

TD de Maths pour l'Info n° 8

## Calcul propositionnel, Formes Normales, Résolution

### Exercice 1

1. Un ensemble contradictoire de formules contient-il forcément une formule contradictoire ?
2. Montrez qu'un ensemble contradictoire de formules contient un sous-ensemble fini qui est lui-même contradictoire.
3. Montrez que si  $\Delta \models A$ , alors il existe un ensemble fini  $\Gamma \subseteq \Delta$  tel que  $\Gamma \models A$ .
4. Montrez qu'un ensemble  $\Delta$  de formules est contradictoire si et seulement si il existe une formule  $A$  telle que  $\Delta \models A$  et  $\Delta \models \neg A$ .

### Exercice 2

1. Montrer que l'ensemble  $\{\neg, \wedge\}$  est un ensemble complet de connecteurs.
2. On définit le connecteur «  $|$  » par la table de vérité suivante :

	<b>V</b>	<b>F</b>
<b>V</b>	<b>F</b>	<b>V</b>
<b>F</b>	<b>V</b>	<b>V</b>

Montrez que le singleton  $\{|\}$  constitue un ensemble complet de connecteurs.

### Exercice 3 (Formes normales) Mettre sous FNC et FND les formules suivantes :

1.  $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$
2.  $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow (p \wedge r))$
3.  $p \wedge q \wedge r \rightarrow p \vee q$
4.  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow p \rightarrow r$
5.  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$

### Exercice 4 (Résolution) En utilisant la méthode de résolution, dire pour chacun des ensembles suivants s'il est contradictoire ou non :

- $\Delta_1 = \{\neg p \rightarrow r \vee q; r \vee \neg q; \neg r; \neg p\}$
- $\Delta_2 = \{(p \vee q) \wedge \neg r; (p \vee q \rightarrow r)\}$
- $\Delta_3 = \{p \rightarrow q; q \rightarrow p \wedge r; \neg q\}$