PLAN

- Beware of the cut!
- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

PLAN

- Beware of the cut!
- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Beware of the cut !

Le prédicat `ects_sem(+sem,+projet,-ects)` du TD3:

version sans cut:

```
ects_sem(X,[],0).
ects_sem(X,[Y|G],N):- ue(Y,M,X) ,ects_sem(X,G,K), N is M+K.
ects_sem(X,[Y|G],N):-ue(Y,M,Z), X=\=Z, ects_sem(X,G,N).
```

```
 ?- ects_sem(1,[an1,ia,ig], X).
X = 9 ? ;
no
```

(rappel: `ue(an1,3,1).  ue(ia,6,1).  ue(ig,6,2).`)

Deuxième version, avec cut:

```
ects_sem(X,[],0).
ects_sem(X,[Y|G],N):- !, ue(Y,M,X) ,ects_sem(X,G,K), N is M+K.
ects_sem(X,[Y|G],N):-ue(Y,M,Z), ects_sem(X,G,N).
```

ou bien

```
ects_sem(X,[],0).
ects_sem(X,[Y|G],N):- ue(Y,M,X), ! ,ects_sem(X,G,K), N is M+K.
ects_sem(X,[Y|G],N):-ue(Y,M,Z), ects_sem(X,G,N).
```

Dans les deux cas, il s'agit d'un "red cut": si on élimine le cut on obtient

```
ects_sem(X,[],0).
ects_sem(X,[Y|G],N):- ue(Y,M,X),,ects_sem(X,G,K), N is M+K.
ects_sem(X,[Y|G],N):-ue(Y,M,Z), ects_sem(X,G,N).
```

```
  ?- ects_sem(1,[an1,ia,ig], X).
X = 9 ? ;
X = 3 ? ;
X = 6 ? ;
X = 0 ? ;
no
```

Version non correcte:

```
ects_sem(X,[],0).
ects_sem(X,[Y|G],N):- !, ue(Y,M,X) ,ects_sem(X,G,K), N is M+K.
ects_sem(X,[Y|G],N):-ue(Y,M,Z), ects_sem(X,G,N).

  ?- ects_sem(1,[an1,ia,ig], X).
no
```

Version correcte:

```
ects_sem(X,[],0).
ects_sem(X,[Y|G],N):- ue(Y,M,X), ! ,ects_sem(X,G,K), N is M+K.
ects_sem(X,[Y|G],N):-ue(Y,M,Z), ects_sem(X,G,N).

  ?- ects_sem(1,[an1,ia,ig], X).
X = 9 ? ;
no
```

Le prédicat `inter(+liste1,+liste2,-resultat)`.

Version sans cut (explicite):

```
inter([],T,[]).
inter([C|G],T,[C|P]):- member(C,T),inter(G,T,P).
inter([C|G],T,R):- not(member(C,T)),inter(G,T,R).

 ?- inter([2,1,4],[1,3,4],X).
X = [1,4] ? ;
no
```

Version avec cut:

```
inter([],T,[]).
inter([C|G],T,[C|P]):- !, member(C,T),inter(G,T,P).
inter([C|G],T,R):- inter(G,T,R).
```

ou

```
inter([],T,[]).
inter([C|G],T,[C|P]):- member(C,T), ! ,inter(G,T,P).
inter([C|G],T,R):- inter(G,T,R).
```

Dans les deux cas, il s'agit d'un "red cut": si on élimine le cut on obtient

```
inter([],T,[]).
inter([C|G],T,[C|P]):- member(C,T),inter(G,T,P).
inter([C|G],T,R):- inter(G,T,R).

?- inter([2,1,4],[1,3,4],X).
X = [1,4] ? ;
X = [1] ? ;
X = [4] ? ;
X = [] ? ;
no
```

Version non correcte:

```
inter([],T,[]).
inter([C|G],T,[C|P]):- !, member(C,T),inter(G,T,P).
inter([C|G],T,R):- inter(G,T,R).


 ?- inter([2,1,4],[1,3,4],X).
no
```

