

EVA-Flo : Evaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Colloque ANR STIC 2010, 5-7 janvier 2010
Quelle recherche pour les STIC de demain ?
5-7 janvier 2010

Nathalie Revol



Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant Garantir/améliorer la précision numérique d'une implémentation

Spécification

$$x^2+2x+1=(x+1)^2=...$$

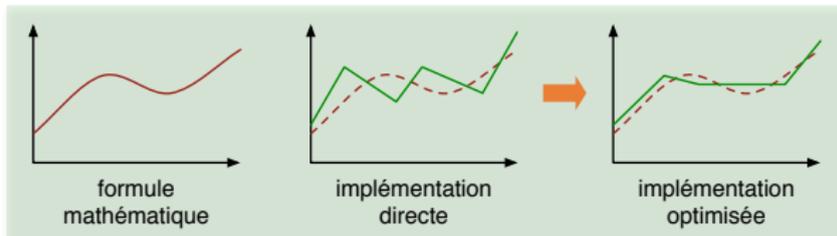
Implémentation

$$((x*x)+(2*x))+1 \\ \neq (x+1)*(x+1)$$

Première sémantique : Arithmétique usuelle (nombres réels)
Précision infinie, lois algébriques (associativité, distributivité, etc.)

Seconde sémantique :

Arithmétique des ordinateurs : erreurs d'arrondis, pas de lois algébriques



EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Objet : évaluation d'une formule mathématique en arithmétique à virgule flottante sur ordinateur.

Objectifs : meilleur code flottant, obtenu plus rapidement, avec une garantie sur la qualité du résultat calculé.

Qualité du résultat :

- ▶ par exemple, précision (erreur petite), fiabilité (pas d'over/underflow), portabilité. . . ;
- ▶ doit être quantifiée et garantie, prouvée.

Automatisation du développement et de la validation.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Calcul flottant

- Codes visés :** expressions ou portions de code contenant
- ▶ opérations arithmétiques et algébriques, autres fonctions mathématiques ;
 - ▶ branchements conditionnels, boucles ;
 - ▶ petites portions critiques de codes.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Validation

Spécifications : quels critères de qualité ?

- ▶ ils feront partie de la spécification du code ;
- ▶ bornes d'erreur fines ; outils : analyse par intervalles, conditionnement, différentiation automatique, analyse de sensibilité, précision arbitraire, complexité de leur calcul ;
- ▶ utilisation de l'arithmétique flottante : portabilité du code flottant, arrondis successifs, exceptions ;
- ▶ précision : algorithmes compensés, quadruple précision, double-double... : quelle méthode choisir ?
- ▶ ensembles d'entrée, de sortie
- ▶ autres : précision arbitraire, calcul exact...

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Participants

Arénaire (LIP, ENS Lyon)

Dali (Eliaus, Université Perpignan)

MeASI (LIST, CEA Saclay)

Tropics (INRIA Sophia-Antipolis)

Mouvement de personnes :

Matthieu Martel (MeASI) → MdC (Dali) en 2007,

Nicolas Louvet (Dali) → MdC (Arénaire) en 2008.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Fonctionnement et résultats attendus

Réunions :

Lyon, avril 2007 Saclay, avril 2008 Perpignan, mars 2010
Perpignan, oct. 2007 Lyon, sept. 2009

Financement : 130 500 €

- ▶ un an d'ingénieur (en cours) 47 k€
- ▶ matériel : 18 k€
- ▶ réunions du projet : 31,5 k€
- ▶ présentation des résultats (conférences) : 29 k€

Résultats attendus :

- ▶ prototype logiciel ;
- ▶ dissémination : auprès de nos partenaires industriels (ST,...) ;
organisation de SCAN'2010 à Lyon.

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo
Contenu scientifique
Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Évaluation

Objectif : calculer une valeur flottante proche d'une valeur mathématique exacte.

