J. 19 1133

UHC 955

SESSION 2019

COMPOSITION DE PHILOSOPHIE

Sujet commun : ENS Ulm - Lyon – Paris-Saclay (Cachan)

DURÉE : 6 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Représenter.

UHC 952

J. 19 1141

SESSION 2019

COMPOSITION D'HISTOIRE CONTEMPORAINE

Sujet commun : ENS Ulm - Lyon – Paris-Saclay

DURÉE : 6 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Contester l'ordre en France de 1871 à 1995.

UHCE 954

J. 19 1135

SESSION 2019

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

Sujet commun : ENS Ulm – Lyon – Paris-Saclay – ENSAE – ENSAI

DURÉE : 4 heures

L'énoncé comporte 7 pages, numérotées de 1 à 7.

L'usage de la calculatrice est interdit.

Tournez la page S.V.P.

Les trois problèmes qui suivent sont indépendants et peuvent donc être abordés dans un ordre laissé au libre choix.

* * *

Dans l'ensemble du sujet, pour répondre à une question, on pourra admettre les résultats des questions précédentes, à condition de clairement l'indiquer.

* * *

Il est demandé de soigneusement numéroter les questions. Lors de la correction, il sera fait grand cas de la clarté, de la concision et de la précision de la rédaction.

* * *

PROBLÈME A. Les deux premières parties qui suivent sont indépendantes entre elles, la troisième partie utilise des résultats des parties précédentes.

Première partie : étude d'une fonction de deux variables. On introduit la fonction de deux variables

$$\begin{array}{rcl} d :]0,+\infty[\times]0,+\infty[& \to & \mathbb{R} \\ (u,v) & \mapsto & u \ln\left(\dfrac{u}{v}\right) - u + v\,. \end{array}$$

(1) Calculer les dérivées partielles de d par rapport à u et par rapport à v.

(2) On définit la fonction f par $f(x) = d(x,1)$.

(a) Dresser, avec justifications, le tableau de variations de f.

(b) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction f.

(3) Montrer que, pour tout $x \in]0,+\infty[$, $x\ln(x) \geq x - 1$, avec égalité si et seulement si $x = 1$.

(4) En déduire que, pour tout u, $v > 0$, $d(u,v) \geq 0$ et que $d(u,v) = 0$ si et seulement si $u = v$.

(5) Soient u et v deux réels positifs fixés. Montrer que

$$d(u,v) = \max_{x\in\mathbb{R}} \left\{ xu - v\left(e^x - 1\right) \right\}.$$

À quelle condition le maximum est-il atteint en un réel x strictement positif ?

Seconde partie : transformée de Laplace. Soit Z une variable aléatoire. Pour tout réel x tel que l'espérance de la variable aléatoire e^{xZ} est finie, on définit

$$\Phi_Z(x) = \mathbb{E}\left[e^{xZ}\right].$$

(6) Étude de cas particuliers.

(a) Calculer explicitement $\Phi_Z(x)$ lorsque Z suit une loi de Bernoulli de paramètre p.

(b) Soit Z une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre λ.
Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln \Phi_Z(x) = \lambda(e^x - 1)$.

Dans la suite de cette partie, Z désigne une variable aléatoire pour laquelle la fonction Φ_Z est définie sur $\mathbb{R}$.

(7) Montrer que Φ_{-Z} est définie sur $\mathbb{R}$ et l'exprimer en fonction de Φ_Z.

(8) Soit $u \in \mathbb{R}$ fixé. Montrer que, pour tout $x > 0$,

$$\mathbb{P}(Z > u) \leq \exp(-xu)\, \Phi_Z(x).$$

Soit $Z_1, \ldots, Z_n$ des variables aléatoires indépendantes suivant la même loi que Z. On pose

$$\overline{Z}_n = \frac{Z_1 + \cdots + Z_n}{n}.$$

(9) Exprimer $\Phi_{n\overline{Z}_n}(x)$ en fonction de Φ_Z, x et n.

(10) En déduire que, pour u fixé et pour tout $x > 0$,

$$\mathbb{P}(\overline{Z}_n > u) \leq \exp\left(-n\left[xu - \ln \Phi_Z(x)\right]\right).$$

Troisième partie : mise en pratique. Une entreprise souhaite optimiser sa page web pour maximiser le nombre de produits achetés par ses clients. À cet effet, elle compare la version actuelle de sa page web (appelée version A) à une nouvelle version proposée par le département marketing (appelée version B) en montrant ces deux versions à deux groupes de n clients et en mesurant le nombre de produits achetés par ceux-ci. Pour $i = 1, \ldots, n$ on note X_i le nombre de produits achetés par le i-ème client du groupe ayant vu la version A (appelé groupe A) et Y_i le nombre de produits achetés par le i-ème client du groupe ayant vu la version B (appelé groupe B). On suppose que les différents clients ont des comportement identiques et indépendants. De plus, on suppose que X_1 suit une loi de Poisson de paramètre λ_A et Y_1 une loi de Poisson de paramètre λ_B. Le test effectué par l'entreprise est basé sur

$$\overline{X}_n = \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} \qquad \text{et} \qquad \overline{Y}_n = \frac{Y_1 + \cdots + Y_n}{n}$$

les nombres moyens de ventes dans le groupe A et dans le groupe B respectivement. L'entreprise conserve la version A si $\overline{X}_n \geq \overline{Y}_n$, et adopte la version B sinon. On suppose, pour fixer les idées, que $\lambda_A > \lambda_B$ (ce qui est bien sûr inconnu de l'entreprise effectuant le test).