Version correcte:

```
inter([],T,[]).
inter([C|G],T,[C|P]):- member(C,T),!,inter(G,T,P).
inter([C|G],T,R):- inter(G,T,R).


 ?- inter([2,1,4],[1,3,4],X).
X = [1,4] ? ;
no
```

Le cut peut être placé en première position dans le corps d'une clause. Exemple:

```
f(0,1).
f(N,R):-N>0,P is N-1, f(P,Q), R is 2*Q.
```

version avec cut:

```
f(0,1):-!.
f(N,R):- P is N-1, f(P,Q), R is 2*Q.
```

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

L'algoritme d'unification

```
Entrée:  deux termes t1 et t2.
Sortie:  la substitution σ, mgu de t1 et t2, si elle
existe, sinon echec.

Empiler t1 = t2.
Tant que pile non vide
      dépiler u = v
      Selon le cas:
```

L'algoritme d'unification

- u est une variable sans occurrence dans v:
  On substitue v à u dans la pile et dans σ
- v est une variable sans occurrence dans u:
  On substitue u à v dans la pile et dans σ
- u et v sont des constantes ou variables identiques: On continue.
- u = f(u_1,...,u_n) v = f(v_1,...,v_n).
  On empile u_i = v_i pour i de n à 1.

Sinon échec.

Exemple

```
f(g(X,A,h(X,b)),Z) = f(g(A,b,Z),Y)

On empile les arguments de  droite à gauche.
Etat de la pile et substitution calculée, après une étape:

g(X,A,h(X,b)) =  g(A,b,Z)  Substitution {}
     Z       =    Y


Après une deuxième étape:
     X       =    A   Substitution {}
     A       =    b
  h(X,b)     =    Z
     Z       =    Y


Ensuite:
     A       =    b   Substitution {X <- A}
```

```
  h(A,b)    =    Z
     Z      =    Y

Ensuite:
  h(b,b)    =    Z   Substitution {X <- b, A <- b}
     Z      =    Y

Ensuite:
     h(b,b) =    Y    Substitution
                    {X <- b, A <- b, Z <- h(b,b)}

Résultat:
     {X <- b, A <- b, Z <- h(b,b), Y <- h(b,b)}
```

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie

Un argument est *d'entrée* pour un prédicat si, au moment du `call` du prédicat, l'argument en question doit être clos, sans variables.

Un argument est *de sortie* pour un prédicat si, au moment du `exit` du prédicat, l'argument en question doit contenir le résultat de l'appel.

Par exemple dans la définition:

```
fact(0,1).
fact(N,R):- N>0, M is N-1, fact(M,P), R is P*N.
```

le premier argument et d'entrée et le deuxiéme de sortie.

Une specification correcte de `fact` est donc `fact(+Arg, -Res)`

Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie (2)

Les erreurs comme

```
[INSTANTIATION ERROR- in arithmetic:  expected bound
value ]
```

viennent de l'utilisation de termes ouverts pour des argument d'entrée.

Par exemple:

```
?  - X is Y + 4
```

ou

```
?  - Z < 7
```

Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie (3)

Il est parfois possible d'utiliser un prédicat pour calculer à la fois une relation R et sa relation inverse R^{-1}. Dans ce cas il n'y a pas d'arguments d'entrée et de sortie.

Un exemple vu en TD:

```
transform(0,0).
transform(s(Y),N):- transform(Y,M), N is M+1.
```

Deux possibilités d'utilisation de `transform`:

```
transform(s(s(s(0))),N).
```

```
transform(X,3).
```

Une spécification correcte dans ce cas serait
`transform(Terme,Entier)`, ou `transform(?Terme,?Entier)`.

Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie (4)

Comme exemple d'utilisation *à l'invers* de `transform`, voyons l'arbre du but:

`transform(X,3)`

dont voici la trace:

```
?- transform(X,3).
 (1) call:transform(_172,3) ?
 (2) call:transform(_247,_250) ?
 (2) exit:transform(0,0) ?
 (2) redo:transform(0,0) ?
 (3) call:transform(_310,_313) ?
 (3) exit:transform(0,0) ?
 (2) exit:transform(s(0),1) ?
 (2) redo:transform(s(0),1) ?
 (3) redo:transform(0,0) ?
```

```
    (4) call:transform(_373,_376) ?
    (4) exit:transform(0,0) ?
    (3) exit:transform(s(0),1) ?
    (2) exit:transform(s(s(0)),2) ?
    (1) exit:transform(s(s(s(0))),3) ?
X = s(s(s(0))) ?
yes
```

Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie (5)

La symétrie de `transform` n'est pourtant pas complète:

```
  ?- trans(s(s(s(0))),X).

X = 3 ? ;

no

 ?- trans(X,3).

X = s(s(s(0))) ?  ;
```

boucle

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Algorithmes “générer et tester”

Le “backtracking” (retour en arrière) de Prolog est très bien adapté aux problèmes qui nécessitent l’exploration de plusieurs configurations possibles à la recherche d’une (ou de plusieurs) solutions (coloriage d’un plan, n reines, carrés magiques,....)

Deux exemples:

Le problème des n reines.

La reconnaissance d’un mot par un automate fini non déterministe.

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Les n reines

Problème: placer n reines sans prises sur un echiquier $n \times n$.

Réprésentation des configurations: une liste de n entiers, inclus entre 1 et n.

Le i-ème entier donne la position de la reine sur la i-ème ligne.

Par exemple, pour $n = 4$, la configuration:

		R	
			R
R			
	R		

est réprésentée par

```
[3,4,1,2]
```

Les n reines

Il y a autant de configurations que de permutations des entiers de 1 à n.

Remarque: si une configuration est réprésentée par le choix de n case de l'echiquier, on a $C^n_{n^2}$ configuration au lieu de $n!$.

Pour $n = 8$ cela donne 4426165368 configurations au lieu de 40320.

Une représentation bien choisie est essentielle pour éviter un trop grand nombre de configurations.

Les n reines

Les solutions sont des configuration telles que chaque diagonale et chaque anti-diagonale contient au plus une reine. Par exemple:

	R		
			R
R			
		R	

réprésentée par `[2,4,1,3]`

Les n reines

Deux reines en positions (i, j) et (i', j') se trouvent sur la même diagonale ssi $i - j = i' - j'$.

0	-1	-2	-3
1	0	-1	-2
2	1	0	-1
3	2	1	0

Les n reines

Deux reines en positions (i, j) et (i', j') se trouvent sur la même anti-diagonale ssi $i + j = i' + j'$.

2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7
5	6	7	8

Les n reines

Pour resoudre n reines on peut donc:

- générer une permutation P de $1, ..., n$.
- Calculer les listes D de différences et la liste S de sommes associés à P. Le i-ème élément de D est $i - P(i)$, le i-ème élément de S est $i + P(i)$.
- vérifier que tous les éléments de D sont différents entre eux. Même chose pour S.
- passer à la permutation suivante et recommencer.

Exemple: on applique l'algorithme du transparent précédent à la permutation `p= [2,4,3,1]`, qui représente la configuration (qui n'est pas un solution):

	R		
			R
		R	
R			

La liste de différences de `p` est `[1-2,2-4,3-3,4-1]=[-1,-2,0,3]`

Donc le test sur les diagonales passe (les reines se trouvent sur des diagonales toutes différentes les unes des autres).

La liste des sommes de `p` est `[1+2,2+4,3+3,4+1]=[3,6,6,5]`. La deuxième et troisième reine se trouvent sur la même anti-diagonale.

On élimine cette configuration et on passe à la suivante.