Difficultés :

- ▶ décrire la valeur mathématique exacte, ce que l'on veut calculer ;
- ▶ construire un bon approximant, critères = proximité mathématique, respect de certaines contraintes, mais aussi erreurs d'arrondi ;
- ▶ déterminer un bon schéma d'évaluation : précis, rapide ;
- ▶ tenir compte des contraintes architecturales.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Évaluation : réalisations

- ▶ approximation par un polynôme à coefficients flottants
- ▶ approximations hiérarchiques
- ▶ schéma d'évaluation
- ▶ algorithmes compensés
- ▶ calculs sur GPU

Travaux en cours :

- ▶ évaluateur polynomial générique pour FPGA.

Perspectives :

- ▶ évaluation de polynômes rapide et précise
- ▶ approximation par un polynôme à plusieurs variables
- ▶ approximation par des sommes trigo. à coefficients flottants
- ▶ évaluation de polynômes en virgule fixe
- ▶ modélisation des architectures

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Évaluation : coup de projecteur sur Sollya

<http://sollya.gforge.inria.fr/>

```
> f = cos(x) ;  
> domaine = [0;4] ;  
> p = remez(f,5,domaine) ;  
> p ;  
0.99890772120447739960914250515797721551172441754825 + x  
* (1.42856833836549804691816725433128355927370601913436e-2  
+ x *  
(-0.52766343121088634510078890905958654062238219991645 + x  
* (1.1719314983439729630435965980495364434782570185734e-2  
+ x *  
(4.8408748916801535787670922549033913669439676521204e-2 +  
x *  
(-6.260593102212291184467705394162111618202742500062e-3))))))
```

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Évaluation : coup de projecteur sur Sollya

<http://sollya.gforge.inria.fr/>

```
> p(pi);
```

Warning : rounding has happened. The value displayed is a faithful rounding of the true result.

```
-1.00108197854770770159467360545087751132682265242598
```

```
> p(0);
```

```
0.99890772120447739960914250515797721551172441754825
```

```
> infnorm(p-f, domaine);
```

```
[1.0922787955226003908574948420227844882755824518331e-3 ;
```

```
1.09228253151807599288547488296814712267479658532247e-3]
```

```
> midpointmode=on!;
```

```
> infnorm(p-f, domaine);
```

```
0.10922 7/9 e-2
```

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Évaluation : positionnement international

- ▶ approximation par des polynômes de Chebyshev : ChebFun, N. Trefethen (Oxford, UK)
- ▶ précision étendue et *accuracy* pour l'algèbre linéaire : J. Demmel, W. Kahan (U. of California at Berkeley)
- ▶ algorithmes compensés, arrondi fidèle pour certains calculs d'algèbre linéaire : S. Rump (TU Harburg-Hamburg)
- ▶ calculs géométriques précis : Geometrica (INRIA Sophia Antipolis), J. Shewchuk (U. of California at Berkeley), C. Yap (New York Current Institute)
- ▶ calculs sur GPU : Pequan (LIP6, U. Paris 6), J. Demmel (U. of California at Berkeley)
- ▶ calculs sur FPGA et GPU : O. Mencer (Imperial College, London, UK)

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Validation

Vocabulaire : validation, certification, calcul garanti, calcul fiable ?

Validation numérique :

- ▶ utilisation de propriétés de l'arithmétique flottante ;
- ▶ différentiation automatique (Tapenade, modèles de Taylor, conditionnement) ;
- ▶ calcul par intervalles.

Preuve formelle :

- ▶ vérifier les preuves à l'aide d'un assistant de preuve ;
- ▶ générer, avec le code, les indications permettant la preuve ;
- ▶ quelles indications, comment les établir, comment les transmettre entre les différents outils ?

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Validation : réalisations

Réalisations :

- ▶ tests exhaustifs pour les pires cas
- ▶ norme sup
- ▶ algorithmes compensés
- ▶ Fluctuat
- ▶ Gappa
- ▶ différentiation automatique

Travaux en cours

- ▶ calcul par intervalles
- ▶ différentiation automatique et conditionnement

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Validation : coup de projecteur sur Sardanes

Sardanes

cible : code Scade en virgule flottante ou fixe.

Objectif : mesurer la qualité d'une implantation, l'améliorer automatiquement.

Mesurer la qualité du code :

- ▶ en virgule flottante, erreur d'arrondi sur le résultat :
pour chaque opération, garder une trace de l'erreur d'arrondi ;
- ▶ en virgule fixe, nombre de chiffres de la partie entière :
pour chaque opération, déterminer le nombre de chiffres du résultat.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Validation : coup de projecteur sur Sardanes

Améliorer la qualité du code :

- ▶ repérer les opérations qui posent problème ;
- ▶ essayer les transformations sémantiquement équivalentes pour déterminer celles qui améliorent la qualité :
$$e_1 + (e_2 + e_3) \equiv (e_1 + e_2) + e_3$$
$$e \equiv e \times 1 ;$$
- ▶ pour réduire le nombre de réécritures possibles : abstraction et traitement d'arbres de hauteur fixée.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Validation : positionnement international

- ▶ Cadna : Pequan (LIP6, U. Paris 6)
- ▶ IntLab : S. Rump (TU Harburg-Hamburg)
- ▶ modèles de Taylor : M. Berz, K. Makino (U. Michigan), M. Neher (Karlsruhe)
- ▶ CERPAN - FOST : M. Mayero (U. Paris 13), S. Boldo (INRIA Saclay)
- ▶ constructeurs : Intel (J. Harrison), AMD (D. Russinov)

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Automatisation : problème

- ▶ **Difficultés :**
 - ▶ beaucoup de détails à traiter ;
 - ▶ expertise humaine et validation manuelle \Rightarrow petits codes ;
 - ▶ beaucoup d'erreurs, chronophage et non réutilisable.
- ▶ **But :**
 - ▶ automatiser cette expertise ;
 - ▶ traiter des codes plus conséquents.
- ▶ **Directions :**
 - ▶ spécification et analyse de l'objet mathématique ;
 - ▶ génération du code flottant ;
 - ▶ validation (incluant la preuve).

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Automatisation : réalisations

Réalisations

- ▶ amélioration de la précision
- ▶ Sollya
- ▶ Flip
- ▶ FloPoCo

Travaux en cours

- ▶ LEMA, un Langage pour les Expressions Mathématiques Annotées : la partie glu, qui permet à des outils différents de communiquer

À venir

- ▶ LEMA : aspects de transformation

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Automatisation : coup de projecteur sur FLIP

Contexte : bibliothèque FLIP (<http://flip.gforge.inria.fr/>) : arithmétique flottante sur des processeurs entiers.

Division flottante sur processeur VLIW de la famille ST200.

Objectif : implantation logicielle rapide, utilisant l'ILP avec arrondi correct (au plus près pair).

Méthode : utilisation d'un polynôme bivarié P .

Architecture cible : processeur entier VLIW 4 voies avec au plus 2 multiplications (addition : 1 cycle, multiplication : 3 cycles).

Cas de la simple précision : 44 cycles pour le schéma de Horner (séquentiel), 20 cycles pour le schéma d'Estrin (plus parallèle).

CGPE : exploration exhaustive (et filtrage) de tous les schémas d'évaluation du polynôme correspondant : 14 cycles.

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Automatisation : coup de projecteur sur FLIP

Division complète, performances sur ST231 :

	Nb. instructions	# cycles	IPC	Taille du code (octets)
arrondi au plus près	86	27	3.18	416

Extension aux nombres dénormalisés : 31 cycles (+ 4 cycles).

Implantation d'autres fonctions :

	# cycles	IPC	Taille du code (octets)	Accélération
racine carrée	21	2.47	276	2.38
réciproque	22	2.59	336	1.75
inverse de la racine carrée	29	2.24	368	2.27

EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Automatisation : positionnement international

- ▶ transformées linéaires : SPIRAL (Carnegie Mellon U.)
- ▶ ATLAS (Automatically Tuned Linear Algebra Software)
- ▶ FFTW

Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

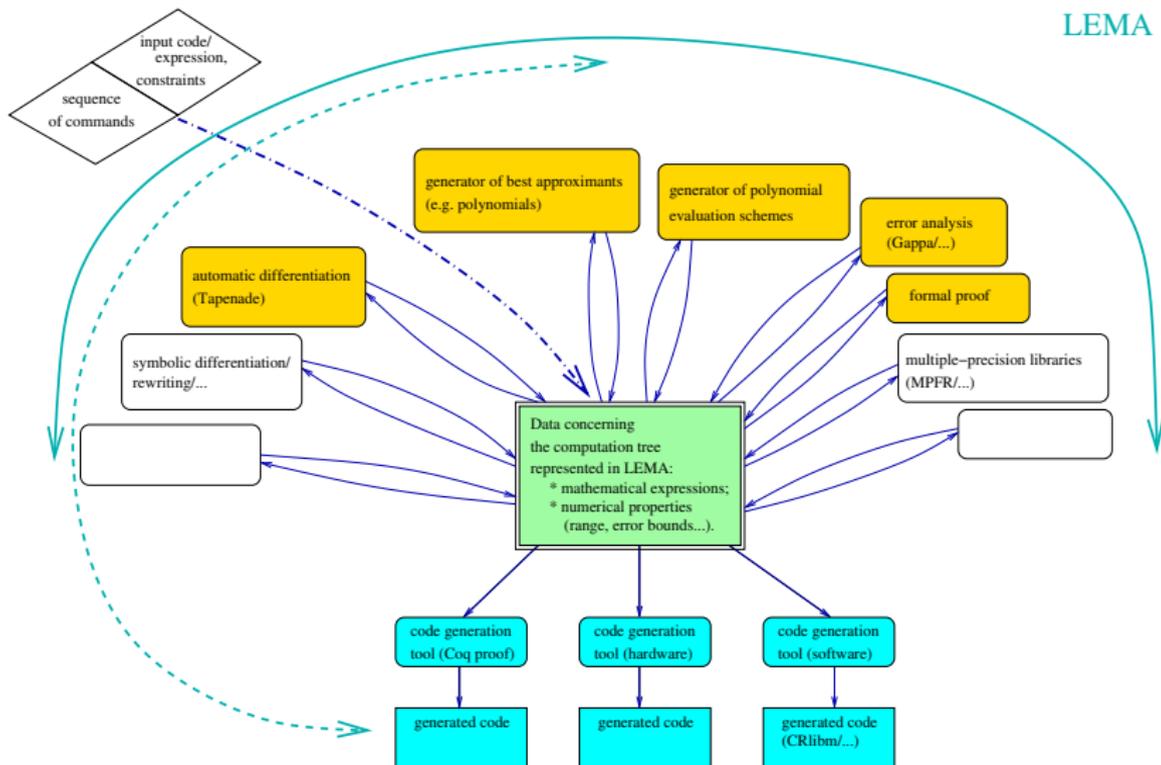
Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Pour conclure



Publications d'EVA-Flo

90 publications sur le sujet.

- ▶ thèses de G. Melquiond, F. Châves, N. Louvet, C. Lauter, S. Chevillard, G. Revy : soutenues
- ▶ livre *Handbook of Floating-point Arithmetic* ;
- ▶ journaux (une quinzaine) : IEEE T. Computer, Theoretical Computer Science, ACM TOMS, Theoretical Informatics and Applications, Computer Physics Communications. . .
- ▶ conférences : Arith'18 (4), ASAP'2007, ICIAM'07 (3), ISSAC'07, SAS'07, SIES'07, ISSAC'08, ACA'08, RNC8, ASAP'2008 (2), SCAN 2008 (3), Arith 19 (4).

Perspectives d'EVA-Flo

- ▶ « chef(s) d'orchestre » qui détermine dans quel ordre appeler les différents outils
s'associer à des experts de compilation
- ▶ format d'entrée à déterminer : langage de calcul formel ?
- ▶ passer à du plus gros grain : blocs numériques