(11) Idéalement, laquelle des deux versions de sa page web l'entreprise devrait-elle choisir pour maximiser le nombre moyen de ses ventes ?

(12) Dans cette question, on fixe un réel $u \in \mathbb{R}$.

(a) Montrer que

$$\forall x > 0, \qquad \mathbb{P}\left(\overline{Y}_n > u\right) \leq \exp\left(-n\left[xu - \lambda_B(e^x - 1)\right]\right) .$$

(b) Montrer que

$$\forall x < 0, \qquad \mathbb{P}\left(\overline{X}_n < u\right) \leq \exp\left(-n\left[xu - \lambda_A(e^x - 1)\right]\right) .$$

(13) On suppose maintenant que $\lambda_B < u < \lambda_A$. La fonction d est celle définie et étudiée dans la première partie.

(a) Montrer que $\mathbb{P}\left(\overline{Y}_n > u\right) \leq \exp\left(-n\, d\,(u, \lambda_B)\right)$.

(b) Montrer que $\mathbb{P}\left(\overline{X}_n < u\right) \leq \exp\left(-n\, d\,(u, \lambda_A)\right)$.

(14) Montrer qu'il existe une constante $C > 0$ que l'on précisera telle que

$$\mathbb{P}\left(\left\{\overline{X}_n < \frac{\lambda_A + \lambda_B}{2}\right\} \bigcup \left\{\overline{Y}_n > \frac{\lambda_A + \lambda_B}{2}\right\}\right) \leq 2\exp(-nC).$$

(15) Proposer une minoration de la probabilité que l'entreprise sélectionne la bonne version à l'issue du test. Commenter.

PROBLÈME B. On note $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées à coefficients réels de taille $n \times n$. Pour une matrice $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{1 \le i,j \le n} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, la *transposée* de $\mathbf{A}$ est la matrice $\mathbf{A}^\intercal = (b_{i,j})_{1 \le i,j \le n}$ avec

$$\text{pour } 1 \le i,j \le n, \quad b_{i,j} = a_{j,i}.$$

Pour tous vecteurs $\mathbf{x} = (x_i)_{1 \le i \le n}$ et $\mathbf{y} = (y_i)_{1 \le i \le n}$ de $\mathbb{R}^n$, on définit le produit scalaire de $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ par

$$\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i ,$$

et la norme de $\mathbf{x}$ par $||\mathbf{x}|| = \sqrt{\langle \mathbf{x} | \mathbf{x} \rangle}$. On définit l'ensemble des *matrices anti-symétriques* par

$$\mathcal{A}_n(\mathbb{R}) = \left\{ \mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \ : \ \mathbf{A}^\intercal = -\mathbf{A} \right\}.$$

Les deux premières parties qui suivent sont indépendantes entre elles, la troisième partie utilise des résultats des parties précédentes.

Première partie : étude de deux matrices particulières. On pose

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

(1) La matrice $\mathbf{A}$ est-elle anti-symétrique ? La matrice $\mathbf{B}$ est-elle anti-symétrique ?

(2) Démontrer que $\mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

(3) Soit u l'application linéaire associée à la matrice A.
Déterminer le rang de u et la dimension de son noyau. Donner une base de $\mathrm{Ker}(u)$.

(4) Montrer que -3 est valeur propre de $\mathbf{B}$ et exhiber un vecteur propre associé.

Deuxième partie : préliminaires.

(5) Soit $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Montrer que $||\mathbf{x}||^2 = 0$ si et seulement si $\mathbf{x} = 0$.

(6) Soit $\mathbf{X} \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ et $\mathbf{Y} \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ les cordonnées respectives des vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$. Exprimer le produit scalaire $\langle \mathbf{x} | \mathbf{y} \rangle$ en fonction de $\mathbf{X}$ et $\mathbf{Y}$.

(7) Montrer que pour tous $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ on a $(\mathbf{AB})^\intercal = \mathbf{B}^\intercal \mathbf{A}^\intercal$.

(8) Soient $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^n$ et $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Montrer que $\mathbf{X}^\intercal \mathbf{A} \, \mathbf{Y} = \mathbf{Y}^\intercal \mathbf{A}^\intercal \, \mathbf{X}$.

Troisième partie : matrices anti-symétriques. Dans la suite, on fixe une matrice $\mathbf{A} \in \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ et on considère l'endomorphisme u de $\mathbb{R}^n$ dont la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$ est $\mathbf{A}$.

(9) (a) Montrer que pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ on a $\langle \mathbf{x} | u(\mathbf{x}) \rangle = 0$.

(b) En déduire que l'endomorphisme u n'a pas de valeur propre réelle non nulle.

(10) On note $u^2 = u \circ u$ la composée de u avec lui-même.
Montrer que, pour tout $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, on a $\langle \mathbf{x} | u^2(\mathbf{x}) \rangle = -||u(\mathbf{x})||^2$.

(11) Montrer que $\mathbb{R}^n = \mathrm{Ker}\, u \oplus \mathrm{Im}\, u$.

On pose $v = u^2$. Soit λ une valeur propre de v et $\mathbf{x}_0$ un vecteur propre associé.