Les n reines

Voici un prédicat pour générer les permutations, défini par récurrence sur n:

```
perm([],[]).

perm([X|L],Z):-perm(L,W),insertion(X,W,Z).

insertion(X,L,[X|L]).

insertion(X,[Y|L],[Y|G]):-insertion(X,L,G).
```

Exemple d'utilisation de `perm` avec $n = 3$:

```
   ?- perm([1,2,3],X).
X = [1,2,3] ? ;
X = [2,1,3] ? ;
X = [2,3,1] ? ;
X = [1,3,2] ? ;
X = [3,1,2] ? ;
X = [3,2,1] ? ;
no
```

Les n reines

Voici un prédicat pour générer les listes des sommes et des différences: (le 1er argument contient les indices de ligne, le 2ème ceux de colonne, le 3ème les sommes et le 4ème les differences).

```
combiner([],[],[],[]).

combiner([X1|X],[Y1|Y],[S1|S],[D1|D]) :-
     S1 is X1 +Y1,

     D1 is X1 - Y1,

     combiner(X,Y,S,D).
```

Exemple d'utilisation de `combiner` pour l'exemple précedent:

```
 ?- combiner([1,2,3,4],[2,4,3,1],S,D).
D = [-1,-2,0,3],
S = [3,6,6,5] ? ;
no
```

Les n reines

Voici un prédicat pour vérifier que tous les éléments d'une liste sont différents:

```
tous_diff([X]).

tous_diff([X|Y]) :-  not(member(X,Y)), tous_diff(Y).
```

Les n reines

Voici un prédicat qui resout n reines, dans le cas $n = 4$:

```
resout(P) :-
     perm([1,2,3,4],P),
     combiner([1,2,3,4],P,S,D),
     tous_diff(S),
     tous_diff(D).
```

Les n reines

On calcule les solutions:

```
  ?- resout(X).

X = [3,1,4,2] ? ;

X = [2,4,1,3] ? ;

no
```

Les n reines

Les deux solutions pour $n = 4$ sont: `[3,1,4,2]`

		R	
R			
			R
	R		

et `[2,4,1,3]`

	R		
			R
R			
		R	

Les n reines

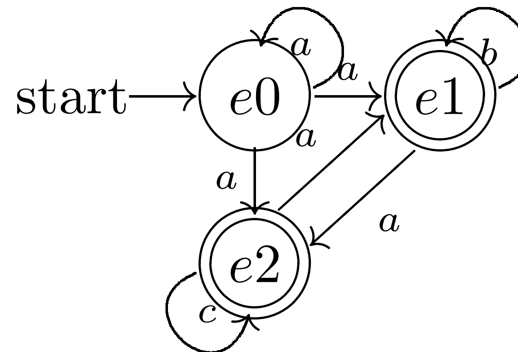
Pour $n = 8$, (après modification de `resout`):

```
 ?- resout(X).

X = [5,2,6,1,7,4,8,3] ? ;

X = [6,3,5,7,1,4,2,8] ? ;

X = [6,4,7,1,3,5,2,8] ? ;

X = [3,6,2,7,5,1,8,4] ?

...

?- setof(X,resout(X),L),length(L,N).

L = [[1,5,8,6,3,7,2,4],[1,6,8,3,7,4,2,5],
[1,7,4,6,8,2,5,3],....]

N = 92 ?;

no
```

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

AFND



est réprésenté par:

```
init(e0).

final(e1). final(e2).

delta(e0,a,e0). delta(e0,a,e1). delta(e0,a,e2).

delta(e1,b,e1). delta(e1,a,e2).

delta(e2,a,e1). delta(e2,c,e2).
```

AFND

Pour vérifier si un mot est accepté:

- générer un chemin de lecture du mot à partir de l'état initial.
- vérifier que le chemin temine sur un état final.
- Sinon, recommencer.

AFND

```
parse(L) :- init(S),
            trans(S,L).

trans(X,[A|B]) :-
      delta(X,A,Y),
      trans(Y,B).

trans(X,[]) :-
      final(X).
```

