

Les bibliothèques de contraintes de YAP

Dans le manuel de Yap (www.ncc.up.pt/~vsc/Yap/yap.html) vous trouvez dans le chapitre 11 les informations concernant les bibliothèques de contraintes de Yap. Dans Yap Prolog on peut utiliser deux bibliothèque de contraintes, une pour les réelles (`use_module(library(clpr)).`) et une pour les rationnelles (`use_module(library(clpq)).`). Les contraintes sont toujours inclus dans des accolades (par exemple $\{A \leq 4, B \geq 5\}$). Comme d'habitude “,” signifie “et”. Les contraintes peuvent contenir les fonctions suivantes: +, -, *, /, abs,sin, cos, tan, pow, exp, min(e1,e2), max(e1,e2) et les prédicats de base: =, =:=, <, >, =<, >=, =\=.

Attention : Si on utilise les contraintes, on met = à la place de is.

Quelques prédicats utiles

- `entailed(+Constraint)` réussit si la contrainte courante implique `Constraint`.
Exemple: $\{X=2\}, \text{entailed}(X > 1)$. ou $\{X=2\}, \text{entailed}(X > 3)$.
- `inf(+Expr, -Inf)` donne l'infimum de l'expression `Expr` dans `Inf` s'il existe (sinon échec).
Exemple: $\{X > Y, Y > 3\}, \text{inf}(X, I)$.
- `sup(+Expr, -Sup)` donne le supremum de l'expression `Expr` dans `Sup` s'il existe (sinon échec).
Exemple: $\{2*X+Y \leq 16, X+2*Y \leq 11, X+3*Y \leq 15, Z = 30*X+50*Y\}, \text{sup}(Z, \text{Sup})$.
- `minimize(+E)` calcule l'infimum de l'expression `E` et le rend égal à l'expression (comme avec la définition `minimize(E) :- inf(E,E)`).
Exemple: $\{X \geq Y, Y \geq 3\}, \text{minimize}(X)$. ou $\{X > Y, Y > 3\}, \text{minimize}(X)$.
- `maximize(+E)` est pareil que `minimize` pour le supremum.
Exemple: $\{2*X+Y \leq 16, X+2*Y \leq 11, X+3*Y \leq 15, Z = 30*X+50*Y\}, \text{maximize}(Z, Z)$.
- `bb_inf(+Ints, +Expr, -Inf)` calcule l'infimum de l'expression `Expr` sous condition que les variables dans la liste `Ints` ont une valeur entière à l'infimum.
Exemple: $\{2*X > 1\}, \text{bb_inf}([X], X, \text{Inf})$.
- `ordering(+L)` permet d'ordonner les variables.
Exemples: $\{B = 2*X + 3*Y\}$. est différent de $\{B = 2*X + 3*Y\}, \text{ordering}([B])$.
et $\{B = 2*X + 3*Y\}, \text{ordering}([B, Y])$.

Unification

- $\{2*A+3*B=C/2\}, C=10.0, A=B$. est la même chose que $\{2*A+3*B=C/2, C=10.0, A=B\}$. puisque des égalités sont ajoutées implicitement à la contrainte.
- Mais $\{X = 5, X = 2+3\}$. n'est pas la même chose que $\{X = 5\}, X = 2+3$.
- Donc, évitez d'utiliser $X+Y$ sans $\{ \}$.

Projection

Si on veut seulement la solution d'une contrainte projetée sur une ou plusieurs variables on doit écrire un prédicat.

Exemple:

```
question(X,Z) :- {X < Y, Y < Z}.
```

Après on demande, `question(X,Z)`.

Exercice 1 Essayez tous les prédicats donnés ci-dessus avec d'autres exemples.

Exercice 2 On considère le programme (`~habermeh/credit.pl`) suivant.