(12) Montrer que $\lambda \leq 0$.

On suppose dans la suite que $\lambda \neq 0$ et on introduit $F = \mathrm{Vect}(\mathbf{x}_0, u(\mathbf{x}_0))$.

(13) (a) Montrer que F est un sous-espace vectoriel de dimension 2 de $\mathrm{Im}\, u$.

(b) Montrer que pour tout $\mathbf{x} \in F$ on a $u(\mathbf{x}) \in F$.

(14) On définit l'application linéaire

$$\begin{aligned} w : F &\to F \\ \mathbf{x} &\mapsto u(\mathbf{x})\,. \end{aligned}$$

(a) Montrer que w n'admet pas de valeur propre réelle.

(b) Donner la matrice de w dans la base $\left(\mathbf{x}_0, \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} u(\mathbf{x}_0)\right)$.

(15) Soit $\mathbf{A}$ la matrice introduite dans la première partie.
Déterminer une matrice inversible $\mathbf{P}$ telle que

$$\mathbf{A} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{P}^{-1}.$$

Problème C. Les deux premières parties qui suivent sont indépendantes entre elles, la troisième partie utilise des résultats des parties précédentes.

Pour tout entier $N \in \mathbb{N}^*$ et tout réel $x > 0$, on définit les quantités

$$P_N(x) = \prod_{n=1}^{N} \left(1 + \frac{x}{n}\right) e^{-\frac{x}{n}} \qquad \text{et} \qquad I_N(x) = \int_0^N \left(1 - \frac{t}{N}\right)^N t^{x-1}\,\mathrm{d}t\,.$$

On admettra l'inégalité suivante : pour tout $z > -1$, $\ln(1+z) \leq z$.

Première partie : convergence de la suite $(P_N(x))_{N\in\mathbb{N}^*}$

(1) Pour $x > 0$ fixé, calculer $u_N = -\ln P_N(x)$.
Montrer que la suite u_N converge.

(2) En déduire que pour tout $x > 0$, la suite $(P_N(x))_{N\in\mathbb{N}^*}$ converge vers une limite strictement positive.

On utilisera la notation

$$\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right) e^{-\frac{x}{n}} = \lim_{N\to\infty} P_N(x)$$

pour désigner cette limite.

Deuxième partie : calcul de $I_N(x)$

(3) Montrer que, pour tout $N \geq 1$ et $x > 0$,

$$I_N(x) = N^x \int_0^1 (1-u)^N u^{x-1}\,\mathrm{d}u\,.$$

(4) (a) Calculer $I_1(x)$ pour tout $x > 0$.

(b) Montrer que, pour tout $N \geq 1$, pour tout $x > 0$,

$$I_N(x) = \frac{N^x N!}{x(x+1)\dots(x+N)}\,.$$

(5) Montrer que, pour tout $x > 0$,

$$\frac{1}{I_N(x)} = xP_N(x)\exp\left(x\left[1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{N} - \ln(N)\right]\right)\,.$$

Troisième partie : fonction Gamma

(6) Soit $x > 0$. Montrer que l'intégrale de la fonction $t \mapsto e^{-t}t^{x-1}$ converge sur $]0, +\infty[$.

Pour tout $x > 0$ on définit alors la quantité

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}\,\mathrm{d}t\,.$$

(7) Montrer que $\Gamma(x) > 0$ pour tout $x > 0$.

(8) Soit f_N la fonction définie sur $[0, N[$ par

$$f_N(t) = 1 - \left(1 - \frac{t}{N}\right)^N e^t \,.$$

(a) Montrer que

$$\Gamma(x) - I_N(x) = \int_N^\infty e^{-t} t^{x-1}\, \mathrm{d}t + \int_0^N f_N(t) e^{-t} t^{x-1}\, \mathrm{d}t \,.$$

(b) Montrer que $0 \leq f_N(t) \leq 1$ pour tout $t \in [0, N]$.

(c) Soit $\alpha \in \,]0, 1[$. Montrer que $f_N(t) \leq 1 - \exp\big(N(\ln(1-\alpha) + \alpha)\big)$ pour tout $t \in [0, N\alpha]$.

(9) En déduire que, pour tout $\alpha \in \,]0, 1[$,

$$\big|\Gamma(x) - I_N(x)\big| \leq \int_N^\infty e^{-t} t^{x-1}\, \mathrm{d}t + \int_{N\alpha}^\infty e^{-t} t^{x-1}\, \mathrm{d}t + \big(1 - e^{N(\ln(1-\alpha)+\alpha)}\big)\, \Gamma(x).$$

(10) Montrer que $\lim_{N\to\infty} I_N(x) = \Gamma(x)$.

(11) Montrer que

$$\frac{\big(\Gamma(x)\big)^{-1}}{x \prod_{n=1}^\infty e^{-\frac{x}{n}} \left(1 + \frac{x}{n}\right)} = \lim_{N\to\infty} \exp\left(x\left[1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{N} - \ln(N)\right]\right).$$

(12) En déduire qu'il existe une constante γ telle que

$$\forall x > 0, \qquad \frac{1}{\Gamma(x)} = x\, e^{\gamma x} \prod_{n=1}^\infty e^{-\frac{x}{n}} \left(1 + \frac{x}{n}\right).$$

UHCE 953

SESSION 2019

SCIENCES SOCIALES

Sujet commun ENS Ulm, Lyon, Paris-Saclay, ENSAE/INSEE/ENSAI

Durée : 6 heures

Aucun document n'est autorisé.

