

INTRODUCTION À LA PHYSIQUE DES ATOMES FROIDS

TANGI MORVAN

Dans cet article, nous introduisons des concepts élémentaires de la physique des atomes froids. Nous expliquons le principe du refroidissement Doppler, et certaines méthodes, comme le refroidissement par évaporation ou le refroidissement Sisyphes permettant de descendre en dessous de la limite Doppler. Nous présentons également le principe du piège magnéto-optique qui, basé sur le refroidissement Doppler, permet de confiner et refroidir des atomes à quelques centaines de μK . Enfin, nous présentons un exemple de mesure de température d'un gaz d'atomes de rubidium 87 ultra-froids par la méthode du temps de vol.

1. INTRODUCTION

La physique des atomes froids repose sur le fait qu'il est possible de contrôler l'état thermodynamique d'un système d'atomes avec la lumière, et notamment de confiner et refroidir des atomes. L'interaction lumière-atomes est d'abord abordée notamment par Kastler en 1950 [1] et les premières réalisations de nuages atomiques ultra-froids datent de 1975, avec les travaux de Wineland et Dehmelt [2] et de Hänsch et Schawlow [3]. Ces avancées ont permis d'atteindre des températures où les phénomènes quantiques sont prépondérants, et d'étudier des phénomènes comme la condensation de Bose-Einstein, réalisée pour la première fois en 1995 par Ketterle [4] et par Wieman et Cornell [5], tous trois lauréats du prix Nobel de physique en 2001 pour cette avancée. Dans cet article, nous proposons une introduction au refroidissement Doppler et sub-Doppler et au piégeage d'atomes dans un piège magnéto-optique. Nous présentons également un exemple de mesure de température d'un nuage d'atomes ultra-froids dans un piège magnéto-optique.

2. REFROIDISSEMENT DOPPLER ET PIÈGE MAGNÉTO-OPTIQUE

La physique des atomes froids est, comme son nom l'indique, une physique des basses températures, ou basses énergies. La température typique d'un nuage d'atomes ultra-froids est de l'ordre de 10 à 100 μK . De telles températures sont atteintes grâce à un piège magnéto-optique (ou MOT, pour *magneto-optical trap*), qui assure refroidissement et piégeage des atomes, et qui repose sur le principe de refroidissement Doppler.

2.1. Refroidissement Doppler

Considérons par simplicité un atome à deux niveaux notés $|g\rangle$, pour le niveau fondamental, et $|e\rangle$, pour le niveau excité, avec des énergies respectives E_g et E_e . On note également Γ la largeur naturelle du niveau excité $|e\rangle$, qui est la fréquence telle que la durée de vie du niveau soit Γ^{-1} . L'écart d'énergie $\Delta E = E_e - E_g$ entre ces deux niveaux est associé à une pulsation $\omega_0 = \Delta E/\hbar$ (Fig. 1). On dira alors qu'un photon ou un faisceau laser est à résonance pour la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ lorsque sa fréquence ω est très proche de ω_0 , c'est-à-dire que l'écart à la transition, ou désaccord, $\delta = \omega - \omega_0$ vérifie $|\delta| \ll \omega_0$.

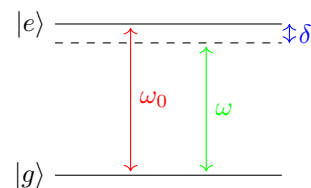


Fig. 1 Système à deux niveaux.

Refroidir un nuage atomique correspond à diminuer l'agitation thermique du nuage, et donc à ralentir les atomes. Le refroidissement Doppler utilise la pression de radiation de photons proches de la résonance pour diminuer la vitesse des atomes. Considérons ainsi un atome de masse m se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$, et supposons qu'un jet de photons de fréquence ω lui soit envoyé également selon la direction $\vec{e}_x$ (Fig. 2).

