à rendre pour le Jeudi 2 Mars 2006

Devoir à la maison 1

Problème (Plus grand préfixe commun).
Fixons un alphabet fini Σ. Un automate *étendu* $\mathcal{A}$ sur Σ est donné par $\mathcal{A} = (Q, T, I, F)$ où T est un sous-ensemble fini de $Q \times \Sigma^* \times Q$. Ainsi, les transitions peuvent être étiquetées par des mots de Σ^*.
La relation préfixe est un ordre partiel sur Σ^*, que nous noterons $\leq$. On peut aisément montrer que tout sous-ensemble non vide L de Σ^* possède une borne inférieure pour cet ordre qui est le plus grand préfixe commun des éléments de L. Afin d'étendre cette propriété à l'ensemble vide, nous ajoutons à Σ^* un nouvel élément, noté 0, maximal pour $\leq$. On peut ainsi définir, pour tout $L \subseteq \Sigma^*$, son plus grand préfixe commun, noté $\bigwedge L$, comme la borne inférieure de L pour $\leq$ (on a $\bigwedge \emptyset = 0$).
Étant donnés un automate étendu $\mathcal{A}$, et un état q de $\mathcal{A}$, nous définissons enfin l'ensemble $\mathcal{L}(\mathcal{A}, q)$ comme le langage reconnu par $\mathcal{A}$ à partir de l'état q.
Le but de ce problème est de proposer une méthode efficace pour calculer, étant donné un automate étendu $\mathcal{A}$, la valeur de $\bigwedge \mathcal{L}(\mathcal{A}, q)$ pour tout état q de $\mathcal{A}$.

Trouvez un algorithme polynomial (si possible quadratique) pour ce problème. Si vous n'y parvenez pas, donnez l'algorithme de meilleure complexité que vous avez obtenu.