Pour les épreuves d'admissibilité, l'usage de calculatrices de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table et le poste de travail.

Le sujet comporte 11 pages numérotées de 1 à 11.

SUJET

Redistribuer

Document 1 – L'utilitarisme et le principe de différence

Supposons que ces courbes d'indifférences représentent des répartitions qui sont jugées également justes. Alors le principe de différence[1] est une conception fortement égalitaire au sens où l'on doit préférer une répartition égale (pour simplifier, nous nous limitons au cas où la répartition se fait entre deux personnes X1 et X2), sauf s'il existe une autre répartition qui améliorerait la condition des deux personnes à la fois. Les courbes d'indifférences ont alors la forme décrite dans la figure 5.
[…]
Une conception de la justice moins égalitaire que le principe de différence, et peut-être plus plausible à première vue, est celle où les courbes d'indifférence relatives à de justes répartitions sont des courbes régulières tournant leur convexité vers l'origine, comme sur la figure 7. Les courbes d'indifférences, pour les fonctions de bien-être social, sont souvent décrites de cette façon. Cette forme de courbes exprime le fait que, à mesure que chaque personne gagne relativement à l'autre, les avantages supplémentaires qui lui échoient ont de moins en moins de valeur du point de vue social. Un utilitariste classique est indifférent à la façon dont une somme constante d'avantages est répartie.

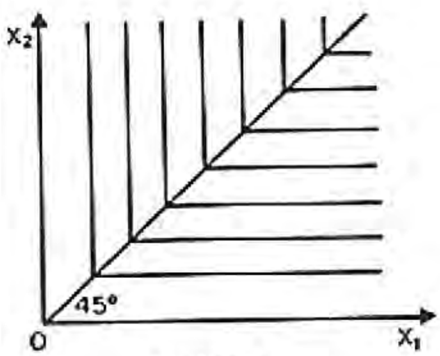


FIGURE 5

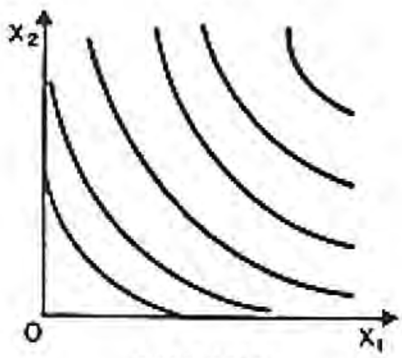


FIGURE 7

[1] *Note du jury* : tel que le définit John Rawls, le « principe de différence » affirme que des inégalités ne peuvent être considérées comme justes que si elles sont « au plus grand bénéfice des plus désavantagés ».

Source : John Rawls (1987) [1971], *La théorie de la justice*, Paris, Seuil.

Document 2 – Dépenses de protection sociale et ressources, hors transferts, en milliards d'euros courants

Dépenses	2006	2012	2016
Santé	191,7	228,9	249,9
Maladie	*157,0*	*187,0*	*204,1*
Invalidité et accidents de travail	*34,7*	*41,9*	*45,8*
Vieillesse - survie	231,6	299	325,3
Famille	45,9	52,0	54,5
Emploi	31,7	40,7	44,5
Logement	14,4	17,2	18,4
Pauvreté - exclusion sociale	13,7	18,7	21,9
Ensemble des prestations	529,0	656,5	714,5

Ressources	2006	2012	2016
Cotisations totales	363,2	428,0	461,3
Cotisations des employeurs	*201,4*	*235,3*	*250,5*
Cotisations des salariés	*74,0*	*84,0*	*96,9*
Cotisations des travailleurs indépendants	*18,8*	*23,6*	*23,7*
Autres cotisations	*69,0*	*82,1*	*90,2*
Impôts et taxes affectés	129,8	172,7	184,1
Contributions publiques[1]	56,7	70,9	93,7
Autres ressources	18,9	19,4	19,6
Ensemble des ressources	568,6	691,0	758,7

[1] Versements de l'État et des collectivités locales aux régimes de la protection sociale ; ces contributions sont prélevées sur l'ensemble des recettes fiscales et ne constituent donc pas une recette affectée.

Champ : France.

Source : Drees, comptes de la protection sociale (base 2010), édition 2018.

Document 3 – Montants moyens annuels en euros des prélèvements et prestations par unité de consommation en 2016

