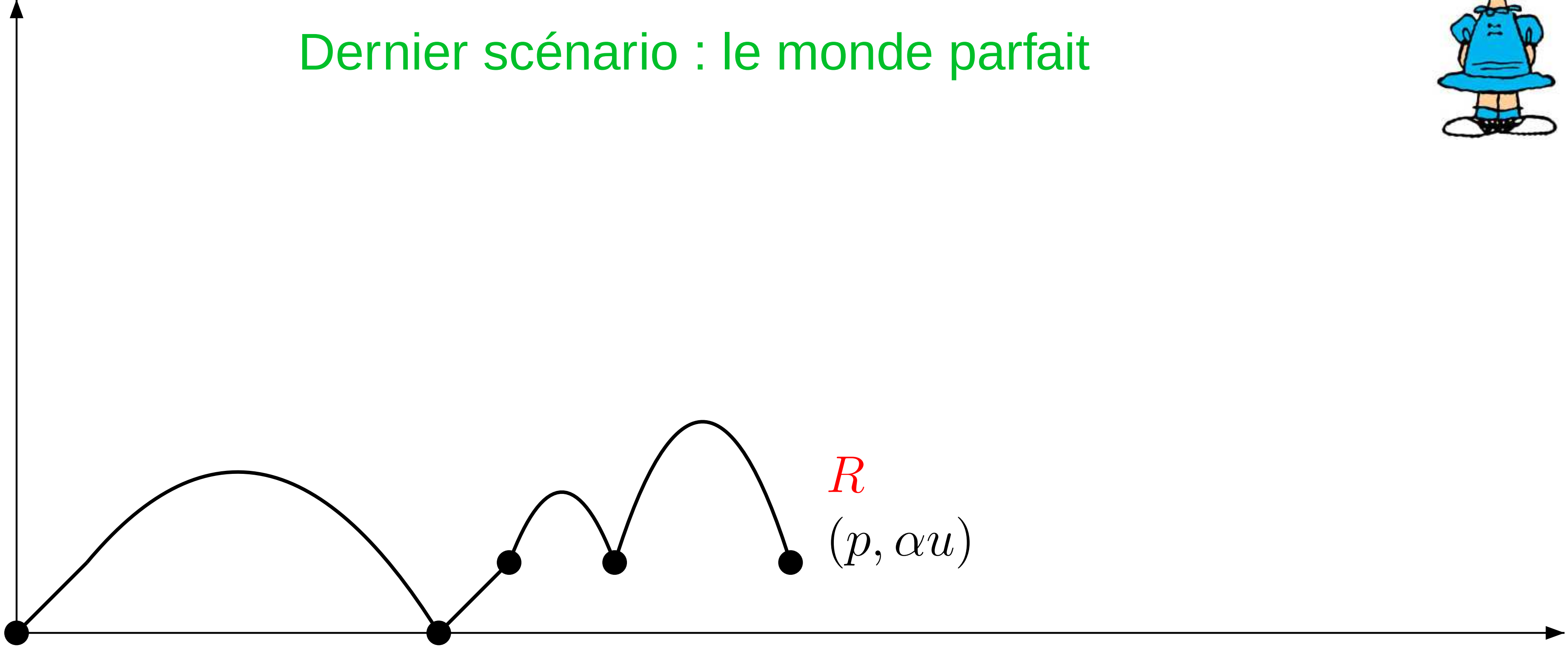
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !



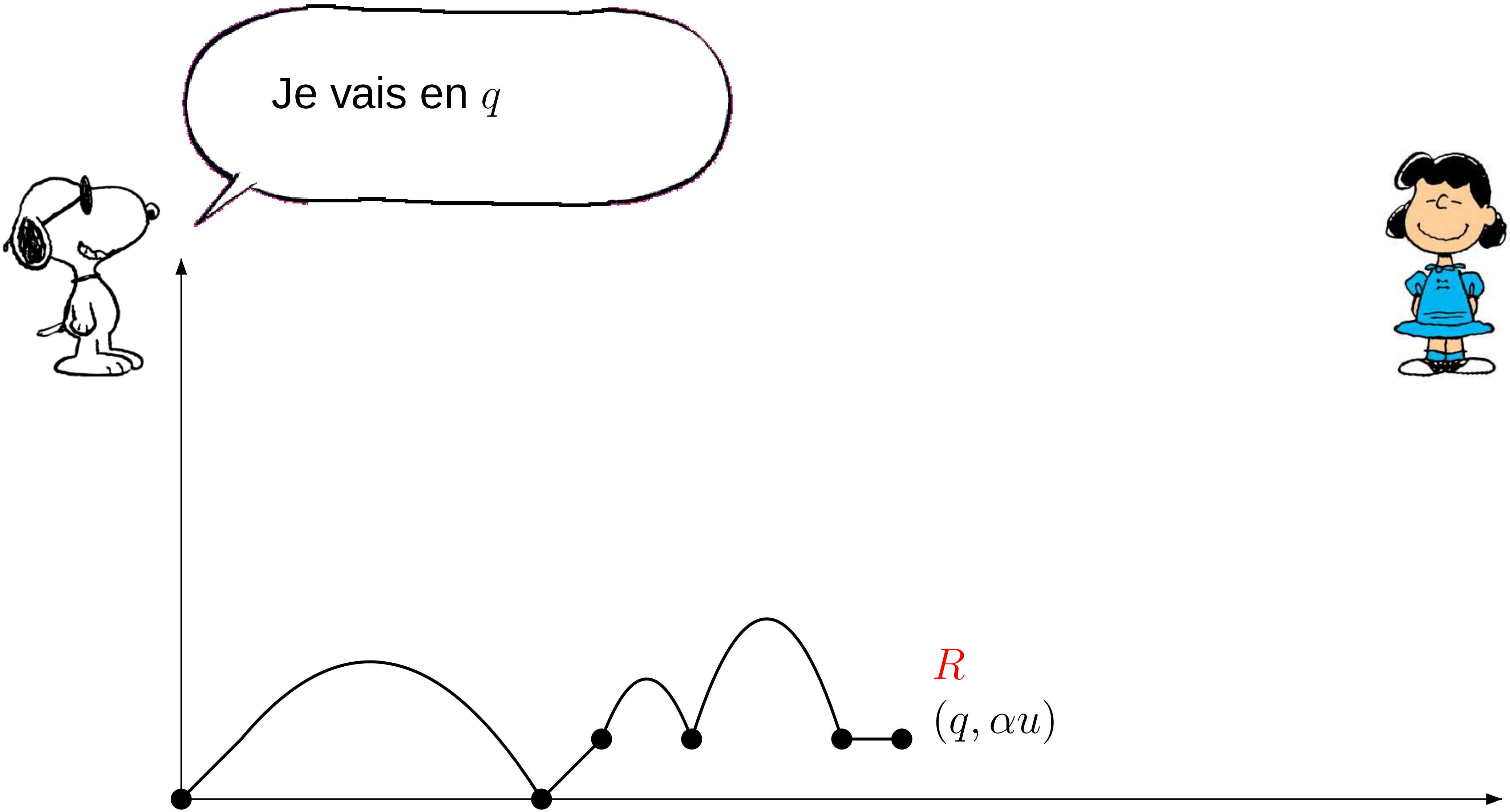
Mais c'est un jeu sur un graphe fini !



