

UHC 155

SESSION 2011

COMPOSITION DE PHILOSOPHIE

Sujet commun : ENS Ulm - Lyon - Cachan

DURÉE : 6 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

La souveraineté.

SESSION 2011

COMPOSITION D'HISTOIRE CONTEMPORAINE

Sujet commun : ENS Ulm - Lyon - Cachan

DURÉE : 6 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Etre ouvrier en France (1870-1990)

Repères chronologiques :

1895 : naissance de la CGT.

1896 : début des jardins ouvriers avec la « Ligue française du coin de terre et du foyer ».

1908 : création de la Fédération Sportive Athlétique Socialiste (FSAS) qui, après de multiples évolutions, devient en 1934 la Fédération Sportive et Gymnique du Travail (FSGT).

1914 (août) : création du fonds national du chômage.

1927 : naissance de la Jeunesse Ouvrière Chrétienne (JOC).

1928 : loi Loucheur (construction des premières Habitations à bon Marché).

1936 (8 juin) : accords Matignon.

1941 (4 octobre) : charte du Travail.

1944 - 1946 : « Bataille de la production ».

1945 : création de l'Office National de l'Immigration (ONI).

1954 : les prêtres-ouvriers doivent rompre avec la CGT et quitter les usines.

1968 (mai-juin) : grèves avec occupation d'usines.

1982 : lois Auroux.

UHCE 154

SESSION 2011

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

Sujet commun : ENS Ulm -- Lyon -- Cachan - ENSAE

DURÉE : 4 heures

L'énoncé comporte 5 pages

L'usage de la calculatrice est interdit.

Tournez la page S.V.P.

Les deux exercices et le problème qui suivent sont indépendants et peuvent donc être abordés dans un ordre laissé au libre choix du candidat. Dans l'ensemble du sujet, pour répondre à une question, le candidat pourra admettre les résultats des questions précédentes, du moment qu'il l'aura clairement indiqué.

Il est demandé de soigneusement numéroter les questions. Il sera fait grand cas lors de la correction de la clarté, de la concision et de la précision de la rédaction.

Exercice I

Soit $p, q \in]0, 1[$ et soit $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie pour $t \in \mathbb{R}$ par

$$h(t) = tp - \ln \left[(1 - q) + q \exp(t) \right] .$$

Soit en outre $d :]0, 1[\times]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$d(x, y) = x \ln \left(\frac{x}{y} \right) + (1 - x) \ln \left(\frac{1 - x}{1 - y} \right) .$$

- (1) Calculer $h'(t)$ puis $h''(t)$.
- (2) Montrer que h admet un unique maximum sur \mathbb{R} , et déterminer en fonction de p et de q la valeur t^* où ce maximum est atteint.
- (3) Montrer que $h(t^*) = d(p, q)$.
- (4) Pour $x \in]0, 1[$ fixé, tracer l'allure du graphe de la fonction $f : y \mapsto d(x, y)$, en précisant les éventuelles tangentes et asymptotes remarquables.
- (5) Pour $y \in]0, 1[$ fixé, tracer l'allure du graphe de la fonction $g : x \mapsto d(x, y)$, en précisant les éventuelles tangentes et asymptotes remarquables.
- (6) Montrer que $d(p, q) \geq 0$ pour toutes les valeurs de $(p, q) \in]0, 1[^2$.
- (7) Pour quelles valeurs de $(p, q) \in]0, 1[^2$ a-t-on $d(p, q) = 0$?
- (8) Montrer : $\forall (p, q) \in]0, 1[^2, d(p, q) \geq 2(p - q)^2$.

Exercice II

Soit N un entier strictement positif. On considère l'ensemble

$$\Omega = \{-1, 1\}^N = \{(\omega_1, \dots, \omega_N) / \forall i \in \{1, \dots, N\}, \omega_i \in \{-1, +1\}\}.$$

On munit Ω de la probabilité uniforme $P : \forall \omega \in \Omega, P(\{\omega\}) = 2^{-N}$.

Pour tout entier n compris entre 1 et N , on définit les variables aléatoires S_n et T_n par :

$$\forall \omega \in \Omega, S_n(\omega) = \omega_1 + \dots + \omega_n,$$

$$\forall \omega \in \Omega, T_n(\omega) = \text{Card}\{k \in \{1, \dots, n\} / \omega_k = +1\}.$$

La figure 1 donne une illustration graphique des variables aléatoires $(S_n)_n$ à laquelle on pourra réfléchir pour répondre aux questions. Toutefois, des considérations graphiques ne pourront pas, dans les réponses, tenir lieu de raisonnements.