Dans l'exemple, la lecture de `[a]` termine avec succes à la 2ème tentative:

```
?- parse([a]).
   (1) call:parse([a]) ?
   (2) call:init(_91) ?
   (2) exit:init(e0) ?
   (3) call:trans(e0,[a]) ?
   (4) call:delta(e0,a,_253) ?
   (4) exit:delta(e0,a,e0) ?
   (5) call:trans(e0,[]) ?
   (6) call:final(e0) ?
   (6) fail:final(e0) ?
   (5) redo:trans(e0,[]) ?
```

```
    (5) fail:trans(e0,[]) ?
    (4) redo:delta(e0,a,e0) ?
    (4) redo:delta(e0,a,_253) ?
    (4) exit:delta(e0,a,e1) ?
    (7) call:trans(e1,[]) ?
    (8) call:final(e1) ?
    (8) exit:final(e1) ?
    (7) exit:trans(e1,[]) ?
    (3) exit:trans(e0,[a]) ?
    (1) exit:parse([a]) ?
yes
```

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Prédicats de test

- `integer/1` teste si l'argument est un entier.

  ```
  ?- integer(3).
  Yes.
  ?- integer(X).
  No.
  ```

- `number/1` teste si l'argument est un nombre.
- `float/1` teste si l'argument est un flottant.
- `atomic/1` teste si l'argument est une constante.
- `var/1` teste si l'argument est une variable non instanciée.
- `nonvar/1` teste si l'argument n'est pas une variable non instanciée.
- `compound/1` teste si l'argument est un terme composé.
- `ground/1` teste si l'argument est un terme sans variables.

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Prédicats de manipulation de termes

- `functor(Terme, Foncteur, Arite).`
  Mode d'utilisation (+, -, -) ou (-, +, +) seulement.

```
?- functor(pere(jean, isa), F, A).
F = pere, A = 2.
```

```
?- functor(T, pere, 2).
T = pere(X, Y).
```

- `arg(N, Terme, X)` unifie `X` et le `N`-ième argument de Terme.

```
?- arg(1, pere(jean, isa), X).
X = jean.
```

Prédicats de manipulation de termes

`Terme =.. Liste` transforme un terme en une liste.

```
?- pere(jean, isa) =.. L.
L = [pere, jean, isa].
```

```
?- T =.. [a, b, c].
T = a(b, c).
```

PLAN

- L'algorithme d'unification.
- Spécifier un prédicat: arguments d'entrée et de sortie.
- Algorithmes "générer et tester":
  - Les n reines.
  - Automates non déterministes.
- Prédicats prédéfinis sur les termes:
  - Prédicats de test.
  - Prédicats de manipulation.
  - Exemples d'utilisation.

Exemple d'utilisation

```
/*Addition*/

plus(X, Y, Z) :-
    nonvar(X),
    nonvar(Y),
    Z is X + Y.
plus(X, Y, Z) :-
    nonvar(Y),
    nonvar(Z),
    X is Z - Y.
plus(X, Y, Z) :-
    nonvar(X),
    nonvar(Z),
    Y is Z - X.
```

Exemple d'utilisation

```
/* Unification*/

/* Unifier deux Variables*/
unify(X, Y) :-
     var(X),var(Y),X = Y.


/* Premier argument variable*/
unify(X, Y) :-
     var(X),nonvar(Y),X = Y.


/* Deuxieme argument variable*/
unify(X, Y) :-
     nonvar(X),var(Y),Y = X.
```

```
/* Arguments sont constantes*/
unify(X, Y) :-
     nonvar(X), nonvar(Y),
     atomic(X), atomic(Y),
     X = Y.

/* Arguments sont composes.*/
unify(X, Y) :-
     nonvar(X), nonvar(Y),
     compound(X), compound(Y),
     termUnify(X, Y).
```

```
/* Unifier deux termes composes*/
termUnify(X, Y) :-
     functor(X, F, N),
     functor(Y, F, N), /* meme symb. fonctionnelle*/
     argUnify(N, X, Y).

/* Unifier les arguments */
argUnify(N, X, Y) :-
     N>0,
     argUnify1(N, X, Y),
     Ns is N - 1,
     argUnify(Ns, X, Y).

argUnify(0, X, Y).
```

```
/* Unifier les arguments N */
argUnify1(N, X, Y) :-
     arg(N, X, ArgX),
     arg(N, Y, ArgY),
     unify(ArgX, ArgY).
```