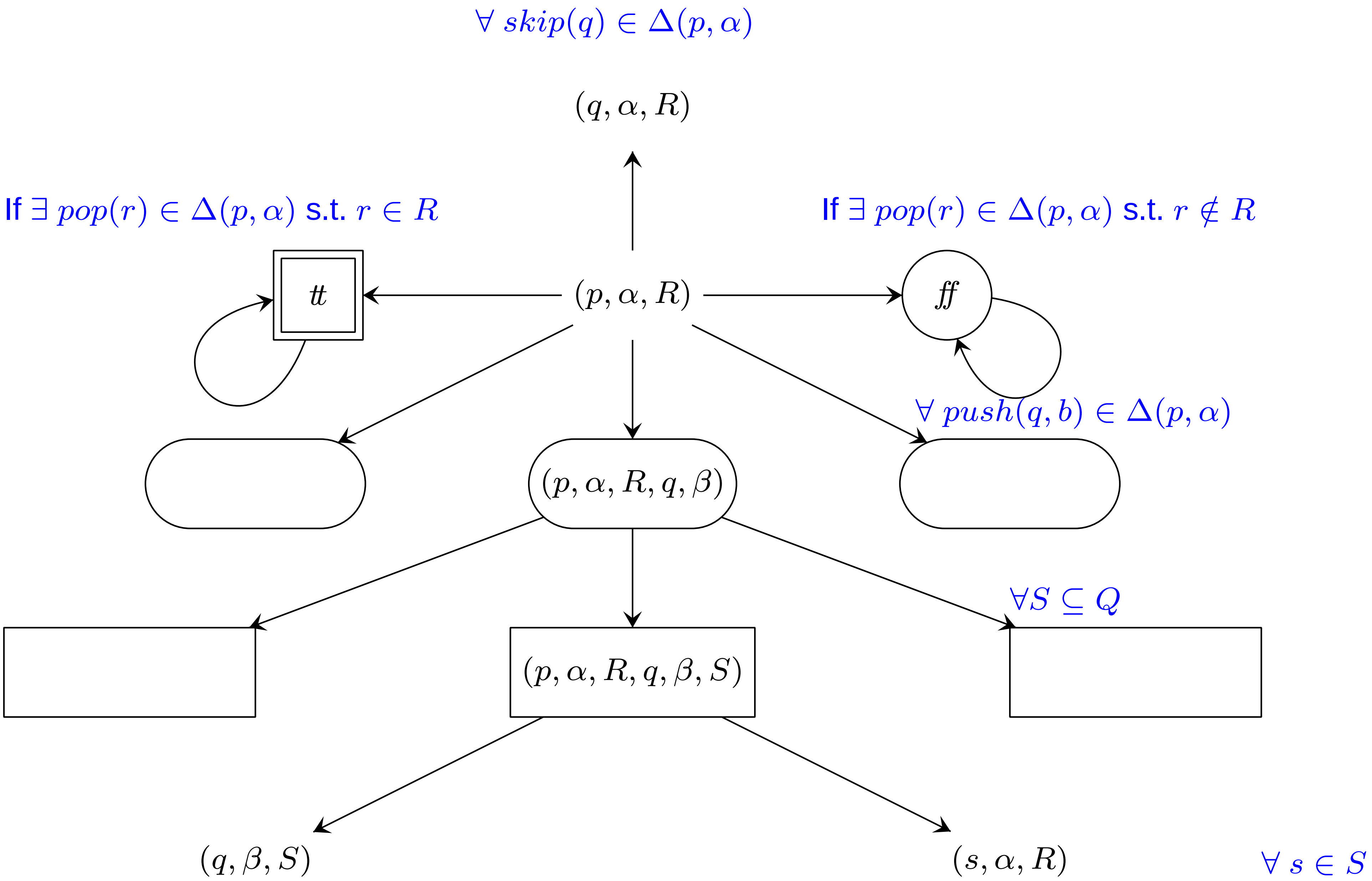
Mais c’est un jeu sur un graphe fini !



Mais c’est un jeu sur un graphe fini !



Mais c'est un jeu sur un graphe fini !



Résultat principal

Théorème. Soit $p_{in} \in Q$. Eve possède une stratégie gagnante dans $\mathbb{G}$ depuis $(p_{in}, \perp)$ si et seulement si elle possède une stratégie gagnante dans $\widetilde{\mathbb{G}}$ depuis $(p_{in}, \perp, \emptyset)$.