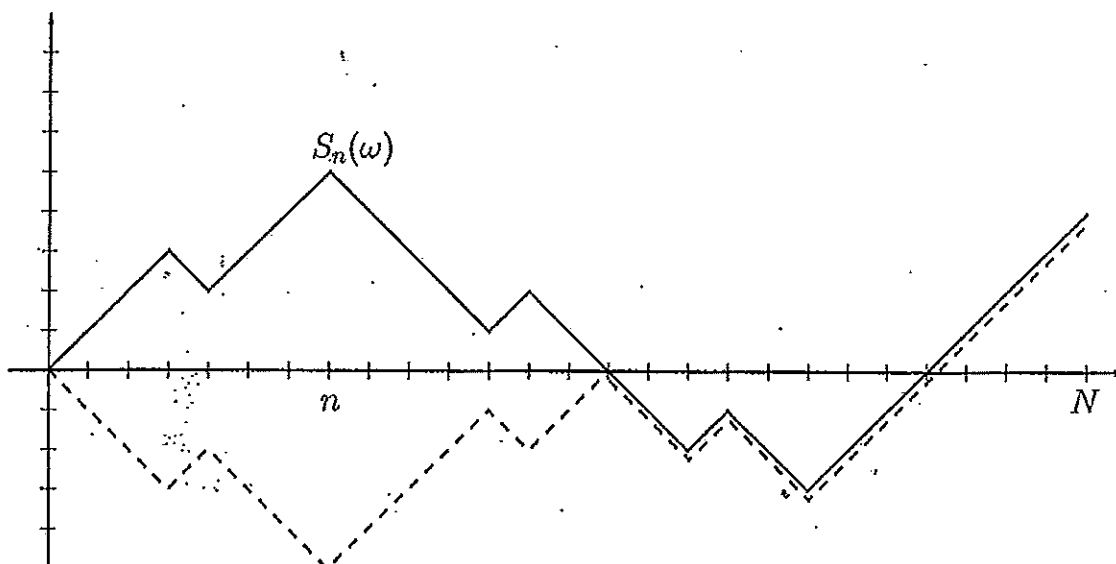


FIG. 1 - Trait plein : graphe de la fonction $n \mapsto S_n(\omega)$ pour $\omega = (+1, +1, +1, -1, +1, \dots)$. Trait pointillé : graphe de la fonction $n \mapsto S_n(\omega')$ pour $\omega' = (-1, -1, -1, +1, -1, \dots)$.

On considère, pour tout entier n compris entre 1 et N et pour tout entier relatif x , l'événement $E_{n,x} = \{\omega \in \Omega / S_n(\omega) = x\}$ noté plus simplement $\{S_n = x\}$, et on note $p_{n,x} = P(E_{n,x})$. Pour tout entier strictement positif k , on note de plus

$$q_{2k} = \binom{2k}{k} 2^{-2k}.$$

Dans les questions qui suivent, n désigne un entier compris entre 1 et N .

- (1) Quelle est la loi de T_n ?
- (2) Exprimer S_n en fonction de T_n . Quelles sont les valeurs prises avec probabilité strictement positive par la variable aléatoire S_n ?
- (3) Donner l'expression de $p_{n,x}$ pour tout entier relatif x .
- (4) Montrer que, quand $n = 2k$ est pair, $p_{2k,0} = q_{2k}$:
- (5) Donner un équivalent de q_{2k} quand k tend vers l'infini. On pourra utiliser la formule de Stirling : quand k tend vers l'infini,

$$k! = \left(\frac{k}{e}\right)^k \sqrt{2\pi k}(1 + o(1)) .$$

On suppose toujours que n est un entier compris entre 1 et N , mais on suppose désormais que x est un entier strictement positif. On introduit les événements suivants :

$$F_{n,x} = \{S_n = x\} \cap \{S_1 = +1\} \cap \left[\bigcup_{c=2}^{n-1} \{S_c = 0\} \right] ,$$