	Fractiles de niveau de vie avant redistribution[1]						
	D1	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	D10
Niveau de vie avant redistribution (A)	3 080	6 520	15 570	21 530	28 810	55 630	72 690
Prélèvements	**-160**	**-340**	**-930**	**-1 770**	**-3 340**	**-11 330**	**-17 050**
Financement de la protection sociale	-130	-280	-710	-1 170	-1 710	-4 100	-5 780
Cotisations sociales[2]	*-40*	*-120*	*-340*	*-550*	*-810*	*-1 580*	*-2 070*
Contributions sociales	*-80*	*-150*	*-370*	*-620*	*-900*	*-2 520*	*-3 710*
Impôts directs	-30	-60	-220	-600	-1 630	-7 240	-11 280
Impôt sur le revenu (y compris crédits d'impôt)	*10*	*20*	*10*	*-250*	*-1 160*	*-6 540*	*-10 480*
Taxe d'habitation	*-40*	*-80*	*-230*	*-360*	*-470*	*-700*	*-800*
Prestations	**6 940**	**5 200**	**1 450**	**760**	**500**	**250**	**210**
Prestations familiales	2 020	1 730	870	570	380	160	130
Allocations familiales	*800*	*710*	*410*	*310*	*240*	*110*	*80*
Autres prestations familiales[3]	*1 210*	*1 020*	*470*	*260*	*140*	*50*	*50*
Aides au logement	2 050	1 490	200	30	10	10	0
Prime d'activité et minima sociaux[4]	2 870	1 980	380	160	110	80	80
Niveau de vie (B)	9 860	11 380	16 100	20 520	25 960	44 530	55 830
Taux de redistribution (B–A)/A (en %)	220,1	74,5	3,4	-4,7	-9,9	-20,0	-23,2

[1] Q1 : 20 % des personnes les plus modestes, …, Q5 : 20 % des personnes les plus aisées ; D1 : 10 % des personnes les plus modestes, …, D10 : 10 % des personnes les plus aisées.
[2] Les cotisations sociales retenues ici sont les cotisations patronales famille.
[3] Allocation de soutien familial, allocation d'éducation de l'enfant handicapé, complément de libre choix d'activité de la Paje, complément familial, allocation de base de la Paje et allocation de rentrée scolaire.
[4] Revenu de solidarité active, minimum vieillesse (Aspa), allocation supplémentaire d'invalidité, allocation pour adulte handicapé et son complément.

Champ : France métropolitaine, personnes vivant dans un ménage dont la personne de référence n'est pas étudiante.

Lecture : les personnes du 3[e] quintile de niveau de vie ont acquitté en moyenne 250 euros d'impôt sur le revenu par an et par unité de consommation.

Sources : Insee, Enquête Revenus fiscaux et sociaux 2014 (actualisée 2016) ; Drees et Insee, modèle Ines.

Document 4 – L'incidence des aides au logement en France (1973-2002)

Depuis la fin des années 1970, les aides directes à la personne sont devenues l'instrument majeur de la politique du logement au détriment des aides à la pierre, dont l'efficacité avait été remise en cause lors de la réforme de 1977. Les aides à la personne permettent, en théorie, de mieux cibler les populations pour qui le logement, qui demeure le premier poste de consommation des ménages, représente une charge jugée trop importante. Or le développement de ces aides s'est accompagné d'une augmentation du coût du logement pour les ménages locataires les plus défavorisés. [...]
La réforme de l'extension des aides du début des années 1990 constitue une expérience naturelle qui permet d'isoler les effets des allocations logement, car elle s'est appliquée seulement à certains types de ménages et non à d'autres. On peut ainsi comparer l'évolution des loyers des ménages à bas revenus bénéficiaires de la réforme pour les ménages concernés. A partir de données des enquêtes *Logement* de l'Insee, on montre que les aides pourraient bien être, pour une bonne partie, responsables de la hausse du loyer au mètre carré des ménages à bas revenus [hors parc social]. D'après les estimations obtenues, entre 50% et 80% des allocations logement perçues par ces ménages auraient été absorbées par les augmentations de leurs loyers [dans le parc privé].
Si ces allocations ont pu entraîner une certaine amélioration du confort de l'habitat, cet effet semble bien trop faible pour suffire à expliquer la hausse des loyers, du moins à partir des mesures possibles d'après les enquêtes Logement. La hausse de la demande des locataires provoquée par les aides semble s'être heurtée à une offre de logement trop inélastique de la part des bailleurs, entraînant ainsi une forte hausse des loyers. Cet effet a pu être renforcé par l'arrivée massive des étudiants sur le marché du logement à la suite de la réforme de ces aides.

Source : Gabrielle Fack (2005), *Pourquoi les ménages à bas revenus paient-ils des loyers de plus en plus élevés ? L'incidence des aides au logement en France (1973-2002)*, Economie et Statistiques, Vol. 381-382.

Document 5 – Le consentement à l'impôt des catégories dominantes

Après avoir bataillé pendant plusieurs décennies, en vain, contre la création d'un impôt progressif, les classes dominantes changent de stratégie à la suite de la crise de 1929 : prenant acte du discrédit qui pèse alors sur l'idéologie libérale, elles délaissent l'agitation antifiscale aux paysans et aux petits indépendants au profit d'interventions plus discrètes auprès d'élus et de membres du gouvernement, de façon à obtenir des baisses d'impôts au nom de la viabilité des entreprises et des intérêts des contribuables qu'elles prétendent représenter. Les organisations agricoles, les syndicats d'artisans, les fédérations patronales (bâtiments, travaux publics) ou encore la Confédération générale des petites et moyennes entreprises obtiennent ainsi de nombreux aménagements du système fiscal, soit directement par le biais d'attachés parlementaires mandatés pour influencer les députés susceptibles de rallier leur cause, soit indirectement par le biais d'instances consultatives comme le Conseil national économique.