Lorsqu'un photon est absorbé par l'atome, ce dernier passe dans l'état excité $|e\rangle$ et absorbe la quantité de mouvement $\hbar \vec{k}$ du photon. Il peut alors retomber dans l'état fondamentale par émission spontanée ou stimulée d'un photon. Lors d'une émission stimulée, l'atome perd sim-

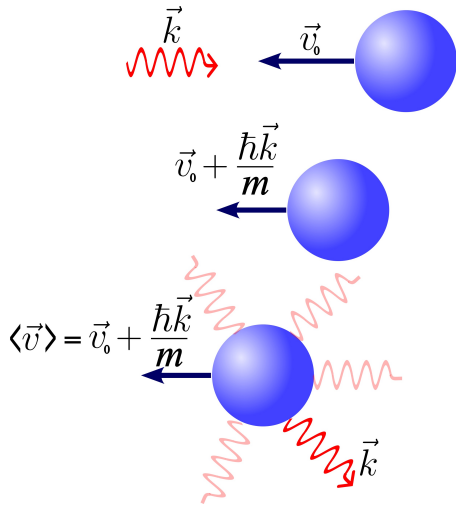


Fig. 2 Principe du refroidissement Doppler. L'atome de vitesse $\vec{v}_0$ absorbe le photon, ce qui modifie sa vitesse de $\hbar\vec{k}/m$. L'émission spontanée ayant lieu par la suite est isotrope, et donc la modification de vitesse qui en résulte est en moyenne nulle.

plement la quantité de mouvement $\hbar\vec{k}$ et retrouve sa quantité de mouvement d'avant l'absorption. En revanche, un photon émis spontanément a une quantité de mouvement $\hbar\vec{k}$, avec une orientation aléatoire. Les orientations étant toutes équiprobables, le changement de quantité de mouvement lors de l'émission spontanée est nulle en moyenne. Un cycle absorption-émission spontanée correspond donc à un gain net de quantité de mouvement $\hbar\vec{k}$, et donc à un changement de vitesse $\hbar\vec{k}/m$.

L'atome n'étant pas au repos, la fréquence d'un photon incident dans le référentiel de l'atome est modifiée par l'effet Doppler. Si les photons sont de vecteur d'onde $\vec{k}$, leur fréquence dans le référentiel de l'atome en mouvement est $\omega_a = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0$. Pour ralentir, et donc refroidir, les atomes en mouvement, il est nécessaire que les photons aient une pulsation proche de ω_0 dans le référentiel de l'atome, et donc une pulsation $\omega = \omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v}_0 < \omega_0$ dans le référentiel du laboratoire. Cela correspond à un désaccord δ négatif. Un système constitué d'atomes couplés à un faisceau laser hors résonance décalé vers le rouge ($\delta < 0$) est appelé *mélasse optique*.

La modification de vitesse provoquée par un cycle de fluorescence n'est que typiquement de l'ordre de quelques centimètres par seconde, c'est-à-dire inférieur de plusieurs ordres de grandeurs à la vitesse des atomes à température ambiante. Mais la seule limite au nombre de cycles par unité de temps est la durée de vie de l'état excité, qui correspond à l'ordre de grandeur de la durée d'un cycle émission absorption et qui est typiquement de quelques dizaines de nanosecondes. Ainsi le nombre de cycles de fluorescence peut atteindre 10^8 cycles par seconde, ce qui permet le refroidissement.⁶

2.2. Mélasse optique

Pour atteindre des températures de l'ordre de 100 μ K, on réalise une mélasse optique tri-dimensionnelle grâce à trois paires de faisceaux lasers contrapropageants (Fig. 6). Dans l'approximation dite de faible saturation dans la-

quelle on néglige l'émission stimulée par rapport à l'émission spontanée, on peut montrer que la force radiative subie par un atome peut s'approximer⁷ à :

$$F(\vec{v}) = -m\alpha\vec{v}, \quad (1)$$

où α est un coefficient de friction positif dans le cas où $\delta < 0$, et $\vec{v}$ et m désignent toujours la vitesse et la masse de l'atome. Un coefficient de friction positif correspond bien au refroidissement souhaité. En étudiant les équations du mouvement et en appliquant le théorème d'équipartition de l'énergie, on trouve que la température d'équilibre atteinte dans la mélasse optique est⁷ :

$$k_B T = \frac{\hbar \delta^2 + \Gamma^2/4}{2|\delta|}. \quad (2)$$

La température est alors minimale pour un désaccord $\delta = -\Gamma/2$, ce qui correspond à la limite Doppler T_D :

$$k_B T_D = \frac{\hbar \Gamma}{2}. \quad (3)$$

L'efficacité de la mélasse dépend de la plage de vitesses qui peuvent être ralenties. Ce résultat peut être représenté sur un diagramme de phase (Fig. 3). Des atomes avec une vitesse trop grande sont trop loin de la résonance et ne "voient" pas les lasers ; ils ne sont pas ralentis. Si leur vitesse leur permet d'être proche de résonance (proches de la zone grisée sur la figure 3), alors celle-ci diminue tant que l'atome est dans la zone de la mélasse optique, jusqu'à éventuellement atteindre la limite Doppler si la vitesse initiale n'est pas trop élevée. La zone grisée correspond à la résonance, à $\pm \Gamma/2$ près ; c'est pour ces vitesses que le refroidissement est le plus efficace et donc que la vitesse des atomes diminue le plus vite.