$$G_{n,x} = \{S_n = x\} \cap \{S_1 = -1\} ,$$

$$H_{n,x} = \{S_n = x\} \cap \bigcap_{k=1}^{n-1} \{S_k > 0\} .$$

- (6) Montrer que $F_{n,x} \cup H_{n,x} = E_{n,x} \cap \{S_1 = +1\}$.
- (7) Trouver n' et x' tels que $P(G_{n,x}) = p_{n',x'}/2$.
- (8) Montrer que $F_{n,x}$ et $G_{n,x}$ ont le même nombre d'éléments.
On pourra par exemple construire une application $\varphi : \Omega \rightarrow \Omega$ telle que $\varphi(F_{n,x}) = G_{n,x}$ et $\forall \omega \in F_{n,x}, (\varphi \circ \varphi)(\omega) = \omega$.
- (9) Calculer $P(H_{n,x})$, puis en déduire une expression simple de $P(H_{n,x}|E_{n,x})$ en fonction de x et n .
- (10) On suppose que n est pair. Trouver une expression simple de $P(S_1 \neq 0, S_2 \neq 0, \dots, S_n \neq 0)$ en fonction de q_n .
- (11) En déduire une expression simple de $P(S_1 \neq 0, S_2 \neq 0, \dots, S_{n-1} \neq 0, S_n = 0)$.
- (12) Expliquer dans quelle mesure les résultats précédents permettent de répondre à la question suivante : au jeu de pile ou face, combien de parties faut-il jouer en moyenne avant d'avoir tiré exactement autant de piles que de faces ?

Problème

Soit $k \geq 1$ un entier. On dit qu'une matrice $M \in \mathcal{M}_k(\mathbb{R})$ est *stochastique* si

$$\forall i, j \in \{1, \dots, k\}, \quad M_{i,j} \geq 0$$

et $\forall i \in \{1, \dots, k\}, \quad \sum_{j=1}^k M_{i,j} = 1.$

Soit $J = {}^t(1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^k$ le vecteur dont toutes les coordonnées sont égales à 1.

(A) Matrices stochastiques en dimension deux

Soit $p, q \in [0, 1]$. On considère dans cette partie la matrice

$$P = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ q & 1-q \end{pmatrix}.$$

- (1) Déterminer l'ensemble des valeurs propres de P en fonction de p et q .
- (2) La matrice P est-elle diagonalisable ?
- (3) Pour quelles valeurs réelles λ existe-t-il une matrice stochastique $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ admettant λ pour valeur propre ?

(B) Propriétés élémentaires des matrices stochastiques

- (4) Soit $M \in \mathcal{M}_k(\mathbb{R})$. Montrer que les deux propositions suivantes sont équivalentes.
 - (i) M est stochastique.
 - (ii) $MJ = J$ et les coefficients de M sont tous positifs ou nuls.
- (5) Montrer que si M est stochastique, alors pour tout entier $n \geq 1$, M^n est stochastique.
- (6) Montrer que si M est stochastique et si λ est une valeur propre réelle de M , alors $|\lambda| \leq 1$.

(C) Matrices ayant un vecteur propre donné

Soit $X \in \mathbb{R}^k$ un vecteur non nul. On note

$$E_X = \{ M \in \mathcal{M}_k(\mathbb{R}) / X \text{ est vecteur propre de } M \}.$$

- (7) Montrer que E_X est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_k(\mathbb{R})$.
- (8) On définit l'application

$$\begin{aligned} \varphi_X : \mathcal{M}_k(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{R}^k \\ A &\longmapsto AX. \end{aligned}$$

Montrer que φ_X est une application linéaire.

- (9) Déterminer le rang de φ_X .
- (10) Montrer que $E_X = \text{Ker}(\varphi_X) \oplus \text{Vect}(I_k)$, où $\text{Vect}(I_k)$ désigne la droite vectorielle engendrée par la matrice identité de $\mathcal{M}_k(\mathbb{R})$.

(11) Quelle est la dimension de E_X ?

(12) Soit $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_p)$ une base du noyau de l'application linéaire

$$F_X : Y \in \mathbb{R}^k \mapsto {}^t Y X = \sum_{i=1}^k X_i Y_i \in \mathbb{R}.$$

Déterminer, à l'aide de \mathcal{B} , une base de E_X .

(D) Description de l'ensemble des matrices stochastiques

(13) On rappelle que $J = {}^t(1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^k$. Déterminer une base de E_J lorsque $k = 2$.

(14) Déterminer une base de E_J pour $k \geq 2$ quelconque. Comment peut-on décrire l'ensemble des matrices stochastiques ?

UHCE 153

SCIENCES SOCIALES

Sujet commun ENS Ulm, Lyon, Cachan, ENSAE/ENSAI/INSEE

Durée : 6 heures

Aucun document n'est autorisé.

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table ou le poste de travail.

Le sujet comporte 10 pages

Tournez la page S.V.P.

Sujet : Consommation et utilité

CHAPITRE XXIV.

De la Consommation en général.

Qu'est-ce que consommer ?

C'est détruire l'utilité qui est dans un produit, et par là lui ôter toute sa valeur.

Donnez-moi l'exemple de quelques consommations.

