Université Paris 7 - Master 1 Informatique - Programmation avec contraintes

Examen du 11 janvier 2006 - Durée : 2 heures

Informations : Tous les documents reliés sont autorisés. Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié. **Répondez uniquement à l'intérieur des espaces encadrés**.

Considérez la contrainte suivante sur les entiers : $3 * Y = 2 * Z + 1$ avec les domaines $Y \in [2..5]$ et $Z \in [3..8]$.

Question 1 (1 point) Si on rend borne consistante la contrainte on obtient les domaines:
$Y \in$ ☐ $Z \in$ ☐

Question 2 (2 points) Si on rend arc consistante la constrainte on obtient les domaines:
$Y \in$ ☐ $Z \in$ ☐

On considère la contrainte $X = 3 * Y + Z - 1 \ \wedge \ Y = Z + 3 \ \wedge \ Z = 5 + 2 * X$

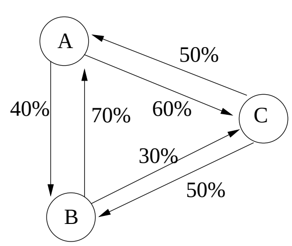
Question 3 (2 points) Si on applique l'algorithme de Gauss-Jordan à cette contrainte on obtient:
$X =$ ☐ $Y =$ ☐ $Z =$ ☐

Une machine à café a dans sa réserve $P2$ pièces de 2 Euros, $P1$ pièces de 1 Euro, $P50$ pièces de 50 centimes, $P20$ pièces de 20 centimes et $P10$ pièces de 10 centimes. L'utilisateur insère des pièces de monnaie pour un total de T centimes pour une boisson dont le prix est de P centimes (T et P sont des multiples de 10).

Question 4 (3 points) Écrire en GPROLOG un prédicat `monnaie(T,P,[P2,P1,P50,P20,P10],L)` qui étant donné des valeurs pour `T`, `P`, `P2`, etc. donne dans `L` une liste avec le nombre de pièces rendues par la machine. Cette liste `L` contient d'abord le nombre de pièces de 2 Euros, ensuite le nombre de pièces de 1 Euro, etc. Par exemple `monnaie(200,130,[3,4,5,2,3],L)` donne

```
L = [0,0,0,2,3]
L = [0,0,1,0,2]
L = [0,0,1,1,0]
```

On suppose qu'il y a trois réservoirs d'eau.



Après chaque unité de temps, **tout** le contenu de chaque réservoir est versé dans les deux autres réservoirs. La proportion du contenu versé dans chacun des deux autres réservoirs est indiqué dans la figure.

Question 5 (3 points) Complétez le programme en YAP Prolog suivant qui permet de calculer la relation entre le contenu initial d'eau dans chaque réservoir et le contenu d'eau dans chaque réservoir après N unités de temps.

```
relation(A,B,C,A,B,C,N) :- {N = 0}.
relation(A,B,C,A1,B1,C1,N) :-
```

Considérez la grille partiellement remplie suivante:

16	17		

Les cases doivent être remplies avec des chiffres **différentes** entre 3 et 18. La somme des chiffres de chaque ligne et de chaque colonne ainsi que des deux diagonales complètes doivent être égales à 42.

Question 7 (3 points) Écrire un programme en GPROLOG qui trouve une solution au problème ci-dessus.

Considérez le problème suivant: Minimiser $2 * X - Y + 2$ par rapport à
$Z = 2 + 3 * X - 2 * Y$ et
$U = 1 + 6 * X - 2 * Y$ et
$X \geq 0$ et $Y \geq 0$ et $Z \geq 0$ et $U \geq 0$

Question 8 (1 point) Quel est la requète qu'on doit poser à YAP pour obtenir la valeur du minimum ?

Question 9 (1 point) Le problème est déjà en forme résolue de base. Quel est l'équation que l'algorithme simplex choisi pour pivoter ?

Question 10 (1 point) Donnez le nouveau problème après un pas de l'algorithme :

Minimiser

par rapport à

et $X \geq 0$ et $Y \geq 0$ et $Z \geq 0$ et $U \geq 0$

Question 11 (1 point) À la fin de l'algorithme on obtient quelle minimum ?

Il est obtenu avec les valeurs des variables suivantes: $X =$ $Y =$ $U =$ $Z =$

On considère la contrainte $X \leq Y - 2 \ \wedge \ Y \leq T - 3 \ \wedge \ U - 2 \geq Y \ \wedge \ V + 1 \geq U \ \wedge \ U \leq Z$

Question 12 (2 points) En appliquant l'algorithme de Fourier pour éliminer successivement les variables Y, V et U on obtient la contrainte