

## Variables aléatoires, fonctions caractéristiques

### Exercice 1

- ▷ 1. Calculer le pourcentage d'individus ayant plus de 10, et la note en dessous de laquelle se trouve 10% des étudiants.  
Compte tenu des résultats, on décide de revaloriser les notes par une transformation linéaire  $Z = aX + b$ .
- ▷ 2. Quelles valeurs doit on donner à  $a$  et  $b$  pour que les valeurs précédentes passent respectivement à 50% et 7?

### Exercice 2

Soit  $X$  une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , c'est-à-dire de densité :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(x)$$

- ▷ 1. Calculer sa fonction caractéristique
- ▷ 2. Montrer que  $\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \mathbb{P}(X > a + b \mid X > b) = \mathbb{P}(X > a)$ .

### Exercice 3

Soient  $X$  et  $Y$  deux lois normales centrées réduites indépendantes.

- ▷ 1. En utilisant les fonctions caractéristiques, montrer que les lois  $X + Y$  et  $X - Y$  sont indépendantes.

### Exercice 4

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes de Poisson de paramètres respectifs  $\lambda$  et  $\mu$ .

- ▷ 1. Quelle est la loi de  $X + Y$ ?
- ▷ 2. Quelle est la loi conditionnelle de  $X$  sachant  $X + Y = n$ , pour  $n \in \mathbb{N}$ ?