Consommer des vivres, ce n'est pas détruire la matière dont se composaient les vivres, car il n'est pas au pouvoir de l'homme de détruire de la matière : c'est détruire ce qui faisait l'utilité de cette matière ; la propriété qu'elle avait de servir d'aliment.

Consommer un habit ce n'est pas détruire cet habit, car les parcelles qui s'en sont détachées à mesure qu'il a été usé, ont été répandues dans l'univers et subsistent encore quelque part ; mais c'est détruire toute l'utilité qui se trouvait dans l'habit : de manière que ne pouvant plus être bon pour personne, personne ne consent à offrir aucun autre produit pour en devenir possesseur.

Jean-Baptiste Say, 1821, *Catéchisme d'économie politique ou instruction familière qui montre de quelle façon les richesses sont produites, distribuées et consommées dans la société*, Bossange, Paris, pp. 148-149.

Document 2 Structure des dépenses selon l'âge de la personne de référence, en 2006, en %

	Moins de 25 ans	De 25 à 44 ans	De 45 à 64 ans	65 ans et plus	Ensemble
Produits alimentaires et boissons non alcoolisées	9,8	13,7	15,6	19,6	15,5
Boissons alcoolisées, tabac et stupéfiants	3,3	2,5	2,7	2,3	2,6
Articles d'habillement et chaussures	7,5	9,2	7,9	5,0	7,8
Logement, eau, gaz, électricité et autres combustibles	27,0	16,5	14,0	18,6	16,2
Ameublement, équipement ménager et entretien courant de la maison	5,7	7,0	7,3	8,1	7,3
Services médicaux et de santé	1,9	2,9	3,6	5,2	3,6
Transports	16,0	16,8	17,0	10,7	15,7
Communications	4,8	3,8	3,7	3,0	3,6
Loisirs et culture	7,9	8,7	9,5	8,9	9,0
Enseignement	1,6	0,6	1,0	0,0	0,7
Hôtels, restaurants, cafés	5,8	6,4	5,7	3,5	5,6
Autres biens et services (1)	8,6	11,9	12,0	15,0	12,4
Dépense totale (2)	100	100	100	100	100

Champ : France métropolitaine.

Source : INSEE, Enquête Budget de famille 2006.

(1) Notamment : biens et services de soins personnels, bijouterie et maroquinerie, dépenses relatives aux gardes d'enfants hors du domicile, assurances et services financiers, divers autres services (services juridiques, cotisation à des associations...)

(2) La dépense totale s'entend ici hors impôts, gros travaux, remboursements de prêts et prélèvements effectués par l'employeur, transferts financiers entre ménages.

Document 3 Évolution des écarts de structure de consommation entre groupes sociaux de 1979 à 2006 (en %)

	Ecart entre le 5 ^e quintile (ménages aisés) et le 1 ^{er} quintile (ménages modestes) de niveau de vie		Ecart entre les cadres, professions intellectuelles supérieures, professions libérales, et les ouvriers	
	1979	2006	1979	2006
Produits alimentaires et boissons non alcoolisées	-16,9	-4,5	-11,1	-4,0
Santé	-2,8	1,0	-1,4	0,8
Logement, eau, gaz, électricité et autres combustibles (hors foyers fictifs)	-1,5	-13,5	0,2	-7,4
Boissons alcoolisées et tabac	-0,5	-1,0	-1,2	-1,3
Education	0,0	-0,1	0,8	0,5
Communications	0,3	-1,5	0,8	-0,8
Articles d'habillement et chaussures	1,5	0,8	1,2	1,0
Autres biens et services	2,1	0,9	1,3	0,7
Loisirs et culture	3,0	6,4	2,3	5,2
Meubles, articles de ménage et entretien courant de l'habitation	3,2	3,1	1,3	2,7
Hôtels, cafés et restaurants	5,2	3,2	3,5	2,7
Transports	6,3	5,0	2,3	-0,2

Lecture : En 2006, la part moyenne des produits alimentaires et des boissons non alcoolisées dans la consommation des cadres, des professions intellectuelles supérieures et des professions libérales est inférieure de 4,0 points à celle des ouvriers.

Source : INSEE, Enquêtes Budget de famille 1979 et 2006.

F. Recours, P. Hebel, R. Berger, 2008, « Effets de générations, d'âge et de revenus sur les arbitrages de consommation », CREDOC, Cahier de recherche, n° 258.