2.3. Piège magnéto-optique

La mélasse optique permet d'agir sur les atomes dans une certaine gamme de vitesses, et donc de les ralentir, c'est-à-dire de les refroidir. Le principe du MOT est d'agir sur les atomes dans une certaine plage de position pour les confiner et en refroidir un plus grand nombre. Pour cela, on utilise un champ magnétique variable spatialement (généralement quadrupolaire), ce qui modifie les niveaux d'énergie des atomes par effet Zeeman, et on adapte les polarisations des lasers de la mélasse optique (Fig. 4). Pour un niveau excité de moment cinétique $J = 1$, l'effet Zeeman lève la dégénérescence des sous-niveaux $m_J = -1, 0$ et $+1$ proportionnellement au champ magnétique appliqué. Un laser de polarisation circulaire droite (σ^+) ne couple l'état fondamental qu'avec le sous-niveau $m_J = +1$, de même qu'un laser de polarisation circulaire gauche (σ^-) ne couple l'état fondamental qu'avec le sous-niveau $m_J = -1$. Ainsi, si les lasers se faisant face sont de polarisations respectives σ^+ et σ^- et que le champ magnétique est adapté pour toujours amener les atomes à résonance avec le laser dirigé vers le centre du piège, peu importe leur positionnement (Fig. 4), la force radiative résultant de l'effet des lasers sera toujours dirigée vers le centre du piège.

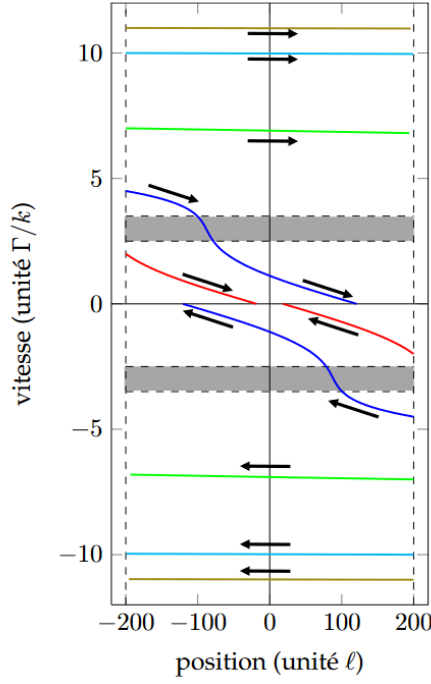


Fig. 3 Portrait de phase de la capture des atomes dans la mélasse optique, tracé avec le désaccord $\delta = -3\Gamma$, que l'on peut montrer comme étant optimal pour la capture. Ici, la taille de la mélasse considérée est $L = 400l$ avec $l = m\Gamma/\hbar k^3$, où k est le module d'onde des photons. La zone grisée correspond à la portion de l'espace des phases résonante avec le laser (à $\pm\Gamma/2$ près). Les atomes de vitesse positive se déplacent vers la droite, ceux de vitesse négative vers la gauche. Tiré de [7].

Toujours dans l'approximation de faible saturation, la force radiative subie par les atomes dans le MOT a la forme :⁷

$$\mathbf{F}(\vec{v}, \vec{x}) = -m\alpha\vec{v} - K\vec{x}, \quad (4)$$

où K est une constante dépendante des caractéristiques magnétique de l'atome et du champ magnétique. Si $K > 0$ et que l'origine est placée au centre du piège, la composante de la force dépendante de la position correspond à la force d'un ressort ramenant le système à l'origine.

Le diagramme de phases résultant de l'ajout de ce champ magnétique (Fig. 5) présente une zone de résonance différente et qui permet la capture d'atomes sur une plage de vitesses plus large.