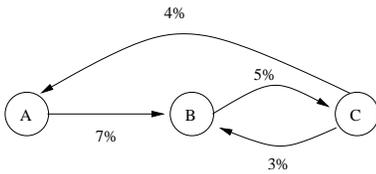
```
credit(Totale,Temps,_,_,Reste) :-
{Temps = 0,
 Reste = Totale}.
credit(Totale,Temps,Taux,Montant,Reste) :-
{Temps >= 1,
 NTotale = Totale + Totale*Taux - Montant, NTemps = Temps - 1},
 credit(NTotale,NTemps,Taux,Montant,Reste).
```

- Que fait ce programme ?
- Écrire une requête pour répondre à la question: Si on rembourse un crédit à taux 10% de 1000 Euros avec 150 Euros par an, combien d'argent reste-t-il à rembourser après 10 ans ?
- Écrire une requête pour répondre à la question: Combien d'argent peut-on emprunter à 10% pendant 10 ans si on rembourse 150 Euros par an ?
- Écrire une requête qui donne une suite de solutions à la question: Combien d'argent peut-on emprunter à 10% pendant combien d'année, si on rembourse 150 Euros par an ?

Exercice 3 Programmer le problème suivant: On considère un voyageur qui veut traverser avec un kayak (à une vitesse v_k) une rivière (d'une largeur l et l'eau se déplace avec une vitesse v_r) dans une forêt tropicale. On veut traverser le plus rapidement possible, puisque la rivière est pleine de crocodiles. De l'autre côté de la rivière se trouve une petite clairière (à distance d en aval du point de départ). Indication: Ce programme s'écrit en une ligne...

- Où est-ce qu'on doit commencer la traversée (à quel distance en amont de la clairière), si la rivière a une largeur de 20m, le voyageur a une vitesse de 2m/s, et la rivière a une vitesse de 1m/s ?
- On sait seulement que la vitesse du voyageur est entre 1 et 1.3m/s et qu'il ne peut pas partir de plus de 20m en amont. Est-ce qu'il va réussir ?

Exercice 4 (voir www.cs.lth.se/EDA340/) L'image suivante modélise le flot d'eau entre trois récipients.



Dans chaque unité de temps 7% de l'eau du récipient A coule dans le récipient B, 5% de l'eau coule du récipient B dans le récipient C, etc.

- Écrivez un programme qui calcule la relation entre
 - le contenu initial d'eau dans chaque récipient
 - le contenu d'eau dans chaque récipient après N unités de temps.
- Écrire une requête pour: Combien d'eau il y a dans chaque récipient après 100 unités de temps, si les récipients contiennent initialement le même montant ?
- Est-ce qu'il y a un point d'équilibre, c.-à-d. un moment où le contenu de chaque récipient ne change plus ?

Exercice 5 Écrire un programme qui étant donné une liste de la forme $[0, _, _, _, _, _, _, _, 100]$. donne une liste, où chaque élément intérieur de la liste est la moyenne de ses deux voisins.

Indication: Pour avoir un résultat il faut poser la question $?-L = [0, _, _, _, _, _, _, _, 100], \text{votre_predicat}(L)$. Ça devrait donner $L = [0, 12.5, 25.0, 37.5, 50.0, 62.5, 75.0, 87.5, 100]$

Exercice 6 On veut modéliser la température d'une feuille de métal. Pour cela, on découpe la feuille en une matrice de dimension $m * n$ de points. Si la feuille est dans un état stable, chaque point de la matrice a la même température que la moyenne de ses quatre voisins. Étant données les températures des points limites, les valeurs des autres points sont déterminées.

- Écrire un programme qui étant donné une matrice M avec les valeurs des points limites, calcule la valeur des autres points, par exemple:

```

M = [[100, 100, 100, 100, 100, 100, 100],
     [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
     [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
     [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
     [ 0,  -,  -,  -,  -,  -,  0],
     [ 0,  0,  0,  0,  0,  0,  0]]
  
```

Indication: Il suffit de parcourir la matrice et d'imposer les contraintes nécessaires. Rendez la réponse lisible.

- Considérer une feuille modélisée avec une matrice $9 * 9$. Supposons qu'on sait que la température du centre est 50 et que la température au milieu entre le centre et la partie en haut est 90 (pareil pour la partie gauche). Supposons aussi que les points limites de chaque côté ont la même valeur (H, G, D et B). La température des points dans les coins n'est pas importante. Trouvez les valeurs pour H, G, D et B. Expérimenter avec d'autres contraintes de température.