Document 4 La dépense inutile selon M. Halbwachs

Les autres classes (moyennes et hautes), qui correspondent au fond à des niveaux de fortune différents, sont distinguées *immédiatement* par la conscience de la société d'après l'importance et surtout l'espèce des *dépenses*. La hiérarchie des ouvriers ou artisans était établie en tenant compte principalement de la durée ou de l'intensité de leur travail : ici l'inverse va se produire, et c'est par le peu de temps consacré au travail, par la quantité d'heures employées à ne rien faire d'utile, que les gens aisés ou riches vont être à la fois élevés au-dessus des autres, et classés les uns par rapports aux autres. [...] Aujourd'hui, c'est surtout des dépenses visibles, bien plus que des dépenses utiles et non ostensibles, et c'est du caractère non utile des dépenses publiques elles-mêmes, qu'on tient surtout compte dans le classement des hommes. Au premier rang de ces dépenses vient celle qu'on fait du temps sans visée lucrative, et qui est une ostentation de richesse. L'importance des réunions mondaines, des voyages d'agrément, est grande de ce point de vue : ce sont de vraies obligations. Comme une faible partie de notre vie se passe d'ordinaire en public, il est avantageux de faire connaître par des signes patents que nous avons gaspillé beaucoup de temps dans notre intérieur : de là le prix de la correction absolue, de la recherche même, dans nos vêtements et notre extérieur, l'importance de la politesse et des manières, acquises seulement après beaucoup de loisirs, au cours d'une vie peu occupée, et la valeur de la culture, de l'instruction, surtout désintéressée, et de nul usage en vue de fins pratiques et lucratives. Une forme raffinée du loisir, c'est l'oisiveté dont le riche jouit en quelque sorte par délégation, grâce à l'intermédiaire de sa femme, ou encore de ses domestiques. Le travail de la femme est incompatible avec la réputation de richesse du mari : pour qu'il soit bien clair qu'elle ne travaille point, on aime qu'elle en apparaisse incapable ; les Japonais déforment les pieds de leurs femmes ; les Européennes, au moins pendant longtemps, ont tâché de réaliser un idéal de gracilité, de délicatesse, de faiblesse malade et factice. Le paradoxe se voit souvent d'un homme qui travaille péniblement pour que sa femme soit oisive, et par ce déploiement d'oisiveté manifeste que lui-même est oisif et riche. Il en est de même des domestiques : autrefois la richesse a pu se révéler sous les espèces d'un roi nègre gras et paresseux ; l'homme riche d'aujourd'hui engraisse le plus de laquais fainéants qu'il peut : ils sont paresseux pour son compte. La consommation dispendieuse et inutile se manifeste dans les vêtements que porte la classe riche. Ils sont en général peu pratiques, et laids : mais c'est leur rôle. Les chapeaux cylindriques, les talons hauts des femmes, et les corsets, gênent et engoncent, condamnent à l'oisiveté. N'est-ce point parce que notre sens esthétique est perpétuellement choqué par les innovations en matière de costume, d'abord appréciées parce qu'elles coûtent cher, que la mode change si vite ? Les appartements trop vastes, dont une partie seule est habitée, les meubles et les ustensiles non utilisables, mais riches, les grands parcs où les bêtes ne paissent pas, les animaux de luxe, chevaux et chiens, artificiellement déformés, jusqu'à ce qu'ils deviennent incapables d'aucun rôle pratique, sont autant d'exemples d'un même besoin de montre. Mais si ce besoin existe, c'est que c'est en effet d'après ces dépenses visibles qu'on range socialement les hommes : la dépense inutile semble signifier une quantité de dépenses utiles déjà faites, et celles-ci une puissance pécuniaire déterminée.

Maurice Halbwachs, 1905, « Remarques sur la position du problème sociologique des classes », *Revue de métaphysique et de morale*, pp. 890-905.