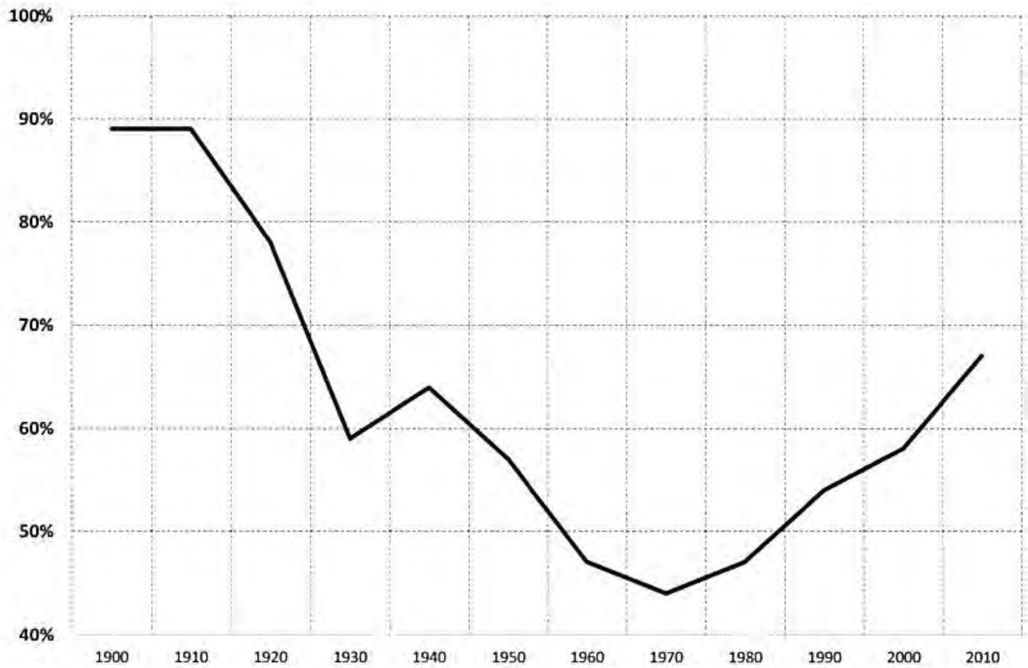
Ce rapprochement aurait pu être remis en cause à la Libération, notamment en raison du discrédit qui pèse sur beaucoup de dirigeants économiques ayant soutenu la charte du travail de Vichy et le régime de Pétain. Mais, dès 1947, les représentants du patronat sont invités à siéger au sein de la commission supérieure d'étude de la réforme fiscale où, faisant valoir que la trésorerie des entreprises est à sec, ils réclament le rehaussement d'une série d'abattements à leur avantage. Chaque fois qu'ils interviennent dans le débat fiscal, les représentants des catégories dominantes le font en entretenant l'illusion que les membres d'une même profession ou d'une même branche ont tous les mêmes intérêts, quelle que soit l'importance des revenus et du patrimoine qu'ils possèdent : derrière la défense du monde paysan pris dans son sens générique, les représentants des grands propriétaires parviennent par exemple à préserver un régime dérogatoire qui leur est très favorable, au nom de la défense des petits exploitants. Les méthodes utilisées à l'époque consistent à dépêcher dans les couloirs de l'Assemblée des délégations qui assistent aux débats et qui font pression sur les députés avant les votes. À partir des années 1960, ces interventions se font plus fréquentes, à mesure que la législation se complexifie : l'aridité et la technicité des textes en discussion permettent aux représentants patronaux de tirer d'autant mieux parti du besoin d'information du Parlement que le nombre de députés parvenant à rester impliqués dans les débats est plus restreint. […]

Depuis, le nombre de dispositifs dérogatoires qualifiés officiellement de « dépenses fiscales » n'a cessé d'augmenter, passant de 87 en 1975 à 486 en 2008. […] Le développement de ces niches fiscales a démultiplié les possibilités de jouer sur les règles, d'autant que les dispositifs d'exemption se superposent et que ceux qui étaient prévus pour être transitoires se maintiennent au fil du temps. Il en découle une multitude de règles concernant chacun un aspect de l'imposition, ce qui rend possible un grand nombre de stratégies d'optimisation. Tout se passe comme si la démultiplication des possibilités d'exemption était devenue le plus sûr moyen de préserver le consentement à l'impôt des catégories dominantes : elle permet de maintenir l'affichage d'un impôt progressif comportant des taux de prélèvements élevés pour les plus hauts revenus, tout en offrant la possibilité, à ceux qui savent utiliser les règles, d'échapper à ces contraintes. L'intensification des alliances et des échanges entre classes dominantes économiques et pouvoir politique a creusé l'écart entre ceux qui détiennent un simple capital économique et ceux, beaucoup moins nombreux, qui possèdent un capital conférant un pouvoir sur le capital, c'est-à-dire ici sur les conditions de production des règles fiscales.

Source : Alexis Spire (2011), *La domestication de l'impôt par les classes dominantes*, Actes de la recherche en sciences sociales, vol. 190, no. 5, pp. 58-71.

