

# EVA-Flo : Evaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Revue de projet ANR

30 juin 2009

# Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo  
Contenu scientifique  
Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Bilan budgétaire

# Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Bilan budgétaire

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant Objective

To improve the numerical precision of the implementation



**First semantics:** usual arithmetic expression  
Infinite precision, algebraic laws (associativity, distributivity, etc.)

**Second semantics:**  
Based on computer arithmetics: roundoffs, no algebraic law



## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

**Objet** : évaluation d'une formule mathématique en arithmétique à virgule flottante sur ordinateur.

**Objectifs** : meilleur code flottant, obtenu plus rapidement, avec une garantie sur la qualité du résultat calculé.

### Qualité du résultat :

- ▶ par exemple, précision (erreur petite), fiabilité (pas d'over/underflow), portabilité. . . ;
- ▶ doit être quantifiée et garantie, prouvée.

**Automatisation** du développement et de la validation.

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Calcul flottant

**Codes visés** : expressions ou portions de code contenant

- ▶ opérations arithmétiques et algébriques, autres fonctions mathématiques ;
- ▶ branchements conditionnels, boucles ;
- ▶ petites portions critiques de codes.

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Validation

### Spécifications : quels critères de qualité ?

- ▶ ils feront partie de la spécification du code ;
- ▶ bornes d'erreur fines ; outils : analyse par intervalles, conditionnement, différentiation automatique, analyse de sensibilité, précision arbitraire, complexité de leur calcul ;
- ▶ utilisation de l'arithmétique flottante : portabilité du code flottant, arrondis successifs, exceptions ;
- ▶ précision : algorithmes compensés, quadruple précision, double-double... : quelle méthode choisir ?
- ▶ ensembles d'entrée, de sortie
- ▶ autres : précision arbitraire, calcul exact...

# Plan de l'exposé

## Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Bilan budgétaire

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant Participants

**Arénaire** (LIP, ENS Lyon)

**Eliaus** (équipe Dali, Université Perpignan)

**MeASI** (LIST, CEA Saclay)

**Tropics** (INRIA Sophia-Antipolis)

**Mouvement de personnes :**

Matthieu Martel (MeASI) → MdC (Dali) en 2007,

Nicolas Louvet (Dali) → MdC (Arénaire) en 2008.

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant Fonctionnement et résultats attendus

### Réunions :

- ▶ Lyon, avril 2007
- ▶ Perpignan, octobre 2007
- ▶ Saclay, avril 2008
- ▶ Lyon, septembre 2009

### Résultats attendus :

- ▶ prototype logiciel ;
- ▶ dissémination : auprès de nos partenaires industriels (ST,...) ;  
organisation de SCAN'2010 à Lyon.

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

Budget = 130 500 €

### Arénaire (LIP, ENS Lyon)

- ▶ 1 an ingénieur : 47 k€ ;
- ▶ 2 ordinateurs : 6 k€ ;
- ▶ réunions EVA-Flo : 12 k€ ;
- ▶ conférences : 19 k€.

### Tropics (INRIA Sophia-Antipolis)

- ▶ 1 ordinateur : 3 k€ ;
- ▶ réunions EVA-Flo : 3 k€ ;
- ▶ conférences : 1 k€.

(et 4% de frais de gestion)

### Dali (Eliaus, U. Perpignan)

- ▶ 2 ordinateurs : 6 k€ ;
- ▶ réunions EVA-Flo : 11 k€ ;
- ▶ conférences : 8 k€.

### MeASI (CEA Saclay)

- ▶ 1 ordinateur : 3 k€ ;
- ▶ réunions EVA-Flo : 5.5 k€ ;
- ▶ conférences : 1 k€.

# Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo  
Contenu scientifique  
Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

Bilan budgétaire

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Évaluation

**Objectif** : calculer une valeur flottante proche d'une valeur mathématique exacte.

**Difficultés** :

- ▶ décrire la valeur mathématique exacte, ce que l'on veut calculer ;
- ▶ construire un bon approximant, critères = proximité mathématique, respect de certaines contraintes, mais aussi erreurs d'arrondi ;
- ▶ déterminer un bon schéma d'évaluation : précis, rapide ;
- ▶ tenir compte des contraintes architecturales.

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Évaluation : réalisations

- ▶ approximation par un polynôme à coefficients flottants
- ▶ approximations hiérarchiques
- ▶ schéma d'évaluation
- ▶ algorithmes compensés
- ▶ calculs sur GPU

#### Travaux en cours :

- ▶ évaluateur polynomial générique pour FPGA.

#### Perspectives :

- ▶ évaluation de polynômes rapides et précises
- ▶ approximation par un polynôme à plusieurs variables
- ▶ approximation par des sommes trigo. à coefficients flottants
- ▶ évaluation de polynômes en virgule fixe
- ▶ modélisation des architectures

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Évaluation : coup de projecteur sur Sollya

<http://sollya.gforge.inria.fr/>

```
> f = cos(x) ;  
> domaine = [0 ;4] ;  
> p = remez(f,5,domaine) ;  
> p ;  
0.99890772120447739960914250515797721551172441754825 + x  
* (1.42856833836549804691816725433128355927370601913436e-2  
+ x *  
(-0.52766343121088634510078890905958654062238219991645 + x  
* (1.1719314983439729630435965980495364434782570185734e-2  
+ x *  
(4.8408748916801535787670922549033913669439676521204e-2 +  
x *  
(-6.260593102212291184467705394162111618202742500062e-3)))
```

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Évaluation : coup de projecteur sur Sollya

<http://sollya.gforge.inria.fr/>

```
> p(pi);
```

Warning : rounding has happened. The value displayed is a faithful rounding of the true result.

```
-1.00108197854770770159467360545087751132682265242598
```

```
> p(0);
```

```
0.99890772120447739960914250515797721551172441754825
```

```
> dirtyinfnorm(p-f, domaine);
```

```
1.09227879559981665560313680763764327992463914729386e-3
```

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Évaluation : positionnement international

- ▶ précision étendue et *accuracy* pour l'algèbre linéaire : J. Demmel, W. Kahan (U. of California at Berkeley)
- ▶ algorithmes compensés, arrondi fidèle pour certains calculs d'algèbre linéaire : S. Rump (TU Harburg-Hamburg)
- ▶ calculs géométriques précis : Geometrica (INRIA Sophia Antipolis), J. Shewchuk (U. of California at Berkeley), C. Yap (New York Current Institute)
- ▶ calculs sur GPU : Pequan (LIP6, U. Paris 6), J. Demmel (U. of California at Berkeley)
- ▶ calculs sur FPGA et GPU : O. Mencer (Imperial College, London, UK)

# Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

**Validation**

Automatisation

Bilan budgétaire

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Validation

**Vocabulaire** : validation, certification, calcul garanti, calcul fiable ?

**Validation numérique** :

- ▶ utilisation de propriétés de l'arithmétique flottante ;
- ▶ différentiation automatique (Tapenade, modèles de Taylor, conditionnement) ;
- ▶ calcul par intervalles.

**Preuve formelle** :

- ▶ vérifier les preuves à l'aide d'un assistant de preuve ;
- ▶ générer, avec le code, les indications permettant la preuve ;
- ▶ quelles indications, comment les établir, comment les transmettre entre les différents outils ?

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Validation : réalisations

### Réalisations :

- ▶ tests exhaustifs pour les pires cas
- ▶ norme sup
- ▶ algorithmes compensés
- ▶ Fluctuat
- ▶ Gappa
- ▶ différentiation automatique

### Travaux en cours

- ▶ calcul par intervalles
- ▶ différentiation automatique et conditionnement

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Validation : coup de projecteur sur Sardanes

### Sardanes

cible : code Scade en virgule flottante ou fixe.

Objectif : mesurer la qualité d'une implantation, l'améliorer automatiquement.

### Mesurer la qualité du code :

- ▶ en virgule flottante, erreur d'arrondi sur le résultat :  
pour chaque opération, garder une trace de l'erreur d'arrondi ;
- ▶ en virgule fixe, nombre de chiffres de la partie entière :  
pour chaque opération, déterminer le nombre de chiffres du résultat.

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Validation : coup de projecteur sur Sardanes

#### Améliorer la qualité du code :

- ▶ repérer les opérations qui posent problème ;
- ▶ essayer les transformations sémantiquement équivalentes pour déterminer celles qui améliorent la qualité :  
$$e_1 + (e_2 + e_3) \equiv (e_1 + e_2) + e_3$$
$$e \equiv e \times 1 ;$$
- ▶ pour réduire le nombre de réécritures possibles : abstraction et traitement d'arbres de hauteur fixée.

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Validation : positionnement international

- ▶ Cadna : Pequán (LIP6, U. Paris 6)
- ▶ IntLab : S. Rump (TU Harburg-Hamburg)
- ▶ modèles de Taylor : M. Berz, K. Makino (U. Michigan), M. Neher (Karlsruhe)
- ▶ CERPAN - FOST : M. Mayero (U. Paris 13), S. Boldo (INRIA Saclay)
- ▶ constructeurs : Intel (J. Harrison), AMD (D. Russinov)

# Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

**Automatisation**

Bilan budgétaire

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Automatisation : problème

### ▶ Difficultés :

- ▶ beaucoup de détails à traiter ;
- ▶ expertise humaine et validation manuelle  $\Rightarrow$  petits codes ;
- ▶ beaucoup d'erreurs, chronophage et non réutilisable.

### ▶ But :

- ▶ automatiser cette expertise ;
- ▶ traiter des codes plus conséquents.

### ▶ Directions :

- ▶ spécification et analyse de l'objet mathématique ;
- ▶ génération du code flottant ;
- ▶ validation (incluant la preuve).

# EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

## Automatisation : réalisations

### Réalisations

- ▶ amélioration de la précision
- ▶ Sollya
- ▶ Flip
- ▶ FloPoCo

### Travaux en cours

- ▶ LEMA, un Langage pour les Expressions Mathématiques Annotées : la partie glu, qui permet à des outils différents de communiquer

### À venir

- ▶ LEMA : aspects de transformation

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant Automatisation : coup de projecteur sur FLIP

**Contexte** : bibliothèque FLIP (<http://flip.gforge.inria.fr/>) : arithmétique flottante sur des processeurs entiers.

**Division flottante sur processeur VLIW de la famille ST200.**

Objectif : implantation logicielle rapide, utilisant l'ILP avec arrondi correct (au plus près pair).

Méthode : utilisation d'un polynôme bivarié  $P$ .

Architecture cible : processeur entier VLIW 4 voies avec au plus 2 multiplications (addition : 1 cycle, multiplication : 3 cycles).

Cas de la simple précision : 44 cycles pour le schéma de Horner (séquentiel), 20 cycles pour le schéma d'Estrin (plus parallèle).

Par exploration exhaustive (et filtrage) de tous les schémas d'évaluation du polynôme correspondant : 14 cycles.

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant

### Automatisation : coup de projecteur sur FLIP

Division complète, performances sur ST231 :

|                      | Nb. instructions | # cycles | IPC  | Taille du code (octets) |
|----------------------|------------------|----------|------|-------------------------|
| arrondi au plus près | 86               | 27       | 3.18 | 416                     |

Extension aux nombres dénormalisés : 31 cycles (+ 4 cycles).

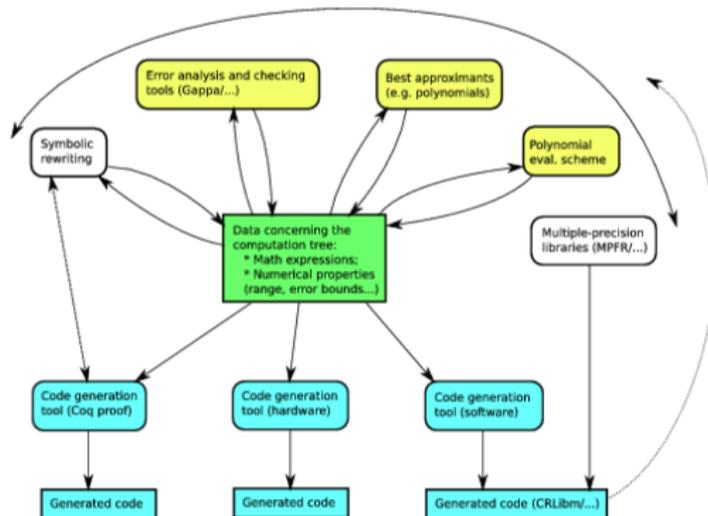
Implantation d'autres fonctions :

|                             | # cycles | IPC  | Taille du code (octets) | Accélération |
|-----------------------------|----------|------|-------------------------|--------------|
| racine carrée               | 21       | 2.47 | 276                     | 2.38         |
| réciproque                  | 22       | 2.59 | 336                     | 1.75         |
| inverse de la racine carrée | 29       | 2.24 | 368                     | 2.27         |

## EVA-Flo : Évaluation et Validation Automatique pour le calcul Flottant Automatisation : positionnement international

- ▶ transformées linéaires : SPIRAL (Carnegie Mellon U.)
- ▶ ATLAS (Automatically Tuned Linear Algebra Software)
- ▶ FFTW

# Synthesis/compilation for computer arithmetic



## Forces et faiblesses d'EVA-Flo

### Forces :

- ▶ expertise en arithmétique flottante ;
- ▶ efficacité et validation ;
- ▶ assez d'expertise pour pouvoir l'automatiser.

### Faiblesses :

- ▶ moins d'expertise du côté des nouvelles architectures et donc moins d'automatisation pour le moment.

## Publications d'EVA-Flo

90 publications sur le sujet.

- ▶ thèses de G. Melquiond, F. Châves, N. Louvet, C. Lauter, S. Chevillard : soutenues
- ▶ livre *Handbook of Floating-point Arithmetic* ;
- ▶ journaux (une quinzaine) : IEEE T. Computer, Theoretical Computer Science, ACM TOMS, Theoretical Informatics and Applications, Computer Physics Communications. . .
- ▶ conférences : Arith'18 (4), ASAP'2007, ICIAM'07 (3), ISSAC'07, SAS'07, SIES'07, ISSAC'08, ACA'08, RNC8, ASAP'2008 (2), SCAN 2008 (3), Arith 19 (4).

## Perspectives d'EVA-Flo

- ▶ "chef(s) d'orchestre" qui détermine dans quel ordre appeler les différents outils  
s'associer à des experts de compilation
- ▶ format d'entrée à déterminer : langage de calcul formel ?
- ▶ passer à du plus gros grain : blocs numériques

## Plan de l'exposé

Présentation générale du projet EVA-Flo

Contenu scientifique

Informations pratiques

Évaluation

Validation

Automatisation

**Bilan budgétaire**

## Bilan budgétaire d'EVA-Flo

(en k€)

|               | salaires        | équipt            | réunions           | conférences        | totaux              |
|---------------|-----------------|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| Arénaire      | 46,9 - 0        | 6,0 - 1,4         | 12,6 - 7,9         | 19,2 - 12,5        | 84,7 - 21,4         |
| Tapenade      | 0,0             | 3,0 - 0           | 2,7 - 1,2          | 1,0 - 0            | 6,7 - 1,2           |
| Eliaus        | 0,0             | 6,0 - 1,8         | 10,8 et 7,9 - 13,0 |                    | 24,7 - 14,8         |
| MeASI         | 0,0             | 3,0 - 0,0         | 5,4 - 0,0          | 1,0 - 0,0          | 9,4 - 0,0           |
| <b>Totaux</b> | <b>46,9 - 0</b> | <b>18,0 - 3,2</b> | <b>31,5 - 14,6</b> | <b>29,1 - 19,0</b> | <b>125,5 - 37,4</b> |