Document 5 Surpoids et politiques publiques

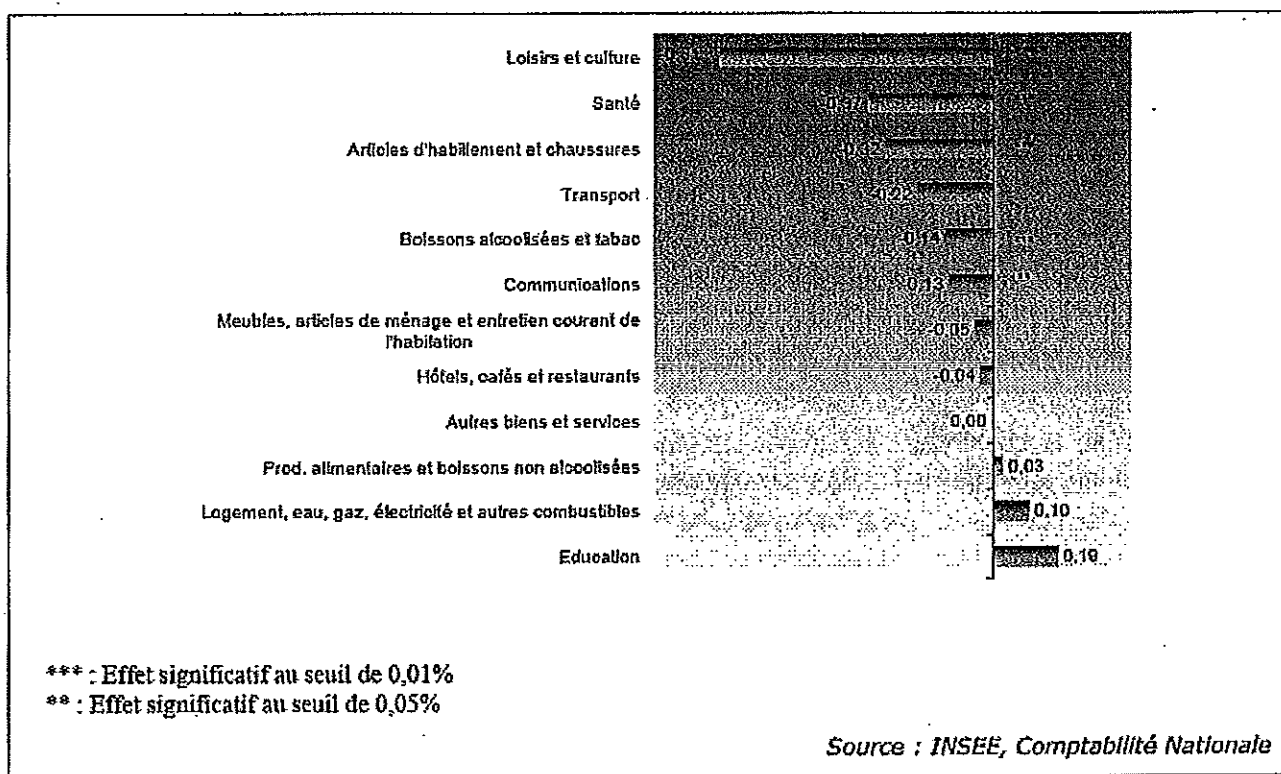
Entre 1990 et 2002, la prévalence du surpoids dans la population adulte française est passée de 29,7 à 37,5 %, celle de l'obésité de 5,8 à 9,4 %¹. Le surpoids et l'obésité sont des facteurs de risques pour nombre de pathologies – diabète, mobilité réduite, etc. –, générant, d'une part, des pertes de productivité et de revenus, et, d'autre part, des coûts médicaux importants. À titre d'illustration, en 1991-1992, une personne obèse coûtait en soins médicaux entre 166 et 344 euros (en euros constants de 2004) de plus qu'une personne non obèse. Puisque ces surcoûts sont pour l'essentiel à la charge de la Sécurité sociale, se pose un problème de hasard moral *ex ante* : les consommateurs ne font pas tous les efforts nécessaires en matière d'alimentation pour contrôler leur poids. Ceci constitue sans doute un des arguments les plus forts en faveur d'une intervention publique visant à modifier les choix alimentaires des agents. Cette dernière peut également s'appuyer sur d'autres considérations : l'existence d'un coût social de l'obésité, incorporant et dépassant le seul coût médical² ; un déficit d'information des consommateurs quant aux conséquences de leurs choix ; ou leur incapacité à choisir les aliments susceptibles de maximiser leur bien-être sur le long terme, alors même qu'ils le souhaiteraient. Ce dernier argument renvoie à une forme de paternalisme réconciliant économie normative et santé publique.

Christine Boizot-Szantai et Fabrice Etile, 2009, « Le prix des aliments et la distribution de l'indice de masse corporelle des français », *Revue Économique*, 60, pp. 413-440.

¹ Selon les standards de l'Organisation mondiale de la santé, une personne est en surpoids si son indice de masse corporelle (IMC : poids en kilos divisé par taille en mètres au carré) est supérieur à 25. Elle est obèse si son IMC est supérieur à 30. Les prévalences fournies par l'OCDE sont basées sur les données de poids et de taille autoreportées dans les enquêtes Santé de l'INSEE. Le poids reporté étant en général inférieur au poids réel, et la taille reportée supérieure à la taille réelle, les prévalences de l'obésité et du surpoids sont, dans ces enquêtes, sous-estimées. Ceci ne remet pas en cause le constat d'une hausse de ces prévalences au cours des vingt dernières années.

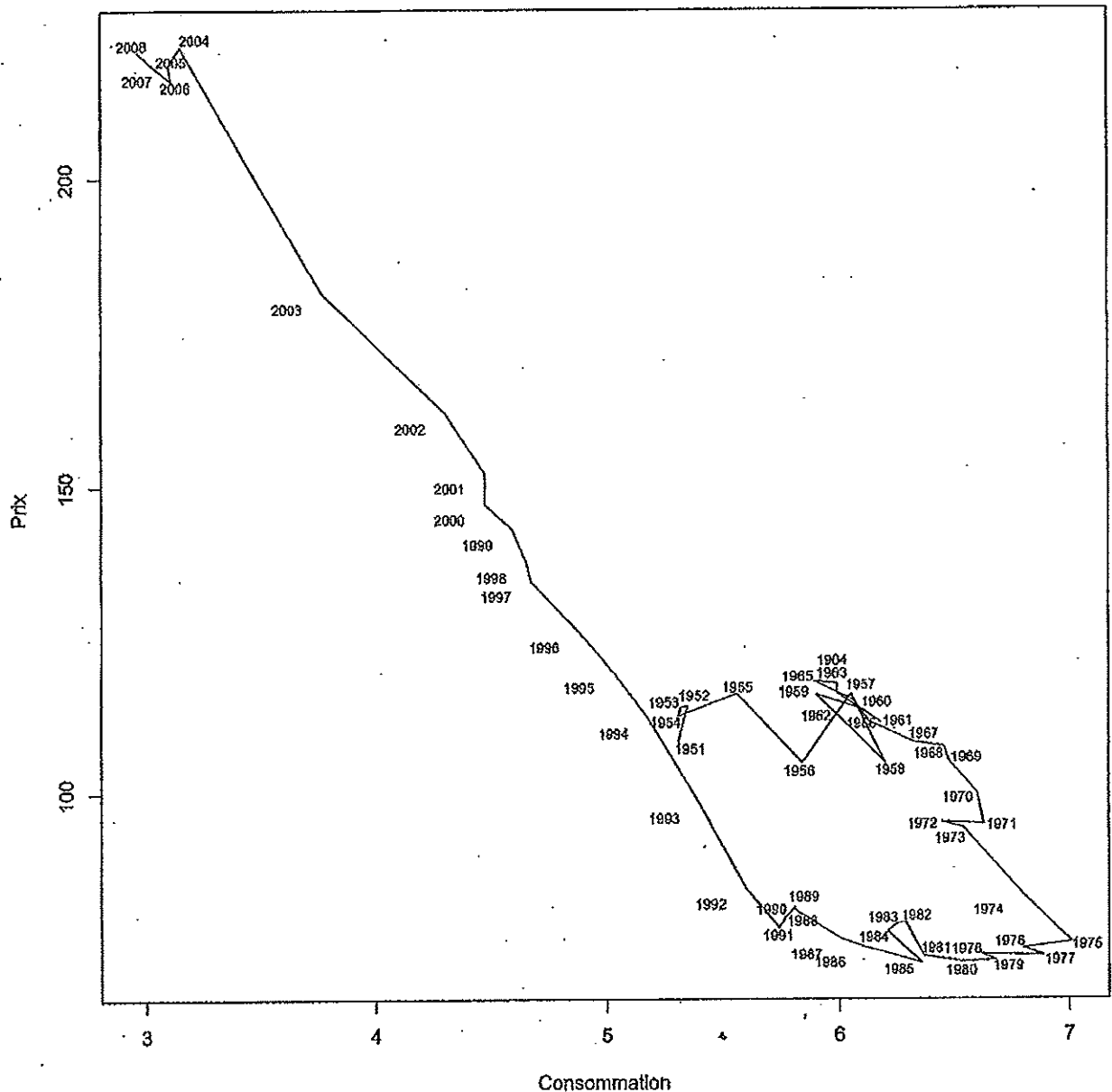
² Il est souvent fait allusion aux coûts sociaux de l'obésité mais, malheureusement, leurs calculs ne prennent pas en compte les bénéfices de la (sur-)consommation alimentaire pour le secteur agroalimentaire et la restauration. [...]

Document 6 Variation relative de la consommation selon le prix, par poste de consommation, en 2007



F. Recours, P. Hebel, R. Berger, 2008, « Effets de générations, d'âge et de revenus sur les arbitrages de consommation », CREDOC, Cahier de recherche, n° 258.

Document 7 Consommation et prix relatif du tabac



Consommation : en grammes par adulte de 15 ans ou plus et par jour.

Prix relatif du tabac : prix nominal du tabac divisé par l'indice général des prix, indice base 100 en 1970.

Champ : France.

Source : Données de l'Insee et de l'Institut Gustave Roussy, disponibles sur <http://www.insee.fr/fr/ffc/figure/NATTEF06212.xls>

1976 : « Loi Veil », interdiction de fumer dans certains lieux à usage collectif

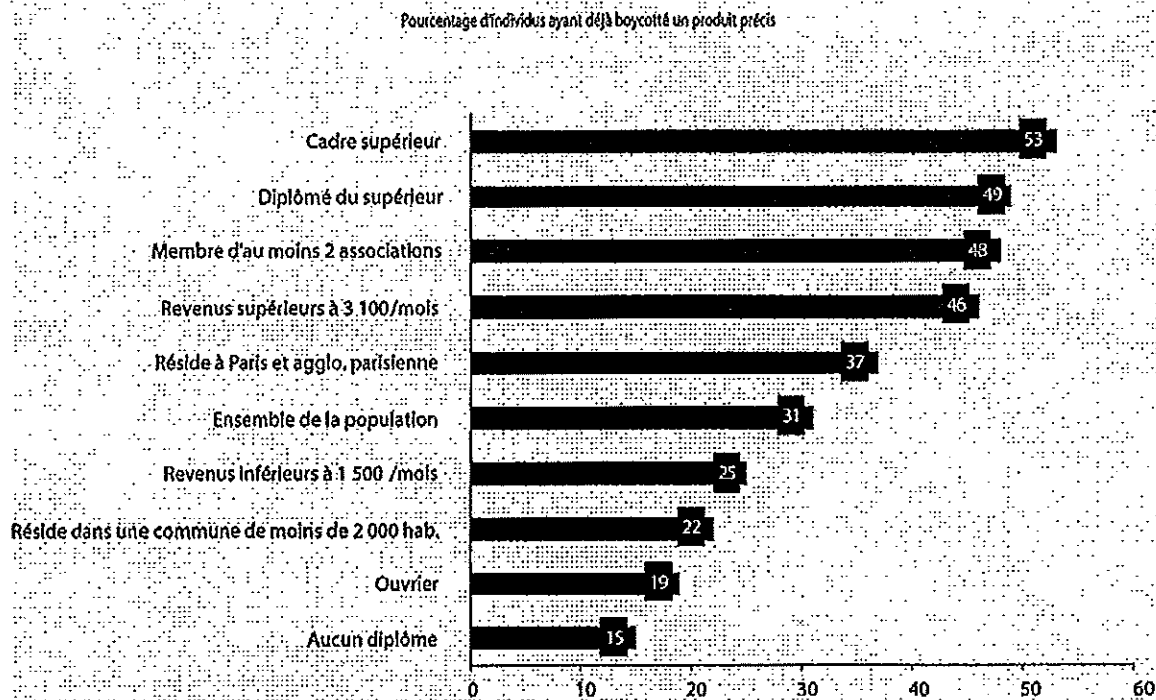
1991 : « Loi Evin », réglementation de la publicité, interdiction de fumer dans certains lieux à usage collectif, sauf dans les emplacements réservés aux fumeurs

2003 : arrêté du 5 mars, obligation d'apposer un avertissement visible de caractère sanitaire sur les paquets de cigarette

2003 : loi du 24 juillet, interdit la vente de tabac aux mineurs

2008, 1^{er} janvier : interdiction de fumer dans les lieux publics (décret du 15 novembre 2006).

Document 8 Le boycott



Source : CREDOC, Enquête « Conditions de vie et aspirations des Français », début 2006.

Source : Credoc, enquête « Conditions de vie et aspirations des Français », 2006

F. Delpal, G. Hatchuel, 2007, « La consommation engagée s'affirme comme une tendance durable », *Consommation et modes de vie*, CREDOC, n° 201.

Fin de l'épreuve

SESSION 2011

COMPOSITION FRANÇAISE

Sujet commun : ENS Ulm – Lyon

DURÉE : 6 heures

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Sans vous limiter à un genre particulier, commentez et discutez ces propos de Milan Kundera : « En nous offrant la belle illusion de la grandeur humaine, le tragique nous apporte une consolation. Le comique est plus cruel : il nous révèle brutalement l'insignifiance de tout ».

(L'Art du roman, Paris, Gallimard, 1986)

Vous illustrerez votre réflexion par des exemples précis.