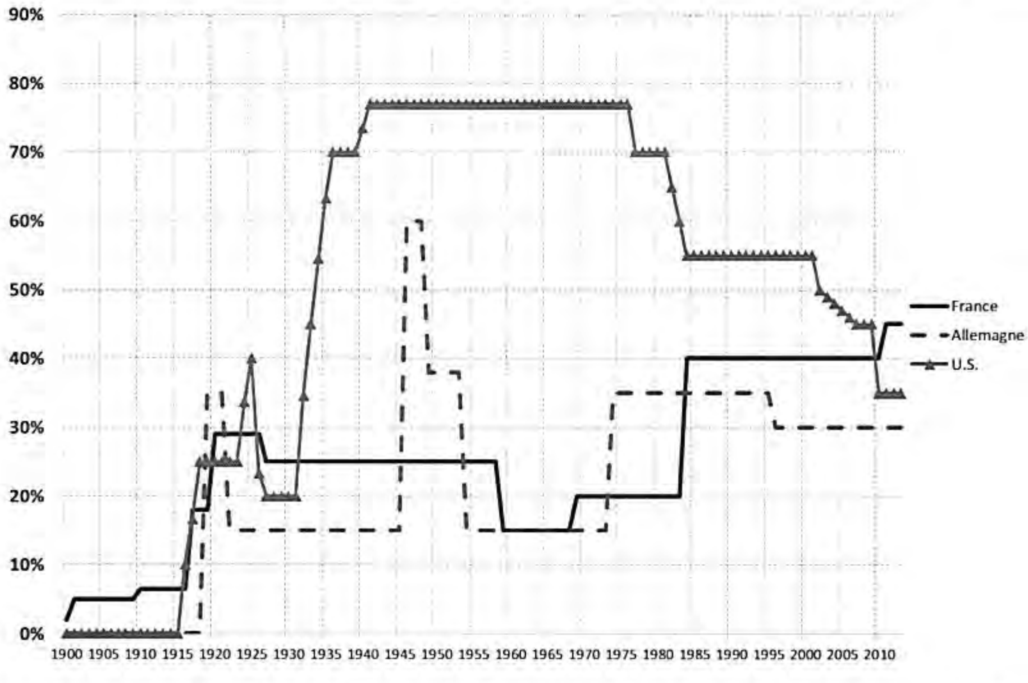
Tournez la page S.V.P.

Document 6a – Part des patrimoines hérités dans le patrimoine total en France



Lecture : Les patrimoines hérités représentaient près de 90 % du patrimoine total en France au début du XXe siècle.

Document 6b – Taux marginal supérieur de l'impôt sur les successions en ligne directe



Lecture : Le taux marginal supérieur de l'impôt sur les successions (applicable aux successions les plus élevées) en France est passé de 25 % en 1950 à 40 % en 1984.

Source : World Inequality Database.

Document 7 – Les métamorphoses de l'argent de l'impôt en don ou investissement

Les transferts entre argent alloué aux dons et à l'impôt participent directement de la métamorphose de l'argent de l'impôt en argent du don. Ils s'apparentent à une « régulation du mode d'attribution » (Zelizer, 2005) et s'appuient sur la possibilité de réduire l'ISF en faisant des donations (les redevables peuvent déduire jusqu'à 75 % du montant du don dans la limite de 50 000 euros). Brigitte et Robert, tous deux fille et fils uniques de commerçants, ont hérité de divers biens immobiliers. Ils réalisent un transfert simple : l'argent de l'impôt (17 000 euros d'ISF dans leur cas), parce qu'il constitue aussi un argent destiné aux « *problèmes sociaux* », pour reprendre les termes de Brigitte, est puisé sur les sommes préalablement allouées au Secours catholique. Ils n'envisagent pas les contreparties de l'impôt comme des biens collectifs à destination de tous. La restriction symbolique de l'impôt à un usage généreux explique l'équivalence qui est construite entre argent alloué à l'impôt et aux dons.

À l'inverse, Dominique, héritier qui a repris et dirigé une entreprise familiale, construit une opposition stricte entre la destination de l'argent de l'impôt et la destination de l'argent du don (« *L'ISF ça me permet de dire : je préfère donner, faire des donations. [...] Je préfère que l'argent aille directement à des dons qu'à des politiques* »), et transforme l'argent des impôts en argent du don. Le transfert entre alors parfaitement dans le cadre du don maussien : il permet de réduire le montant de l'impôt tout en dépensant plus, ce surplus étant ainsi « *gaspillé en générosité* ».

L'argent de l'impôt peut aussi être transformé en argent d'investissement, autre manière de faire de la contrainte une contribution (la loi Tepa 2007 permet aux redevables de réduire leur ISF jusqu'à 50 % de la valeur de leur investissement dans la limite de 45 000 euros). Le nom de l'entreprise est souvent connu, cette dernière a pu être introduite par un proche, ou au travers d'une organisation créée à cet effet. On peut ainsi se rendre à Versailles au club ISF-Invest qui propose « *d'œuvrer au rapprochement entre les redevables ISF souhaitant investir dans une PME et les dirigeants d'entreprise à la recherche d'investisseurs* ». Lorsque ce dispositif est mobilisé par les enquêtés, ces derniers font souvent mention d'une aide apportée à des personnes qui, sans être proches, ne sont pas pour autant inconnues ; le fils d'un ami ou d'une cousine qui crée une entreprise bénéficiera ainsi d'un capital de départ. Là encore, l'entre-soi des classes supérieures constitue un puissant support au maintien de l'argent de l'impôt dans des circuits d'interconnaissance. Les métamorphoses de l'argent de l'impôt en don ou investissement maintiennent cet argent dans des circuits où celui qui donne garde en contrepartie un pouvoir sur la chose donnée et dépense donc sans se déposséder. La question du pouvoir apparaît centrale dans ces processus de résistance à la transformation de l'argent privé en argent public, résistances qui se font discrètes, dans la mesure où elles ne sont pas ouvertement présentées comme telles. La reconnaissance de la légitimité de

Tournez la page S.V.P.

l'impôt passe en effet par l'acceptation d'une perte de pouvoir sur l'argent devenu public. Le maintien de cet argent dans des circuits fermés, au sein desquels le nom des gouvernés ne se dilue pas dans la communauté abstraite et anonyme des contribuables, est appuyé par les règles de droit en elles-mêmes qui donnent une assise à ces reconversions symboliques et matérielles.