En pratique, le MOT est réalisé à partir de trois paires de faisceaux contrapropageants légèrement en dessous de résonance ($\delta < 0$) et de bobines en configuration anti-Helmholtz générant un champ magnétique quadrupolaire (lignes de champ de la figure 6) provoquant un effet semblable à celui d'une rampe en unidimensionnel. Plus de détails sur la réalisation expérimentale d'un tel dispositif sont donnés notamment dans [8].

2.4. Refroidissement sub-Doppler

Le refroidissement Doppler, notamment appliqué dans un MOT, permet de piéger et refroidir des atomes jusqu'à la limite Doppler. Mais pour étudier des phénomènes comme la condensation de Bose-Einstein, il est nécessaire

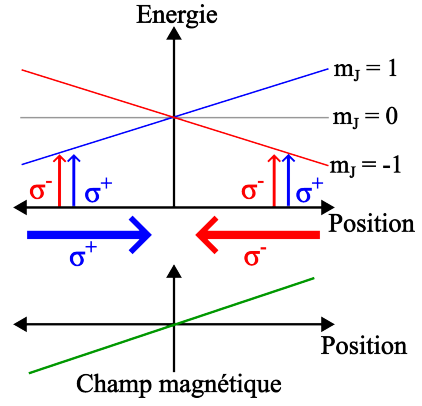


Fig. 4 Principe du piège magnéto-optique pour une situation unidimensionnelle. Le champ magnétique lève la dégénérescence des sous-niveaux de manière différente de part et d'autre du piège. Les lasers se font face avec des polarisations circulaires inverses l'une de l'autre. On remarque que du côté gauche, seul le laser de polarisation σ^+ est à résonance. De même, à droite c'est le laser polarisé σ^- qui est à résonance. Les atomes sont ainsi systématiquement renvoyés au centre du piège.

de réduire encore la température du nuage atomique. Ceci peut être réalisé grâce à des méthodes de refroidissement dites "sub-Doppler", comme le refroidissement par évaporation, ou le refroidissement Sisyphes.

2.4.1. Refroidissement par évaporation

Le refroidissement par évaporation est réalisé à la suite du refroidissement Doppler et consiste à charger les atomes dans un piège et à éliminer les atomes les plus énergétiques du nuage. On laisse alors le nuage se thermaliser ; il atteindra alors une température plus basse que sa température avant évaporation.¹⁰ Deux méthodes sont possibles pour le refroidissement par évaporation.¹¹

La première est l'évaporation radio-fréquence. Cette méthode fonctionne lorsque les atomes sont piégés magnétiquement, avec la dégénérescence des sous-niveaux m_J levée. Tous les sous-niveaux ne sont pas piégés ; certains sont anti-piégés, c'est-à-dire éjectés du piège. L'idée de l'évaporation radio-fréquence est de piloter à l'aide d'un rayonnement radio-fréquence la transition des niveaux piégés vers les niveaux éjectés. En choisissant convenablement la fréquence utilisée, on peut rendre le rayonnement résonnant uniquement pour les atomes les plus chauds, c'est-à-dire de plus grande énergie cinétique, localisés sur l'extérieur du piège. De cette manière, on élimine les atomes les plus chauds, et la thermalisation du nuage mène à la diminution de sa température.

La seconde méthode est une évaporation optique et peut-être utilisée dans un piège optique. Dans un piège optique les atomes sont piégés dans un puits de potentiel dont la profondeur est d'autant plus importante que les lasers utilisés sont puissants. En diminuant progressivement la puissance des lasers, on diminue donc la profondeur du puits et on laisse échapper les atomes les plus énergétiques. Le nuage se thermalise alors et baisse en température.

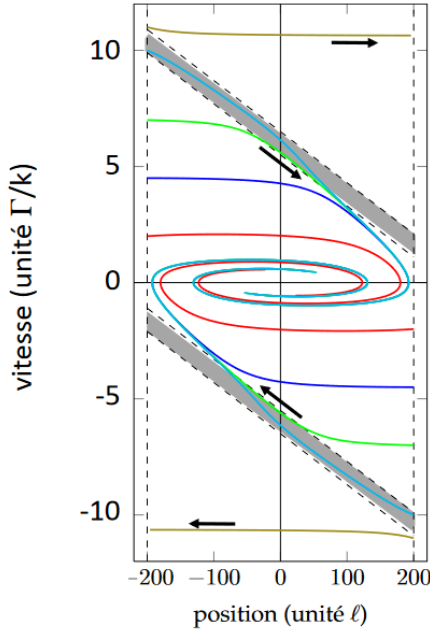


Fig. 5 Portrait de phase de la capture des atomes dans le MOT, tracé avec le désaccord optimal pour la capture $\delta = -6\Gamma$, dans le cas du MOT. Ici, la taille de la mélasse considérée est $L = 400l$ avec $l = m\Gamma/\hbar k^3$, où k est le module d'onde des photons. La zone grisée correspond à la portion de l'espace des phases résonante avec le laser (à $\pm \Gamma/2$ près). Les atomes de vitesse positive se déplacent vers la droite, ceux de vitesse négative vers la gauche. La vitesse des atomes ne tombe pas à zéro du fait de la limite Doppler. Tiré de [7].

2.4.2. Refroidissement Sisyphé

En 1988, des mesures de températures effectuées par B. Phillips et son groupe [12] sur un gaz ultra-froid d'atomes de sodium donnent des résultats sensiblement inférieurs à la limite Doppler. Le mécanisme de refroidissement à l'origine de ces températures est le refroidissement Sisyphé ayant lieu dans le cas d'un niveau fondamental dégénéré, typiquement de moment cinétique non nul.⁷

Prenons par exemple un système à deux niveaux, toujours notés $|g\rangle$ et $|e\rangle$, avec des moments cinétiques respectifs $J_g = 1/2$ et $J_e = 3/2$ (Fig. 7). Les sous-niveaux d'énergie $m_J = -1/2$ et $m_J = +1/2$ du niveau fondamental sont notés respectivement $|g-\rangle$ et $|g+\rangle$. Une transition entre ces deux sous-niveaux peut avoir lieu suite à un cycle absorption-émission spontanée de photon à résonance via un sous-niveau du niveau excité.

Deux lasers contrapropageants de polarisation linéaires orthogonales l'une par rapport à l'autre donnent lieu à des sous-niveaux d'énergie $|g-\rangle$ et $|g+\rangle$ oscillant spatialement en opposition de phase (Fig. 8).⁷ On peut calculer que taux de transition entre $|g-\rangle$ et $|g+\rangle$ est maximal à chaque sommet de ces oscillations. Ainsi, un atome ayant une vitesse de déplacement vers la droite et étant initialement dans le sous-niveau $|g+\rangle$ voit son énergie augmenter à mesure qu'il se déplace et qu'il "grimpe la colline" de potentiel, et a une forte chance de transiter vers le niveau $|g-\rangle$ une fois au sommet de cette colline. Cette transition se fait via un sous-niveau du niveau excité et fait perdre à l'atome de l'énergie. En effet, l'atome part d'un som-

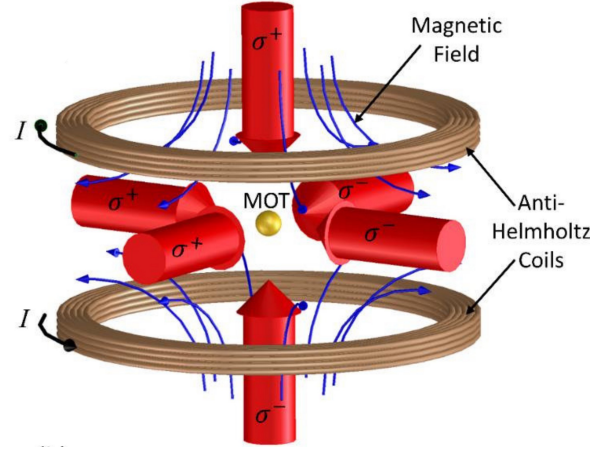


Fig. 6 Schéma d'un MOT. Les paires de faisceaux réalisent la mélasse optique tri-dimensionnelle. Les bobines en configuration anti-Helmholtz génèrent le champ magnétique qui sépare les sous-niveaux d'énergie des atomes par effet Zeeman, dont les lignes de champs sont tracées en bleu. Les polarisations circulaires des faisceaux mènent à une force toujours dirigée vers le centre du piège comme expliqué précédemment. Tiré de [9].

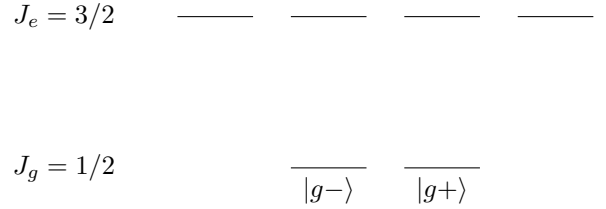


Fig. 7 Système à deux niveaux avec niveau fondamental doublement dégénéré et niveau excité quatre fois dégénéré.

met du niveau $|g+\rangle$ pour arriver à un minimum du niveau $|g-\rangle$. Il a gagné moins d'énergie pour passer au niveau excité qu'il n'en a perdu pour retomber au fondamental. Une fois dans le niveau $|g-\rangle$, l'atome continue son déplacement vers la droite et grimpe alors de nouveau une colline dans le niveau $|g-\rangle$. Il peut alors transiter vers le niveau $|g+\rangle$ une fois au sommet, etc. Cette situation, certes idéale et simplifiée, illustre le principe du refroidissement Sisyphé. L'atome grimpe plus de colline de potentiel qu'il n'en descend, puisque le taux de transition est maximal en haut des collines et qu'une transition lui fait éviter la descente en l'emmenant directement dans le creux du sous-niveau vers lequel il transite. Globalement, un atome perd donc de l'énergie et est refroidi lors de ces cycles. En pratique, il n'y a pas nécessairement de transition à chaque maximum d'énergie atteint par l'atome, il faut parfois plusieurs cycles montée-descente pour voir une transition et une diminution de l'énergie de l'atome.

3. MESURE DE TEMPÉRATURE D'UN NUAGE D'ATOMES ULTRA-FROIDS

Une fois les différents procédés de refroidissement et de confinement réalisés, il est évidemment intéressant de caractériser le nuage ultra-froid obtenu. Une des principales mesures à effectuer est la mesure de la température du nuage. La méthode généralement utilisée est la méthode

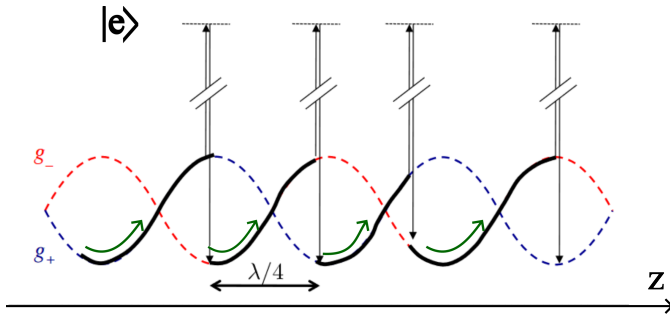


Fig. 8 Principe du refroidissement Sisyphus. Le mouvement de l'atome au sein des sous-niveaux est indiqué par les flèches vertes, tandis que les flèches noires indiquent les transitions entre les sous-niveaux $|g-\rangle$ et $|g+\rangle$ via le niveau excité. La trajectoire de l'atome correspond au tracé noir en gras. On remarque que lorsque l'atome est au sommet d'une oscillation, l'énergie qu'il acquiert en passant au niveau excité est plus faible que celle qu'il perd lorsqu'il retombe dans l'autre sous-niveau du niveau fondamental. Ce cycle lui a fait perdre de l'énergie. Adapté de [7].

du temps de vol qui sera, dans ce qui suit, expliquée et illustrée par une mesure effectuée au laboratoire de physique de l'ENS de Lyon sur un gaz de rubidium 87 ultra-froid piégé et refroidi dans un MOT.

3.1. Méthode du temps de vol

La méthode du temps de vol consiste à couper le piège optique dans une ou plusieurs directions et à mesurer l'expansion spatiale du nuage au cours du temps. La taille caractéristique du nuage σ évolue au cours du temps t selon :¹³

$$\sigma(t)^2 - \sigma(0)^2 = \frac{k_B T}{m} t^2,$$

où k_B est la constante de Boltzmann, m la masse d'un atome, et T la température. Ce résultat découle du fait que le théorème d'équipartition de l'énergie s'applique à un tel système si le nuage est suffisamment peu dense pour négliger les interactions entre atomes.¹⁴

3.2. Résultats

Un exemple d'expansion d'un nuage atomique est montré sur la figure 9. Le nuage atomique étudié est un nuage de rubidium 87 piégé et refroidi dans un MOT réalisé au laboratoire de physique de l'ENS de Lyon. Le MOT est entièrement détaillé dans [8]. L'image est obtenue par acquisition du signal d'émission incohérente de photons par les atomes par une caméra sensible à 780 nm, longueur d'onde de la transition du rubidium utilisée pour le refroidissement et le piégeage. Les faisceaux lasers du piège ont été coupés uniquement dans une des trois directions de piégeage (la direction verticale). Le nuage s'étend pendant environ 20 ms avant de ne plus être visible.

La mesure de la largeur à mi-hauteur du nuage dans la direction d'expansion est réalisée en intégrant le signal obtenu sur la caméra dans la direction perpendiculaire à l'expansion et en estimant la largeur à mi-hauteur de la courbe obtenue (Fig. 10). On observe un comportement

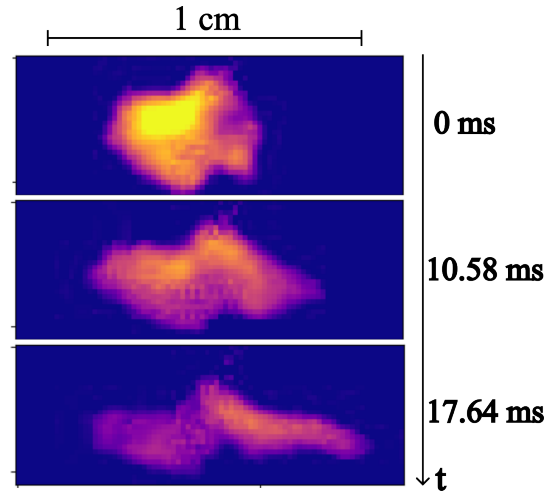


Fig. 9 Expansion spatiale d'un nuage de rubidium 87 ultra-froid. Le faisceau vertical est coupé à l'instant 0. La grandeur représentée est le signal enregistré par la caméra (en unité arbitraire). Mesure effectuée au laboratoire de physique de l'ENS de Lyon.

linéaire pour $\sigma(t)^2$ en fonction de t^2 (Fig. 11). La température du nuage est d'environ 822 μ K, ce qui correspond à environ cinq fois la limite Doppler pour le rubidium 87 : $T_D = 144 \mu$ K. Notons que la température Doppler n'est pas atteinte. Ceci est dû à un réglage non optimal du piège magnéto-optique (alignement des lasers non parfait, faisceaux non gaussiens, etc.).

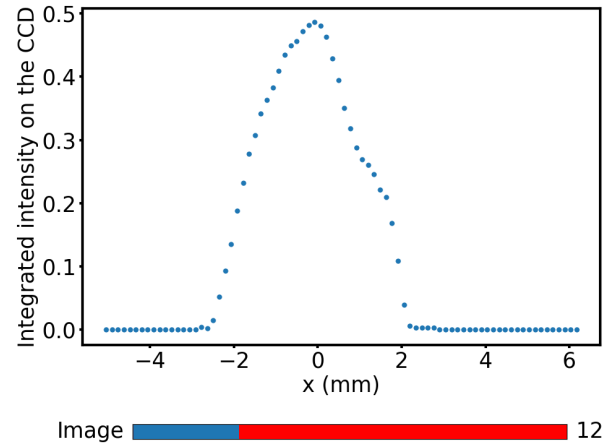


Fig. 10 Signal obtenu en intégrant le signal enregistré par la caméra dans la direction perpendiculaire à l'expansion. Cette image correspond à l'état du nuage avant expansion.

4. CONCLUSION

Ainsi le refroidissement par lasers permet de confiner un nuage atomique et d'atteindre des températures de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de micro Kelvins. Il est alors possible, si la densité du nuage est suffisamment importante, d'atteindre l'état de condensat de Bose-Einstein pour des bosons. Un gaz ultra-froid peut également être chargé dans des réseaux optiques afin d'étudier la physique des particules sur réseau et de si-

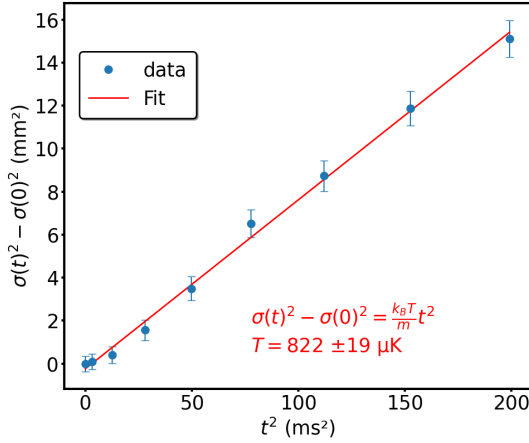


Fig. 11 Tracé de $\sigma(t)^2 - \sigma(0)^2$ en fonction de t^2 pour le rubidium 87. Le fit linéaire indique une température d'environ 822 μ K. Les incertitudes sont celles sur la mesure de la taille du nuage. Mesure effectuée au laboratoire de physique de l'ENS de Lyon.

muler des systèmes de matière condensée. Les applications sont nombreuses et permettront sûrement encore de nombreuses avancées dans les domaines de l'optique quantique, de la physique atomique et de la matière condensée, comme dans l'étude des propriétés topologiques de la matière¹⁵ ou de nouvelles phases de la matière comme la supersolidité.¹⁶

REMERCIEMENTS

Je remercie chaleureusement Patrick Rigord pour son encadrement lors de mon projet expérimental de M2 sur son piège magnéto-optique de rubidium 87. Je remercie également l'équipe du JPCE pour leurs précieux conseils lors des relectures.

RÉFÉRENCES

- (1) KASTLER, A. *J. Phys. Radium* **1950**, *11* (6) , 255-265.
- (2) WINELAND, D. ; DEHMELT, H. *Bulletin of the American Physical Society* **1975**, *20*, 637.
- (3) HÄNSCH, T. ; SCHAWLOW, A. *Optics Communications* **1975**, *13* (1) , 68-69.
- (4) DAVIS, K. B. ; MEWES, M. .- ; ANDREWS, M. R. ; van DRUTEN, N. J. ; DURFEE, D. S. ; KURN, D. M. ; KETTERLE, W. *Phys. Rev. Lett.* **1995**, *75* , 3969-3973.
- (5) ANDERSON, M. H. ; ENSHER, J. R. ; MATTHEWS, M. R. ; WIEMAN, C. E. ; CORNELL, E. A. *Science* **1995**, *269* (5221) , 198-201.
- (6) COHEN-TANNOUDJI, C. ; DALIBARD, J. *Manipulating Atoms with Photons*, Laboratoire Kastler Brossel and Collège de France, 2006.
- (7) DALIBARD, J. *Une brève histoire des atomes froids*, Collège de France, 2014-2015.

- (8) WIEMAN, C. ; FLOWERS, G. ; GILBERT, S. *American Journal of Physics* **1995**, *63* (4) , 317-330.
- (9) TRAVAGNIN, M. *Cold atom interferometry sensors : physics and technologies A scientific background for EU policymaking*, 2021.
- (10) KETTERLE, W. ; DRUTEN, N. V. in BEDERSON, B. , WALTHER, H., éd. ; *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, t. 37 ; Academic Press : 1996, p. 181-236.
- (11) TÉNART, A. *Momentum-space correlations in the depletion of weakly interacting lattice Bose gases*, Theses, Université Paris-Saclay, 2021, <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-03560800>.
- (12) LETT, P. D. ; WATTS, R. N. ; WESTBROOK, C. I. ; PHILLIPS, W. D. ; GOULD, P. L. ; METCALF, H. J. *Phys. Rev. Lett.* **1988**, *61* , 169-172.
- (13) CREPAZ, H. *Trapping and cooling rubidium atoms for quantum information*, Faculty of Mathematics, ComputerScience and Physics of the University of Innsbruck, 2006.
- (14) TOWNSEND, C. G. ; EDWARDS, N. H. ; COOPER, C. J. ; ZETIE, K. P. ; FOOT, C. J. ; STEANE, A. M. ; SZRIFTGISER, P. ; PERRIN, H. ; DALIBARD, J. *Phys. Rev. A* **1995**, *52* , 1423-1440.
- (15) JOTZU, G. ; MESSER, M. ; DESBUQUOIS, R. ; LEBRAT, M. ; UEHLINGER, T. ; GREIF, D. ; ESSLINGER, T. *Nature* **2014**, *515* (7526) , 237-240.
- (16) NORCIA, M. A. ; POLITI, C. ; KLAUS, L. ; POLI, E. ; SOHMEN, M. ; MARK, M. J. ; BISSET, R. N. ; SANTOS, L. ; FERLAINO, F. *Nature* **2021**, *596* (7872) , 357-361.