Le rapport au droit est ainsi moins le produit de la seule détention d'un capital économique qu'il ne s'ancre dans une pluralité de pratiques propres aux redevables les plus entourés en matière d'administration de leurs actifs, à la fortune ancienne et qui vivent dans des espaces où la fortune est dense. Il s'incarne dès lors moins dans un refus affiché de payer, qu'au travers de formes policées et discrètes d'évitement de l'impôt, qui ne témoignent pas moins d'une résistance forte à la transformation de l'argent privé en argent public.

Source : Camille Herlin-Giret (2017), *Les contournements discrets de l'impôt. Comment les redevables de l'ISF s'arrangent avec le droit*, Sociétés contemporaines, Vol. 4, No 108, pp. 30-32.

Document 8 – Taxation des hauts revenus et migration

En 1992, le Danemark a mis en place un régime fiscal préférentiel pour les étrangers à hauts revenus ayant signé un contrat de travail au Danemark après le 1er juin 1991. En vertu de ce régime, le taux d'imposition sur les revenus du travail est ramené à un taux forfaitaire d'environ 30 % pour une période totale allant jusqu'à trois ans. Pour bénéficier de ce régime, les revenus annualisés doivent dépasser un certain seuil (indexé sur la croissance moyenne des revenus et équivalent à environ 100 000 € en 2009), ce qui correspond à peu près au 99e centile de la répartition des revenus individuels au Danemark. Le régime s'applique également aux citoyens danois ayant vécu à l'étranger avec une résidence fiscale hors du Danemark pendant au moins 3 ans (ou 10 ans depuis 2011). Ce système est beaucoup plus généreux que le système fiscal classique, qui impose un taux d'imposition marginal maximum de 62 % pour les revenus supérieurs à 47 000 € (équivalents 2009). Sans ce régime fiscal spécifique, les travailleurs dont les revenus dépassent le seuil de 100 000 € seraient soumis à des taux d'imposition moyens de l'ordre de 55 %, soit presque deux fois le taux du régime. Après trois années de traitement fiscal préférentiel, le contribuable est soumis au barème d'imposition ordinaire applicable aux revenus ultérieurs. [...] Nous obtenons des preuves convaincantes que ce régime fiscal a eu un effet très important sur le nombre d'étrangers bien rémunérés au Danemark. Après la mise en place du régime, le nombre d'étrangers payés au-dessus du seuil d'éligibilité a doublé par rapport au nombre d'étrangers payés légèrement en dessous du seuil. Cet effet s'est accumulé au cours des cinq premières années et est resté stable par la suite. La fraction des étrangers figurant dans le top 0,5 % de la répartition des revenus a atteint 7,5 % ces dernières années, contre 4 % dans le scénario contrefactuel d'absence du système préférentiel. Ceci est cohérent avec une très grande élasticité de la migration par rapport au taux net d'impôt (défini comme 1 moins le taux d'imposition moyen) parmi les étrangers ; les élasticités estimées sont comprises entre 1,5 et 2. Le taux d'imposition résultant de la maximisation des revenus des étrangers les mieux rémunérés est donc relativement faible (environ 35 %) et correspond plus ou moins au taux d'imposition actuel des étrangers au Danemark après prise en compte d'autres taxes (TVA par exemple). Il peut donc être souhaitable, du point de vue des recettes budgétaires d'un pays, d'adopter de tels régimes préférentiels pour les étrangers bien rémunérés. Dans le même temps, ces régimes imposent des externalités négatives à d'autres pays en réduisant leur capacité à percevoir les impôts des plus gros contribuables. Cette tension entre le bien-être des pays et le bien-être mondial, présente dès la conception de la taxation individuelle des revenus, a longtemps été au cœur du débat sur la concurrence fiscale.

Source : H. Jacobsen Kleven, C. Landais, E. Saez et E. Schultz (2014), *Migration and wage effects of taxing top earners : evidence from the foreigners tax scheme in Denmark*, The Quarterly Journal of Economics.

UH 951

SESSION 2019

COMPOSITION FRANÇAISE

Sujet commun : ENS Ulm – Lyon

DURÉE : 6 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Michel Leiris affirme :

« L'écrivain authentique est celui qui, écrivant, se connaît mieux lui-même et, publiant, apprend aux autres à se mieux connaître, à travers ce qu'il leur communique de l'expérience particulière que l'œuvre lui a permis – d'abord à son propre usage – d'aiguiser ou d'élucider. »

En vous appuyant sur des exemples littéraires précis, vous direz si cette opinion vous paraît pertinente.

Michel Leiris, « Réponse à une enquête : faut-il brûler Kafka ? », in *Brisées* (1966), Gallimard, « Folio essais », p. 127.

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis